ELEMENTORUM

Philosophia

SECTIO PRIMA

DE

CORPORE

Authore

THOMA HOBBES

Malmesburiensi.

Fuit. Æ. E. Stanlei

LONDINI

Excusum sumptibus *Andreæ Crook* sub signo Draconis viridis in Cœmeterio B. Pauli, 1655.

EXCELLENTISSIMO VIRO GULIELMO COMITI DEVONIÆ DOMINO MEO COLENDISSIMO.

Elementorum Philosophiæ, Obsequii mei, tuæq; erga me Benignitatis futurum Monumentum, Sectionem primam (post editam Tertiam) diu dilatam, tandem tibi (Excellentissime Domine) absolutam Offero Dedicoq; Libellum mole exiguum, plenum tamen, & siquidem valeret pro magno rectum, satis magnum. Eundem invenies Lectori attento, & in demonstrationibus Mathematicorum bene exercitato, id est, Tibi intellectu facilem & perspicuum; novum etiam ferè totum, nec tamen novitate sua cuiquam offensam præbiturum. Scio Philosophiæ partem illam, quæ versatur circa Lineas & Figuras traditam nobis esse bene cultam à Veteribus, simulq; veræ Logicæ per quam tam præclara Theoremata sua invenire & demonstrare potuerunt exemplar optimum.

Scio etiam Hypothesin diurni Telluris motûs excogitatam esse primò à Veteribus, sed & ipsam, nascentemq; ab ipsa Astronomiam, id est, Physicam cœlestem à succedentibus Philosophis verborum laqueis strangulatam esse. Itaq; Astronomiæ initium (præter Observata) non ultra referendum esse puto, quam ad Nicolaum Copernicum, *Placita* Pythagoræ Aristarchi, Philolai, *proximè superiore sæculo referentem. Post hunc, agnito jam Telluris motu, ortaq; inde difficili quæstione de descensu gravium, cum difficultate illa certans nostris temporibus* Galilæus *primus aperuit nobis Physicæ universæ portam primam, naturam Motûs. Adeo ut neq; ultra hunc computanda videatur esse ætas Physicæ. Postremò, Scientiam Humani Corporis, Physicæ partem utilissimam, in libris suis de Motu Sanguinis, & de Generatione Animalium, mirabili sagacitate detexit & demonstravit* Gulielmus Harvæus *R. R. Jacobi Caroliq; Medicus primarius; solus (quod sciam) qui doctrinam novam superatâ invidiâ vivens stabilivit. Ante hos nihil certi in Physicâ erat, præter experimenta unicuiq; sua, & Historiâ naturales, si tamen & hæ dicendæ certæ sint, quæ civilibus Historiis certiores non sunt. At post hos Astronomiam & Physicam quidem Universalem* Joannes Keplerus, Petrus Gassendus, Marinus Mersennus, *Physicam verò Humani Corporis specialem Ingenia & Industria Medicorum (id est, verè Physicorum,) præsertim vero nostrorum è Collegio Londinensi, doctissimorum hominum, pro tam exiguo tempore egregiè promoverunt. Physica ergo res novitia est. Sed Philosophia Civilis multò adhuc magis; ut quæ antiquior non sit (dico lacessitus, utq; sciant se parum profecisse obtrectatores mei) libro quem* de Cive *ipse scripsi. Quid autem? Nulline erant Philosophi apud Græcos antiquos, neq; Physici neq; Civiles? Fuere certe qui sic appellabantur, teste* Luciano, *à quo irrisi; testibus nonnullis civitatibus unde edictis publicis sæpiùs sunt expulsi. Sed non ob eam rem necesse est fuisse Philosophiam. Versabatur in antiqua Græcia Phantasma quoddam, propter superficiem gravitatis (nam intus plenum erat fraude & sordibus) Philosophiæ aliquatenus simile, quam incauti homines Philosophiam esse arbitrati, professoribus ejus, etsi inter se discordibus, alii aliis adhærescebant, iisq; ad sapientiam Magistris tradebant liberos suos magnis mercedibus nihil docendos præterquam disputare, neglectisq; legibus de omni quæstione suo quemq; arbitrio constituere. Nati illis temporibus Ecclesiæ (post Apostolos) Doctores primi, dum fidem Christianam contra Gentes ratione naturali defendere conabantur, cœperunt Philosophari etiam ipsi, & placita nonnulla ex Philosophorum Ethnicorum Scriptis Scripturæ Sacræ Placitis admiscere. Et primò quidem dogmata admiserunt nonnulla ex* Platone *minùs noxia. Deinde verò etiam ex libris* Physicæ Auscultationis, & Metaphysicorum *Aristotelis multa inepta & falsa assumentes, Fidei Christianæ quasi introductis hostibus arcem prodiderunt. Ex eo tempore pro* θεοσέβεια, *habuimus* Scholasticam *dictam* θεολογίαν, *pede incedentem altero quidem, quæ est Scriptura sacra, firmo; altero autem putrido, quæ est Philosophia illa quam Apostolus* Paulus *appellavit* vanam, *potuit* perniciosam; *Innumerabiles enim illa in orbe Christiano de Religione Controversias, & ex Controversiis Bella excitavit. Similis existens Empusæ apud Comicum Atheniensem. Ea enim*

enim Athenis Dæmonium habebatur, mutabili specie, pedibus altero Æneo, altero Asinino, missa ut credebatur, ab Hecate, imminentis Atheniensibus infortunii prænuntia. Contra hanc Empusam Exorcismus (credo) melior excogitari non potest, quam ut Religionis, id est, Dei Honorandi Colendiq; Regulæ, à Legibus petendæ, à Philosophiæ regulis, id est, à privatorum hominum dogmatibus distinguantur, quæq; Religionis sunt Scripturæ sacræ, quæ Philosophiæ sunt rationi naturali tribuantur. Quod certè factum erit si Philosophiæ Elementa seorsim verè & lucidè, ut conor facere, tractavero. Itaq; cum in Sectione tertia (quam Tibi, jamdudum editam dedicavi) Regimen omne tam Ecclesiasticum quam Civile ad unum idemque imperium summum firmissimis rationibus, verbo divino non repugnante, revocaverim; aggredior nunc, fundamentis Physicæ veris claréq; ordinatis, Empusam istam Metaphysicam, *non pugnando, sed diem inferendo exterrere atq; abigere. Confido enim (si quam fiduciam scripti, scribentis timor, respectatio, diffidentia præstare potest) in tribus libelli hujus partibus prioribus, ex Definitionibus; in quarta ex Hypothesibus non absurdis omnia esse legitimè demonstrata. Quod si qua tibi demonstratio minus plena videbitur, quam ut possit omnibus satisfacere, causa erat quod non omnia omnibus, sed aliqua Geometris solis scribere profiterer. Quin autem Tibi omnia satisfactura sint dubitare non possum.*

Restat jam Sectio secunda de Homine, *cujus partem eam qua tractatur* Optica, *sex Capitibus scriptam Figurarumque singulis Capitibus adjungendarum Tabulas antè sex annos sculptas paratasq; habeo. Cætera, favente Deo, ut potero, adjiciam; etsi de Natura Hominis*

minis, apud Homines vera loquuturo, quanto minor mihi habebitur quam debebitur gratia, ex nonnullorum imperitorum contumeliosis verbis, pudendisq; injuriolis jam expertus sciam. Attamen susceptum onus perferam, nec invidiam deprecabor, sed potius augendo ulciscar. Sufficit enim mihi gratia tua, quam quidem (quantam tu postulas) habo; Deum autem Optimum Maximum pro tua incolumitate comprecando (quantam ego possum) semper referam.

Londini Die 23 Aprilis, 1655.

Excellentiæ tuæ humillimus Servus

Th. Hobbes.

Ad Lectorem.

PHilosophiam cujus Elementa hic aggredior ordinare, noli credere eam esse (Amice Lector) per quam fiunt Lapides Philosophici, neque illam quam ostentant Codices Metaphysici. Sed Rationem Humanam Naturalem per omnes res creatas sedulo volitantem, & de earum Ordine, Causis & Effectibus ea quæ vera sunt renuntiantem. Mentis ergo tuæ, & totius Mundi filia Philosophia in te ipso est; nondum fortasse figurata, sed genitori Mundo qualis erat in Principio informi similis. Faciendum ergo tibi est quod faciunt statuarii qui materiam exculpentes supervacaneam, Imaginem non faciunt, sed inveniunt. Vel imitare Creationem. Super Abyssum cogitationum experimentorumque tuorum confusam (si Philosophiæ operam seriam daturus sis) superferatur Ratio tua. Confusa discutienda, distinguenda, & suis quæque signata nominibus ordinanda sunt, id est, Methodo opus est ipsarum rerum Creationi congruâ. Creandi autem Ordo erat, *Lux*, *Noctis & Diei distinctio*, *Expansum*, *Luminaria*, *Sensibilia*, *Homo*. Deinde post Creationem, *Mandatum*. Contemplandi ergo ordo erit *Ratio*, *Definitio*, *Spatium*, *Astra*, *Qualitas Sensibilis*, *Homo*. Deinde adulto homine, *Civis*. In prima ergo Sectionis hujus parte quæ *Logica* inscribitur, accendo Lucem Rationis. In secunda (quæ est Philosophia prima) rerum communissimarum Ideas ad sublationem ambigui & obscuri, Definitionibus accuratis inter se distinguo. Tertia pars versatur in Expansione spatiorum, id est in, Geometria. Quarta habet motum Astrorum, & prætere a Qualitatem

tem sensibilem. In sectione secunda considerabitur, volente Deo, Natura Hominis. In Tertia Civis jam ante consideratus est. Hanc ego Methodum sequutus sum, qua & tu, si arriserit uti poteris; non enim commendo tibi mea, sed propono. Quacunque autem Methodo usurus sis, Philosophiam tamen, id est, studium sapientiæ, ob cujus defectum multa nuper mala passi omnes sumus, commendatum tibi valde velim. Nam illi etiam qui divitiis student, sapientiam amant; thesauri enim sui non aliter ipsis placent, quam ut speculum in quo intueri & contemplari possint sapientiam suam. Nec qui ad Negotia publica adhiberi amant, aliud quam locum quærunt in quo sapientiam quam habent explicare possint. Ne voluptuosi quidem Philosophiam ob aliam causam negligunt, nisi quod nesciunt quantam perpetuus valentissimusque pulcherrimi Mundi cum Anima congressus voluptatem sit allaturus. Postremo, etsi ob nihil aliud, tamen (quoniam animus humanus non minus Temporis Vacui, quam Natura Vacui Loci impatiens est) ne hominibus occupatis importunus, vel male feriatis cum damno tuo accedere a nimio otio coactus sis, qua otium tuum jucunde implere possis, Commendo tibi Philosophiam. *Vale.*

T. H.

Lemmata Capitum.

Pars prima, sive Logica.

Pars secunda, sive Philosophia prima.

Pars tertia, De Rationibus Motuum, & Magnitudinum.

Pars quarta, Physica sive de Naturæ Phænomenis.

Pag.1.lin.6.pro *in* lege *à*, p.3.l.36.pro *ut* leg. *vel*, p.7. l.24.pro *non ulli* le.*nonnulli*, p.13.l.30.pro *particularibus* le.*particularitatis*.p. 20.l.31.pro *inducunt* le.*inducit*,l.33.pro *cagitent* le.*cogitamus*, p. 20. dele *itaq*; l.22.pro *necessarius* l.*necessariæ*,& dele *non est*,p.24.l.30.pro *æqualet* le.*æquivalet*,p.26.l.8.pro *Tertiò* leg.*Quartò*, l.29.post *harum* insere *si*, l.30.post *altera* insere *est*, l.32.pro *quiddam* le.*quidam*, p.29. l.12.pro *& fiat syllogismus* le.*& sint præmissæ*, p.30.l.23.pro *syllogismus* leg.*syllogismi*,l.penult.pro *omnis ut Homo* le.*ut omnis Homo*,p.33 l.15.pro *inversa* le.*inversus*,l.32.pro *possit* le.*possint*,p.42.l.6.pr.*sine* l. *sive*,p.43.l.20.pro *proposita* le.*proposito*,p.43.l.21.del. *hujus*,p.46.l.18 pro *potest* le.*possunt*, p.49.l.8.pro *patrim* le.*partim*, p.53.l.penult.pro *sensum* le.*sensuum*,p.54.l.10.pro *quæ* le.*qui contingunt*, p.56.l.18.pro *remansuram* le.*remansuras*, p.57.l.20. post *extensionem* adde *esse putat & extensionem*, p.62.l.21.le.post *subjecto* insere 22, l.25.pro *supponamus* le.*supposuimus*, p.64.l.ult.pro *est* le.*esset*, p.67.l.38.pro 17. le.7, p.68.l.38. pro *enim* le. *autem*, p.74.l.8,9. pro *tam* le. *tum*, p.83.l.6. pro *At* le. *Et*, p. 86. l. 19. post *volumus* insere *percurritur*, l.26. pro *tantum* le. *tantam*, l. 36. pro 15. le.5, p.87. l.3. pro C C le.C D, pag 90.l.20. post *Arithmeticè* insere *continuè*, pag.91.l.18.pro 1.le. 10, l.30.pro *and* le.*ad*,l.penult.dele *ergo*, pag.94.l.10. pro *proportionalia* le.*proportionalia*,pro *nim* l.*enim*,pro *proportialia* l.*proportionalia*, l.18.pro *proportionalias* l.*proportionalia*,l.36.pro A+E-H l.A+E-G,p. 95.l.1.pro A+C-B.A+E::C+F-D le A+E-B.A+E::C+E-D.C, l.16.pro *hanc* l.*hunc*,p.96.l.18.pro *tertii ad quartũ* l.*secundi ad tertiũ*,p.97.l.30 pro *pendæ* l.*ponendæ*,l.31.pro *ponunturq*; l *ponanturq*;l.35.pro A adD l.A ad B, p.101.l.6.pro *bedio* l.*medio*,l.28.pro *A in D &* l. *A in D ad* p.104.l.1.pr.*minoris* l.*majoris*,l.3.pr.*minoris* l.*majoris*,p.109.l.20.dele *&*,l.21.dele *ut*,l.22.pr.*sit* l.*est*,p.111.l.17.pr.CBC l.CBD,l.32.pr.*totũ* l.*totã*,p.117.l.10.pr.*contentos* l.*contentus*,p.119.l.34.pr.CG l.GH, l.35.dele *erunt ergo distantiæ punctorũ A,B,& punctorũ BC proportionales*, pag.120.*l.ult.*pr.*adjungendam* l.*adjungendas*, pag.123.l.26.pr. *alterum* l.*unum alterum*, pag. 124.l.13.pr. *nullã* l.*nullũ*, l. ult. adde *alii in quibus aliter*, pag. 127.l.18. pro *angulum subtendens* le. *subtendens complementum anguli ad duos rectos*, l.27. pro *art.5.*le.*art.15*, p.129.l.1.pro *sexto* le. *decimo tertio*, l.14. pro G K le. F K,l.36. pro *impetum crescentem* le.*impetu crescente*, pag.131.l.39. dele *est*, p.132. l.13. post *Parabolastrum* insere *(de quibus capite sequente)* l.25. post *impetu AE* adde *uniformiter*,p.133.l.13.pro A C leg.D C.p.134. l.40.pro A I le.AC,p.139.l.2.pro NO le.NQ, l.14.pro *triliei* le.*trilinei*,l.28.dele *&*,l.30.pro *trilineum ex mediis tribus primum*, le. *curva trilinei ex mediis tribus primi*, p.140.l.7.pro AB le.AD,l.31.pro *totum* le.

le. *totam*, l.39. post *parte* adde *motu uniformiter accelerato*, p.146. l.1
pro *linea quæ fit ex spatiis* le. *spatia*, p.147. l.13. pro *subdupla subse*
quialtera sive $\frac{2}{3}$ le. *supertripartiens quintas sive* $\frac{5}{3}$, p.149. l.19. pro *pun*
ctum D le. *punctum* H, & dele *in* H, p.150. l. penult. pro *secundum* le
secundo, p.151. l.20. pro $\frac{21}{37}$ le. $\frac{24}{38}$, p.158. l.34. pro *latus* le. *basis*, p.160
l.2. post & adde *ex altera parte*, l.19. pro *Parabolæ* le. *Parabolastri*, l
31. pro AD le. B D, p. 224. l.9. pro *exemplaria*; *habere* le. *exemplari*
habere; p.249. l.12. pro *Quanto* le. *Quando*, p.269. l.9. pro *habitûs* le
halitûs. p.304. l. penult. dele *de*

Capiti septimo præfige Lemma suum, De Loco & Tempore.

Cap. octavo præfige item suum Lemma, De Corpore & Accidente

COMPUTATIO
sive Logica.

CAPUT. I.
De Philosophia.

1. *Introductio.* 2. *Philosophiæ definitio explicata.* 3. *Animæ ratiocinatio.* 4. *Proprietas quid.* 5. *Quomodo proprietas in generatione derivatur & contra.* 6. *Philosophiæ Finis.* 7. *Utilitas.* 8. *Subjectum.* 9. *Partes.* 10. *Epilogus.*

1. VErsari mihi inter homines videtur hodiè Philosophia, quemadmodum frumentum & vinum fuisse in rerũ natura narratur priscis temporibus. Erant enim ab initio rerum vites & spicæ sparsim per agros, sed satio nulla. Itaque glande vivebatur, aut si quis ignotas dubiasve baccas tentare ausus esset, cum detrimento id fecit sanitatis suæ. Similiter, Philosophia, id est, *Ratio naturalis*, in omni homine innata est; unusquisque enim aliquo usque ratiocinatur, & in rebus aliquibus; verùm ubi longa rationum serie opus est, propter rectæ methodi, quasi sationis defectum deviant plerique & evagantur. Ex quo contingit sanioris judicii vulgo haberi & esse eos, qui quotidianâ Experientiâ tanquam glande contenti Philosophiam, aut abjiciunt, aut non expetunt, quàm ii qui opinionibus minimè vulgaribus, sed dubiis leviterque arreptis imbuti, tanquam parùm sani perpetuò disputant, & rixantur. Fateor quidem Partem Philosophiæ eam, in qua magnitudinum, figurarumque rationes supputantur, egregiè cultam esse. Cœterùm quia in reliquis partibus similem operam positam nondum vidi, Consilium ineo, quoad potero, Philosophiæ universæ pauca & prima elementa, tanquam semina quædam ex quibus pura & vera Philosophia paulatim enasci posse videtur explicare.

Quam difficile sit inveteratas, Eloquentissimorumque Scriptorum authoritate confirmatas opiniones mentibus hominum excuterè, non ignoro. Præsertim cùm Philosophia vera, (id est accurata) orationis non modo fucum, sed etiam omnia ferè

ornamenta ex professo rejiciat; cumque scientiæ omnis Fundamenta prima, non modo speciosa non sint, sed etiam humilia, arida, et penè deformia videantur.

Attamen cum sint aliqui certè, quanquam pauci, quos in omni re veritas & rationum firmitudo ipsa per se delectat, paucis illis operam hanc navandam esse censui. Itaque ad institutum venio. Incipiam autem ab ipsa Philosophiæ definitione.

2 *Philosophia est Effectuum sive phænomenon ex conceptis eorum Causis seu Generationibus, et rursus Generationum quæ esse possunt, ex cognitis effectibus per rectam ratiocinationem acquisita cognitio.*

Ad quam definitionem intelligendam, considerare oportet primo, Sensionem atque Memoriam rerum, quæ communes homini sunt cum omnibus animantibus, etsi cognitiones sint, tamen quia datæ sunt statim à natura, non ratiocinando acquisitæ, non esse Philosophiam.

Secundò cùm Experientia nihil aliud sit quam memoria; Prudentia autem sive prospectus in futurum, aliud non sit quàm expectatio rerum similium iis rebus quas jam experti sumus; nec Prudentiam quidem Philosophiam esse censendum est.

Per Ratiocinationem autem intelligo computationem. Computare verò est *plurium rerum simul additarum summam colligere, vel unâ re ab aliâ detractâ, cognoscere Residuum.* Ratiocinari igitur idem est quod *Addere & Subtrahere*, vel si quis adjungat his *Multiplicare & Dividere*, non abnuam, cùm *Multiplicatio* idem sit quod æqualium *Additio*, *Divisio* quod æqualium quoties fieri potest *Substractio*. Recidit itaque ratiocinatio omnis ad duas operationes animi *Additionem & Substractionem.*

3. Quomodo autem animo, sine verbis tacita cogitatione ratiocinando addere & substrahere solemus uno aut altero exemplo ostendendum est. Si quis ergo è longinquo aliquid obscurè videat, etsi nulla sint imposita vocabula, habet tamen ejus rei ideam eandem propter quam impositis nunc vocabulis dicit eam rem esse *Corpus*. Postquam autem propiùs accesserit videritque eandem rem certo quodam modo nunc uno, nunc alio in loco esse, habebit ejusdem ideam novam, propter quam nunc talem rem *animatam* vocat. Postremo cùm stans in proximo figuram ejus videat, vocem audiat, aliasque res quæ signa sunt animi rationalis perspiciat, habet quoque ideam tertiam, etiamsi nomen ejus nullum adhuc fuerit; eandem scilicet propter quam dicimus aliquid esse *rationale.* Denique quando totam rem ut unam plenè jam & distin-

distinctè visam concipit, illa idea composita est ex præcedentibus, atque hoc modo componit animus ideas prædictas, eodem ordine quo in oratione componuntur hæc nomina singula *Corpus, Animatum, Rationale*, in unum nomen *corpus animatum Rationale*, sive *hominem.* Similiter ex conceptibus *quadrilateri, æquilateri, rectanguli*, componitur conceptus quadrati. Potest enim animus concipere quadrilaterum sine conceptu æquilateri, & æquilateri sine conceptu rectanguli, & concepta hæc singula potest conjungere in conceptum unum, sive ideam unam quadrati. Patet ergo quo modo animus concepta componit. Rursus siquis hominem astantem videat, concipit totam ejus ideam, si verò recedentem sequatur oculis tantùm, amittet ideam earum rerum quæ signa erant rationis, attamen idea animati oculis inhærebit, itaque ex tota idea *hominis*, id est, *corporis animati rationalis* subducitur idea *Rationalis*; residua est *Corporis Animati*; Deinde paulò post in distantiâ majore amitteretur idea *animati*, residebit idea *corporis* tantùm, tandemque cum præ distantia ampliùs conspici non potest, tota idea ab oculis evanescit. Atque his exemplis qualis res sit animi ratiocinatio interna sine vocibus, satis exemplicatum esse puto.

Non ergo putandum est computationi, id est, rationationi in numeris tantùm locum esse, tanquam homo à cæteris animantibus (quod censuisse narratur *Pythagoras*) sola numerandi facultate distinctus esset, nam & magnitudo magnitudini, corpus corpori, motus motui, tempus tempori, gradus qualitatis gradui, actio actioni, conceptus conceptui, proportio proportioni, oratio orationi, nomen nomini (in quibus omne Philosophiæ genus continetur) adjici adimique potest.

Rem autem quamcumque addimus vel adimimus, id est, in rationes referimus, eam dicimur *considerare*, Græcè λογίζεσθαι, sicut ipsum computare sive ratiocinari συλλογίζεσθαι nominant.

4. Effectus autem & Phænomena sunt, corporum Facultates sive potentiæ quibus alia ab aliis distinguimus, id est, unum alteri æquale ut inæquale, simile vel dissimile esse concipimus; ut in superiore exemplo, Postquam ad corpus aliquod satis appropinquatum est, ad percipiendum motum & incessum ejus, distinguimus ipsum ab arbore, à columna & ab aliis certis corporibus defixis, unde incessus ille, *proprietas* ejus est, quippe animalium proprius, quo à cœteris corporibus distinguitur.

5. Quomodo autem effectûs cognitio, ex cognita genera-

tione acquiri potest, circuli exemplo facile intelligetur. Propositâ enim figurâ planâ, ad figuram circuli proximè accedente, sensu quidem circulus necne sit cognosci nullo modo potest; at ex cognitâ figuræ propositæ generatione, facillimè; facta enim sit figura ea ex cujuspiam corporis circumductione, cujus alter terminus maneat immotus; sic ratiocinabimur, corpus circumductum eâdem semper longitudine applicat sese primò ad unum radium, deinde ad alium, & ad tertium, quartum, & successivè ad omnes; itaque ab eodem puncto, attingit circumferentiam eadem longitudo undequaque, id est omnes radii sunt æquales. Cognoscitur itaque à tali generatione procedere figuram à cujus puncto uno medio ad omnia extrema æqualibus radiis attingitur.

Similiter à cognita Figura perveniemus ratiocinando ad generationem aliquam, & si fortè non eam quæ fuit, tamen eam quæ esse potuit; nam cognitâ proprietate circuli quam modò diximus, scire, si corpus aliquod ita ut diximus circumducatur circulum generari facile est.

6. Finis autem seu scopus Philosophiæ est, ut prævisis effectibus uti possimus ad commoda nostra, vel ut effectibus animo conceptis per corporum ad corpora applicationem, effectus similes quatenus humana vis & rerum Materia patietur ad vitæ humanæ usus, industriâ hominum producantur.

Nam ut quis de rerum dubiarum difficultate superatâ, vel de abditissimarum veritatum detectione, apud se tacitus gaudeat & triumphet, tantæ operæ quanta Philosophiæ impendenda est, pretium esse non judico; neque verò cuiquam ut se scire, sciat alter, si modo nihil inde aliud consequuturum se putet, magnopere studendum esse censeo. Scientia propter potentiam; Theorema, (quod apud Geometras proprietatis investigatio est,) propter Problemata, id est propter artem construendi; omnis denique speculatio, actionis vel operis alicujus gratiâ instituta est.

7. Quanta autem sit Philosophiæ utilitas imprimis verò Physicæ & Geometriæ tum optimè intelligemus, cùm præcipua humani generis, quæ nunc sunt commoda, enumeraverimus, & institutiones eorum qui eis fruantur cùm eorum institutionibus qui eis carent contulerimus; Commoda autem humani generis maxima sunt Artes, nimirum Mensurandi tam corpora quam eorum motus; Movendi gravissima pondera; Ædificandi; Navigandi; instrumenta ad omnem usum Fabricandi; motus cœlestes, syderum aspectus, temporis momenta, Calculandi;

Calculandi; orbis terrarum faciem Depingendi; quibus quanta bona hominibus acquisita sunt facilius intelligitur quam dicitur. His fruuntur gentes Europææ ferè omnes, Asianæ pleræque, Africanæ aliquot, Americanæ verò, & quæ gentes propinquæ sunt utrique polo, omnino carent. Cur autem? an illæ his acutiores sunt? an non sunt omnibus hominibus ejusdem generis animæ, eædem animæ facultates? quid ergo alteris adest, alteris deest, nisi Philosophia. Harum ergo omnium utilitatum causa est Philosophia. Moralis verò & civilis Philosophiæ utilitas non tam ex commodis quæ ab ea cognita quam ex calamitatibus quas ab ejus ignoratione habemus, æstimanda est. Calamitates autem omnes quæ humanâ industriâ evitari possunt à Bello oriuntur, præcipuè vero à bello civili; hinc enim cædes, solitudo, inopiaque rerum omnium derivatur. Causa autem horum non est quod homines ea velint, voluntas enim nisi Boni saltem apparentis nulla est; neque quod mala hæc esse nesciant, quis enim est qui cædes & paupertatem mala & molesta sibi esse non sentit? Causa igitur belli civilis est, quod Bellorum & Pacis causæ ignorantur; & quod paucissimi sunt qui officia sua quibus pax coalescit & conservatur, id est, veram vivendi regulam didicerunt. Est autem hujus regulæ cognitio moralis Philosophia. Quare autem eam non didicerunt, nisi quod à nemine clarâ & rectâ methodo hactenus tradita sit? Quid enim? multitudini hominum imperitorum, doctores olim Græci, Ægyptii, Romani, aliique innumera dogmata de naturis deorum suorum, quæ ipsi an vera essent necne nesciebant, quæque manifestissimè falsa atque absurda erant, persuadere potuerunt, officia sua eidem multitudini, si ea ipsi cognovissent persuadere non potuerunt? vel pauca illa quæ extant Geometrarum Scripta, ad controversiam omnem in iis rebus quas tractant tollendam valebunt; innumera illa & ingentia volumina Ethicorum, si certa & demonstrata continerent nil valebunt? Quid denique causæ excogitari potest, cur scripta illorum scientifica, horum, ut ita dicam verbifica tantùm sint, nisi quod illa à scientibus, hæc ab hominibus doctrinam quam tractant ignorantibus, Eloquentiæ, vel ingenii sui ostentandi causâ prodierunt? Quin tamen tali[illegible] librorum aliquorum lectio jucundissima sit, non negaveri[illegible] sunt enim eloquentissimi, sententiæque multas continent suculentas & salubres, minimèque vulgares, sed quæ pronuntiatæ ab illis universaliter, non tamen plerumque universaliter veræ sunt; unde fit ut mutatis temporum, locorum,

corum, personarum circumstantiis non minus sæpe ad sceleratorum consiliorum confirmationem, quam ad præcepta officiorum percipienda adhibeantur. Quod autem maximè in illis desideratur, est regula actionum certa unde sciri possit justum an injustum sit quod facturi sumus. Quod enim in unaquaque re *facere jubent id quod rectum est*; antequam Recti Regula aliqua & mensura certa constituta sit; (quam hactenus nemo constituit) inutile est. Quoniam igitur officiorum, id est, moralis scientiæ ignorationem bella civilia atque inde calamitates maximæ consequuntur, ejusdem cognitioni, commoda his contraria meritò attribuemus. Videmus itaque universæ philosophiæ (ut laudem, cœteramque jucunditatem inde provenientem taceamus) quanta sit utilitas.

8. Subjectum Philosophiæ, sive materia circa quam versatur, est corpus omne cujus generatio aliqua concipi, & cujus comparatio secundùm ullam ejus considerationem institui potest. Sive in quibus compositio & resolutio locum habet; id est omne corpus quod generari, vel aliquam habere proprietatem, intelligi potest.

Deducitur autem hoc ex ipsa Philosophiæ definitione, cujus munus est vel proprietates ex generatione, vel generationem ex proprietatibus investigare; ubi ergo generatio nulla, aut nulla proprietas, ibi nulla Philosophia intelligitur. Itaque excludit a se Philosophia, Theologiam, doctrinam dico de natura & attributis Dei, æterni, ingenerabilis, incomprehensibilis & in quo nulla compositio nulla divisio institui, nulla generatio intelligi potest.

Excludit doctrinam de Angelis & rebus illis omnibus quæ nec corpora, nec corporum affectus existimantur; quia in illis locus non est compositioni, nec divisioni, ut in quibus non est magis nec minus, id est, nullus locus ratiocinationi.

Excludit Historiam tam naturalem quam Politicam, etsi philosophiæ utilissimas, (imò necessarias,) quia cognitio talis aut experientia est, aut authoritas, non autem ratiocinatio.

Excludit scientiam omnem quæ oritur ex divina inspiratione, vel revelatione, quippe quæ non est acquisita ratione, sed gratiâ divinâ & actu instantaneo (quasi sensio quædam supernaturalis) dono data.

Excludit doctrinam omnem non modo falsam, sed etiam non bene fundatam; nam quæ recta ratiocinatione cognoscuntur, ea falsa, aut dubia esse non possunt; itaque excluditur Astrologia qualis hodiè ostentatur, & cœteræ hujusmodi divinationes potius quam scientiæ; Postremò excluditur à philosophiâ, doctrina de cultu Dei qui non à ratione naturali, sed ab authoritate Ecclesiæ cognoscendus est, neque ad scientiam sed ad fidem pertinet.

9. Philosophiæ partes principales duæ sunt; Corporum enim Generationes, proprietatesque quærentibus, duo corporum quasi summa genera maximeque inter se distincta sese offerunt; Unum, quod à natura rerum compaginatum, appellatur *Naturale*; alterum, quod à voluntate humana conventionibus pactionibusque hominum constitutum *Civitas* nominatur. Hinc itaque oriuntur primò duæ partes Philosophiæ, *Naturalis*, & *Civilis*. Deinde verò quia ad cognoscendas civitatis proprietates, necessarium est ut hominum ingenia, affectus, mores, ante cognoscantur, Philosophia civilis rursus in duas partes scindi solet, quarum ea quæ de ingeniis moribusque tractat, *Ethica*, altera quæ de officiis civium cognoscit, *Politica*, sive *Civilis* simpliciter nominatur. Dicemus itaque (postquam ea quæ ad Philosophiæ ipsius naturam pertinent præmiserimus) Primo loco de *Corporibus naturalibus*; Secundo de *ingenio & moribus Hominis*; Tertio, de *officiis civium*.

10. Postremò cum sint fortasse nonulli, cui definitio Philosophiæ supra tradita non placet, quique libertate ad arbitrium definiendi concessa, quidlibet ex quolibet concludi posse dictitant (quamquam hanc ipsam definitionem convenire cum sensu omnium hominum non difficulter ostendi posse putem) tamen ne ea de re disputandi aut mihi aut illis causa sit, profiteor me hac opera traditurum esse Elementa scientiæ ejus quâ ex cognitâ rei generatione investigantur effectus, vel contra ex cognito effectu generatio ejus, ut illi qui Philosophiam aliam quærunt, eam aliunde petere admoneantur.

Caput. II.

De vocabulis.

1. *Monimentorum sensibilium sive* Notarum *ad memoriam necessitas. Notæ definitio.* 2. *Eorundem necessitas ad significandos animi conceptus.* 3. *Utrumque horum præstant* Nomina. 4. *Nominis definitio.* 5. *Nomina signa sunt non rerum sed cogitationum.* 6. *Nomina quarum rerum sint.* 7. *Nomina Positiva & Negativa.* 8. *Nomina Contradictoria.* 9. *Nomen commune.* 10. *Nomina primæ & secundæ intentionis.* 11. *Universale, Particulare, Individuum, Indefinitum.* 12. *Nomen Univocum, & Æquivocum.* 13. *Nomen absolutum & Relativum.* 14. *Nomen simplex & compositum.* 15. *Prædicamenti descriptio.* 16. *Notanda quædam circa prædicamenta.*

1. Quàm sint cogitationes hominum fluxæ & caducæ, quàmque fortuita earum repetitio, nemini deesse possunt certissima in semetipso experimenta. Neque enim quantitatum sine sensibilibus & præsentibus mensuris, neque colorum sine sensibilibus & præsentibus exemplaribus, neque numerorum sine nominibus numeralibus (ordine dispositis, memoriterque recitatis) meminisse quisquam potest. Itaque absque aliquo tali adjumento, quicquid homo apud animum suum ratiocinando collectum habuerit, statim elabitur, nec potest nisi iterato opere revocari. Ex quo sequitur, *ad Philosophiæ* acquisitionem, necessaria esse monimenta aliqua sensibilia, quibus & reduci cogitationes præteritæ, & suo quæque ordine tanquam registrari possint. Hujusmodi monimenta sunt quas vocamus *Notas*; nimirum, *res sensibiles arbitrio nostro adhibitas, ut illarum sensu, cogitationes in animum revocari possunt similes iis cogitationibus quarum gratia sunt adhibitæ.*

2. Rursus etsi unus aliquis homo quamquam excellentis ingenii, partim ratiocinando, partim *notas* ad memoriam adjuvandam inveniendo atque ediscendo tempus suum omne contereret, quis illum non videt neque sibi multum, & aliis nihil profuturum? nisi enim monimenta quæ invenerit sibi, communia quoque aliis sint, scientia ejus cùm ipso peribit.

Quod

Quod si communia sint multis eadem monimenta, sive *notæ*, & quæ ab uno inveniuntur aliis tradita fuerint, cum universi generis humani utilitate, scientiæ augeri possunt. Itaque ad Philosophiæ acquisitionem, necessarium est ut sint signa aliqua quibus quæ ab aliis excogitata sunt, aliis patefieri & demonstrari possint. *Signa* autem vocari solent *Antecedentia Consequentium, & Consequentia Antecedentium, quotus plerumque ea simili modo præcedere & consequi experti sumus.* Exempli gratia, Nubes densa signum est Consequuturæ Pluviæ, & Pluvia signum Antecedentis Nubis; ob eam causam, quòd rarò nubem densam sine sequente pluvia, pluviam autem sine antecedente nube numquam experti sumus. Signorum autem alia naturalia sunt quorum exemplum est quod modo dixeramus; alia arbitraria, nimirum quæ nostra voluntate adhibentur; qualia sunt, suspensa hedera, ad significandum vinum vænale; Lapis, ad significandum agri terminum; & voces humanæ certo modo connexæ, ad significandas animi cogitationes & motus. Notæ ergo & signi differentia est, quod illæ nostri, hoc aliorum gratia institutum sit.

3. Voces humanæ, sic, ut cogitationum signa sint, connexæ, *Oratio*, partes vero singulæ Nomina appellantur. Cùm autem Philosophiæ ut diximus, & *Notæ* & *signa* (*Notæ* ut recordari, *signa* ut demonstrare cogitationes nostras valeamus) necessaria sint; Nomina utramque rem præstant. Sed *Notarum* priùs quam *signorum* officio funguntur. Nam homini, etsi unicus in mundo existeret, inservirent quidem ad memoriam, cùm tamen ad demonstrationem, nisi alius sit cui demonstret, inservire non possent. Præterea, Nomina per se singula *Notæ* sunt; nam cogitata revocant, etiam solæ, signa verò non sunt, nisi quatenus in oratione disponuntur & partes ejus sunt. Verbi gratia, vox *Homo* excitat quidem in audiente, Ideam Hominis, non tamen (nisi quis addat, est animal, vel aliud aliquid æquivalens) significat aliquam ideam fuisse in animo loquentis, sed voluisse eum aliquid dicere, quod potuit quidem incipere à voce *Homo*, potuit verò etiam à voce *Homogeneum*. Natura itaque *Nominis* consistit primariò in eo quod sit *nota*, adhibita memoriæ causâ; accidit autem ut serviat quoque significandis, demonstrandisque iis rebus quas memoriâ tenemus. Definiemus igitur Nomen hoc modo.

4. *Nomen est vox humana arbitratu hominis adhibita, ut sit Nota quâ cogitationi præteritæ cogitatio similis in animo excitari possit, quæque in oratione disposita, & ad alios prolata signum*

iis

ita sit quali; cogitatio in ipso proferente præcessit vel non præcessit. Quod autem nomina ab arbitrio hominum orta esse supposuimus, rem minimè dubiam brevitatis causa assumi posse judicavi; cui enim, qui verba quotidiè nova nasci, vetera aboleri, diversa diversis gentibus in usu esse, denique qui inter res & verba neque similitudinem esse, neque comparationem ullam institui posse videt, in animum venire potest naturas rerum sibi metipsis nomina sua præbuisse? Quamquam enim nomina quædam animalium, aliarumque rerum quibus parentes nostri primi uterentur, docuerit Deus, ea tamen arbitrio suo posuit, & postea tùm ad turrim Babel, tùm etiam procedente tempore passim in desuetudinem & oblivionem abierunt, aliique in eorum locum, arbitrio hominum inventa & recepta successerunt.

Porro quicunque vulgò vocabulorum usus sit, Philosophis tamen qui scientiam suam aliis tradituri sunt, nomina ad sensus suos significandos quæ voluerint, modò se intelligi faciant adhibendi potestas semper, etiam necessitas quandoque fuit, atque erit. Nam Mathematicis, ut figuras à se inventas *Parabolas*, *Hyperbolas*, *Cissoeidas*, *Quadratrices*, *&c.* appellarent, vel ut magnitudines nominarent aliam A, aliam B, non erat à quoquam impetrandum nisi à se ipsis.

5. Quoniam autem Nomina, ut definitum est, disposita in oratione, signa sunt conceptuum; manifestum est ea non esse signa ipsarum rerum; quo sensu enim intelligi potest sonum hujus vocis *Lapis* esse signum *Lapidis*, alio quam ut is qui vocem eam audisset colligeret loquentem de lapide cogitasse? Itaque disputatio illa an nomina significent *materiam*, an *formam*, an *compositum*, aliæque ejusmodi metaphysicorum, errantium sunt, nec intelligentium verba de quibus disputant.

6. Neque vero ut omne nomen, alicujus rei nomen sit, necessarium est. Sicut enim voces *Homo*, *Arbor*, *Lapis*, ipsarum rerum nomina sunt, ita quoque imagines Hominis, Arboris, Lapidis, quæ occurrunt somniantibus, sua sibi habent nomina, quamvis res non sint, sed rerum figmenta tantum & Phantasmata. Datur enim ipsarum meminisse, ideoque nominibus eas non minus quam res ipsas notari & significari oportet. Etiam vox hæc *Futurum* nomen est, sed res Futura nondum ulla est, neque scimus quod futurum vocamus, an futurum unquam sit; attamen quia cogitatione, præterita præsentibus subnectere soliti sumus, Nomine *Futuri* talem subnexionem significamus. Porro quod neque est, neque fuit, neque erit, neque

neque esse potest, nomen tamen habebit, hoc ipsum scilicet, *quod neque est, neque fuit, &c.* vel brevius hoc, *Impossibile*. Denique vox hæc *Nihil* Nomen est, Rei tamen Nomen esse non potest. Nam si (exempli gratia) subducentes binarium & ternarium ex quinario, non videmus ullum residuum, si illius subductionis meminisse velimus, Oratio hæc *Nihil residuum est*, & in illa, nomen *Nihil*, inutile non est. Propter eandem rationem etiam *Minus quam Nihil* dicetur rectè de residuo, ubi majus detrahitur à minore. Hujusmodi enim residua doctrinæ causâ fingit sibi animus, cupitque, quoties opus est, in memoriam revocare. Quoniam autem *Nomen* omne ad aliquod *Nominatum* relationem habeat, etsi Nominatum non semper Res sit, existens in rerum natura, Licebit tamen doctrinæ causa, pro *Nominato*, *Rem* dicere, tanquam idem essent, sive *Res* illa verè existat, sive ficta sit.

7. Nominum distinctio, prima erit, quod alia sint *Positiva* sive *Affirmativa*, alia *Negativa*, quæ & *Privativa*, & *Infinita* appellari solent. *Positiva* sunt, quæ propter similitudinem, æqualitatem, vel identitatem; *Negativa* quæ propter diversitatem vel dissimilitudinem, vel inæqualitatem rerum cogitatarum imponuntur. Illorum exempla sint, *Homo*, *Philosophus*, nam *Homo*, quemlibet è multis hominibus, Philosophus quemlibet è multis Philosophis denotat propter omnium similitudinem; item *Socrates*, positivum nomen est, propterea quod unum semper atque eundem denotat. *Negativorum* exempla sunt, quæ fiunt ex adjecta ad *Positivum* particula negativa *Non*; ut non-Homo, non-Philosophus. Sunt autem *Positiva Negativis* priora, neque enim nisi præexistentibus illis, usus horum esse potuit; nam cum nomen *Albi* certis rebus impositum est, deinceps vero aliis rebus nomina, *Nigri*, *Cærulei*, *Diaphani*, *&c.* non potuerunt horum omnium cum *Albo* dissimilitudines quæ numero infinitæ sunt, uno nomine præterquam *Albi* negatione, hoc est, nomine *Non-albi*, vel huic æquipollenti in quo vox *Albi* repetitur, (quale est *Albo dissimile*) contineri. Atque his negativis revocatis in animum, & significamus quid non cogitavimus.

8. Nomen autem *Positivum* & *Negativum* contradictoria inter se sunt, ita ut ejusdem rei nomina ambo esse non possint. Præterea contradictoriorum nominum, alterum quidem cujuslibet rei Nomen est. Quicquid enim est, vel Homo est, vel Non-homo, Album vel non Album, & sic de cæteris. Quod quidem manifestius est quam ut probari aut explicari ampliu

plius debeat. Nam qui hoc sic enuntiant *Idem non potest esse, & non esse* obscurè; qui verò sic, *Quicquid est, vel est, vel non est*, etiam absurdè & ridiculè loquuntur. Hujus Axiomatis certitudo nimirum (duorũ nominũ contradictoriorum, alterum cujuslibet rei nomen esse, alterum non esse) Principium est & fundamentum omnis ratiocinationis, id est omnis Philosophiæ; itaque accuratè enuntiari debuit, ut omnibus per se clara & perspicua esset, sicut revera est, nisi iis qui longos de hac re sermones apud Metaphysicos legentes, ubi nihil vulgare dici putant, id quod intelligunt, intelligere se nesciunt.

9. Deinde, Nominum alia sunt pluribus rebus *communia*, ut *Homo*, *arbor*; alia singulis rebus *propria*, ut *is qui scripsit Iliadem*; *Homerus*. *Hic*. *Ille*. *Nomen* autem *commune*, cum sit plurium rerum sigillatim sumptorum nomen, non autem collectivè omnium simul (ut *Homo*, non est generis humani, nomen, sed uniuscujusque, ut Petri, Johannis & cæterorum hominum seorsim) vocatur ab eam rem *universale*; Est ergo nomen hoc *universale*, non rei alicujus existentis in rerum natura, neque Ideæ, sive Phantasmatis alicujus in animo formati, sed alicujus semper vocis sive nominis Nomen. Ita ut cum dicatur Animal, vel Saxum, vel spectrum, vel aliud quicquam esse Universale, non intelligendum sit ullum hominem, Saxum &c. fuisse, esse, aut esse posse universale, sed tantum voces eas *Animal*, *Saxum*, *&c.* esse nomina universalia, id est, nomina pluribus rebus communia, & respondentes ipsis in animo conceptus sunt singularium animalium vel aliarum rerum imagines & Phantasmata. Ideoque non est opus ad vim *universalis* intelligendam alia facultate quam imaginativa, qua recordamur voces ejusmodi modo unam rem modo aliam in animo excitasse. *Communium* etiam *Nominum*, alia sunt magis, alia minus *communia*; magis *commune* est quod plurium, minus quod pauciorum rerum nomen est. Ut *Animal* magis commune est quam *Homo*, vel quam *Equus*, aut *Leo*, quia illud hæc omnia complectitur; itaque nomen magis commune, respectu minus communis, quod sub ipso continetur, *Genus* vel *Generale* dici solet, hoc vero illius *species* vel *speciale* dicitur.

10. Atque hinc distinctio nominum tertia existit, videlicet ut alia *primæ* alia *secundæ intentionis* dicta sint. Primæ intentionis sunt nomina rerum, ut *Homo*, *Lapis*, secundæ sunt nomina nominum & orationum, ut *universale*, *Particulare*, *Genus*, *Species*, *Syllogismus* & similia. Quare autem illa primæ, hæc secundæ intentionis dicta sunt, difficile est pronuntiare; nisi fortè iis rebus nomina imponere quæ ad vitam quotidianam conducebant, intentio prima, deinde verò iis rebus quæ pertinebant ad scientiam, id est nominibus dare nomina, posterior & secunda cura fuerit. Sed quacunque de Causa hoc factum sit, manifestum tamen est *Genus*, *Species*, *Definitionem* non esse nomina aliarum rerum præterquam vocum & nominum; & propterea non rectè Poni in Metaphysicis *Genus* & *Speciem* pro rebus, & definitionem pro rei natura, cum sint tantùm cogitationum nostrarum de natura rerum significationes.

11. Quartò Nominum alia sunt significationis certæ sive determinatæ, alia indeterminatæ, sive indefinitæ. Determinatæ & certæ significationis est primò nomen quod unius tantum rei est, & vocatur *Inividuum*, ut *Homerus*, *Hæc arbor*, *illud animal*. Secundo quod habet adjectam vocem, *Omne*, *quodlibet*, *utrumque*, *utrumvis*, vel aliam æquipollentem. Vocatur autem *universale* quia nomen est uniuscujusque in illis pluribus quibus commune est. Sunt autem significationis certæ propterea quod is qui audit concipit animo rem quam loquens conceptam vellet. *Indefinitæ* significationis nomen est, primo cui adjicitur vox *aliqua*, *quædam*, vel alia his æquipollens, & vocatur *Particulare*. Deinde nomen commune nudè positum sine notâ ullâ aut universalitatis aut particularitatis, ut *Homo*, *Lapis*, vocaturque *Indefinitum*, utrumque autem *Particulare* & *Indefinitum* ideo incertæ sunt significationis, quia is qui audit, nescit de qua re is qui loquitur sese intelligi velit. Itaque in oratione nomen *Indefinitum* & *Particulare* pro æquivalentibus censeri debent.

Sunt autem voces illæ universalitatis & particularibus *omne*, *quodlibet*, *aliquod*, *&c.* non nomina sed Nominum partes, ut idem sit *omnis Homo*, & Homo ille *quem audiens animo concipiet*, & quidam Homo, idem quod *Homo ille quem loquens animo jam concepit*. Ex quo intelligi etiam potest, hujusmodi signorum usum esse homini non propter se, sive ad scientiam propria meditatione acquirendam, (habet enim unusquisque cogitationem suam sine his determinatam) sed propter alios, id est, ad docendum, & ad conceptus suos aliis significandos; nec fuisse ea memoriæ, sed colloquii causâ excogitata.

12. Solent etiam distingui nomina, in *univoca*, & *æquivoca*; ut *univoca* sint quæ in eadem serie ratiocinationis idem semper significant, *Æquivoca* verè quæ nunc uno nunc alio modo

modo intelligenda sunt. Ut si quis Nomen Trianguli *univocum* esse diceret quod in eodem sensu semper accipiatur, Parabolam verò Æquivocum quia quandoque allegoriam aut similitudinem, quandoque figuram quandam Geometricam denotat. Etiam omnis metaphora ex professo Æquivoca est; sed distinctio hæc non est ipsorum nominum, sed iis utentium, quorum alii, vocibus (ad eliciendam veritatem) propriè & accuratè utuntur, alii ad ornatum, vel ad fallaciam abutuntur.

13. Quintò nominum alia Absoluta, alia Relativa appellantur. Relativa sunt quæ imponuntur propter comparationem; ut *Pater, filius, Causa, effectus, Simile, dissimile, æquale, inæquale, Dominus, servus*, &c. Quæ verò non ad significandam comparationem imponuntur, ea vocantur *Absoluta*. Sicut autem de universalitate dictum est, eam vocibus, non rebus attribui oportere, sic etiam de cæteris nominum distinctionibus dicendum est; nimirum, nullam rem *univocam* aut *æquivocam*, *relativam* aut *absolutam* esse. Est quoque alia nominum distinctio, in *concreta* & *abstracta*, sed quoniam nomina abstracta, orta sunt à propositione, nec potuere constitui sine supposita affirmatione, de iis dicemus, * suo loco.

* Cap. 3. art. 4.

14. Sexto. Nomina alia *simplicia*, alia *composita* sive conjuncta sunt. Imprimis autem monendum est, nomen non ita in Philosophia sumi, sicut in Grammatica, ut unum nomen sit, quod una constat voce, sed quod simul sumptum nomen sit unius rei. Nam Philosophis totum hoc, *Corpus animatum sentiens* unum Nomen est, quia unius rei, nimirum unius cujuscunque animalis, quæ tamen Grammaticis tria sunt nomina. *Simplex* à *composito* non distinguitur ut in Grammatica, *per præpositionem*. *Simplex* nomen hic appello, quod in unoquoque genere communissimum sive universalissimum est. Compositum verò quod per adjunctum aliud nomen fit minus universale, significatque plures conceptus extitisse in animo propter quos nomina illa posteriora addita sunt. Exempli causa, in conceptu hominis (sicut in superiore capite indicatum est) primus conceptus est eum aliquid esse extensum, cui rei notandæ adhibitum est nomen *Corpus*; itaque *Corpus* est nomen simplex positum scilicet pro unico illo primo conceptu, deinde cum video illam moveri tali modo, alius nascitur conceptus, propter quem nominatur *Corpus Animatum*, quod *nomen* hic *compositum appello*, sicut etiam nomen *Animal* quod *corpori animato* æquivalet. Eodem modo *Corpus animatum*

animatum rationale ipsique æquivalens *Homo*, magis adhuc compositum est. Atque sic videmus compositionem conceptuum in animo respondere compositioni nominum; nam ut in animo una idea sive Phantasma alteri supervenit, & huic aliud, ita nomini uni aliud atque aliud superadditur, & fit ex omnibus unum nomen compositum. Cavendum tamen est ne putemus eodem modo componi ipsa corpora extra animum, nimirum, Esse in rerum natura corpus sive existens aliquid imaginabile, quod primò nullam omnino habeat magnitudinem, deinde addita magnitudine fiat quantum, & pro magnâ vel parvâ quantitate appositâ Densum aut Rarum; & rursus adjunctâ figurâ fiat figuratum; & postea injecto lumine vel colore, Lucidum, & Coloratum, quamquam sunt nonnulli qui sic Philosophati sunt.

15. Scriptores Logici Nomina (per omnia rerum Genera) minus communia magis communibus subordinando in quasdam scalas sive gradus digerere conati sunt; Velut in Genere corporum, primo & summo loco *Corpus* simpliciter ponere, deinde sub ea, nomina minus communia quibus Limitetur & determinatius fiat, nimirum *Animatum*, & *inanimatum*, & sic deinceps donec perveniatur ad *individua*; similiter in genere quantitatum, primo & summo loco ponunt *quantum*, deinde, *lineam*, *superficiem*, & *solidum*, nomina minus lata; Atque hos ordines nominum sive scalas appellare solent *Prædicamenta*, & *Categoriæ*. Ordinantur autem Nomina non modo *Positiva* sed etiam *Negativa*. Exempla autem sive *Formulæ* Prædicamentorum hujusmodi esse possunt.

Formulæ

Formula Prædicamenti Corporum.

- Non Corpus, sive Accidens
- Corpus
  - Non animatum
  - Animatum
    - Non Animal
    - Animal
      - Non Homo
      - Homo
        - Non Petrus.
        - Petrus.

Consideratur autem tum Accidens tum Corpus
- absolutè ut
  - Quantitas; tantum.
  - Qualitas; tale.
- vel Comparatè, & dicitur Relatio.

Formula Prædicamenti Quantitatum.

- Quantitas
  - Non continua ut numerus
  - Continua
    - per se ut
      - linea
      - superficies
      - solidũ
    - per accidens
      - propter lineam, ut Tempus.
      - propter lineam & tempus, ut Motus.
      - propter motum & solidum, ut Vis.

Formula

Ubi notandum est *lineam*, *superficiem*, & *solidum* tanta dici, id est, æqualitatis & inæqualitatis capacia esse primariò & naturâ suâ; *tempus* autem nisi propter *lineam*, & *motum*; *velocitatem* nisi propter *lineam* & *tempus*; postremo *vim* nisi propter *solidum* & *velocitatem* alia aliis majorà minorà vel æqualia, aut omnino quantitates dici non posse.

Formula prædicamenti Qualitatis.

- Qualitas
  - Sensio
    - Primaria
      - Visus.
      - Auditus.
      - Odoratus.
      - Gustus.
      - Tactus.
    - Secundaria
      - Imaginatio.
      - Affectio
        - jucunda.
        - molesta.
  - Qualitas sensibilis
    - per Visum, Lux & Color.
    - per Auditum, Sonus.
    - per Odoratum, Odor.
    - per Gustum, Sapor.
    - per Tactum, Duritiés, calor, frigus, &c.

Formula Prædicamenti Relationis.

- Relatio
  - Magnitudinum, ut æqualitas, & inæqualitas.
  - Qualitatum, ut similitudo, & dissimilitudo.
  - Ordinum
    - Simul
      - Loco.
      - Tempore.
    - non Simul
      - Loco
        - prius.
        - posterius.
      - Tempore
        - Prius.
        - Posterius.

16. Circa quæ Prædicamenta notandum inprimis est, quod sicut in primo factum est, ita fieri posse in cæteris, ut divisio semper sit in nomina contradictoria; nam ut ibi *Corpus* dividitur in *Animatum* & *Non-animatum*, ita in Prædicamento secundo potest *quantitas continua* dividi in *lineam* & *non-lineam*, & rursus *non-linea* in *superficiem*, & *non superficiem*; & sic in cæteris, sed non fuit necesse.

Secundo observandum est, quod nominum *positivorum* inferius semper continetur à superiore, Negativorum vero superius ab inferiore. Nam exempli gratia. *Animal* nomen est unius cujusque Hominis, & ideò continet in se nomen *Homo*, cum contra *Non-homo* nomen sit unius cujusque rei quod non est Animal, Ideoque nomen *Non-Animal* quod ponitur superius continetur ab inferiore nomine *Non-homo*.

Tertiò cavendum est ne putemus, sicut nomina, ita etiam rerum ipsarum diversitates hujuscemodi distinctionibus per contradictoria exhauriri aut numero limitari posse; aut argumentum inde sumi (ut ridiculè quidam fecerunt) ad probandum rerum ipsarum species non esse infinitas.

Quartò nolo quemquam arbitrari, prædictas has formulas pro certa & vera nominum ordinatione à me exhiberi; nam hujusmodi ordinatio nisi a Philosophiâ perfectâ *stabiliri* non potest; neque si ego, exempli causa, lucem in prædicamento qualitatum, alter in prædicamento corporum collocet, ob eam rem aut ego illum, aut ille me ullo modo dimovebit à sententia; hoc enim argumentis & ratiocinando, non dispositione vocularum faciendum est.

Postremò fateor me prædicamentorum usum in Philosophia hactenus non magnum perspexisse. Cepit opinor Aristotelem libido quædam pro authoritate sua, cùm rerum non posset, verborum tamen censum peragendi; ego autem idem hic feci, sed eo fine, ut qualis res sit intelligatur, non ut pro vero vocum ordine, nisi postquam ratione comprobabitur, habendum sit.

CAP.

CAPUT III.

De propositione.

1. *Orationum species diversæ.* 2. *Propositionis definitio.* 3. *Quid sint* Subjectum, Prædicatum & Copula, & *quid* Abstractum, & Concretum. 4. *Usus & abusus nominum Abstractorum.* 5. *Propositio* Universalis & Particularis. 6. Affirmativa & Negativa. 7. Vera & Falsa. 8. *Verum & Falsum in oratione, non in rebus esse.* 9. *Propositio* Prima & non-prima, Definitio, Axioma, Petitio. 10. *Propositio* Necessaria, & Contingens. 11. Categorica & Hypothetica. 12. *Propositio eadem multis modis profertur.* 13. *Quæ ad eandem Categoricam reduci possunt* æquipollentes *esse.* 14. *Universales conversas per nomina contradictoria* æquipollentes *esse.* 15. *Negativas easdem esse, sive Negatio antè sive post Copulam ponatur.* 16. *Particulares simpliciter conversas* æquipollentes *esse.* 17. *Quæ sint* Subalternæ, contrariæ, subcontrariæ, contradictoriæ. 18. *Quid sit* Consequentia. 19. *Falsum ex veris non sequi.* 20. *Quomodo propositio propositionis sit causa.*

1. EX conexione sive contextu Nominum, orationis diversæ oriuntur species; quarum aliæ desideria & affectus hominum significant, quales sunt *Interrogationes*; quæ desiderium significant cognoscendi, ut *Vir bonus est quis?* ubi nomen unum ponitur, alterum desideratur, atque ab eo quem interrogamus expectatur. *Precationes*, quæ desiderium significant aliquid habendi; *Promissiones*, *comminationes*, *optiones*, *jussiones*, *lamentationes*, aliaque aliorum affectuum indicia. Potest etiam esse oratio omnino absurda, & insignificans, nimirum ubi nominum seriei, nulla in animo respondet series conceptuum; queniadmodum sæpè accidit hominibus qui de rebus valdè subtilibus cum nihil intelligant, intelligere tamen videri volunt, ut verba proferant incohærentia; Nam verborum etiam incohærentium connexio, etsi orationis fine (id est significatione) careat, oratio tamen est; occurritque apud scriptores Metaphysicos non multò minus sæpè quàm oratio significativa. Philosophiæ unica orationis species est, quam

vocant alii quidem *Dictum*, alii *Enunciatum*, & *Pronuntiatum*, plerique autem *Propositionem*; videlicet orationem *affirmantium*, vel *negantium*, Notamque veritatis & falsitatis.

2. Est autem *Propositio oratio constans ex duobus nominibus copulatis qua significat is qui loquitur, concipere se, Nomen posterius, ejusdem rei Nomen esse; cujus est Nomen prius*; sive (quod idem est) nomen prius à posteriore contineri, Exempli causa, Oratio hæc *Homo* est *Animal*, in qua duo nomina copulantur per verbum *Est*, *Propositio* est; propterea quod qui sic dicit, significat putare se nomen posterius *Animal* nomen esse rei ejusdem cujus nomen est *Homo*, sive Nomen prius *Homo* contineri in nomine posteriore *Animal*.

Solet autem Nomen prius *Subjectum* vel *Antecedens*, vel *Contentum*, posterius *Prædicatum*, *Consequens*, vel *Continens* appellari; Signum connexionis in plerisque gentibus, vel est vox aliqua, ut illa *Est*, ut in propositione *Homo est Animal*, vel vocis casus sive terminatio aliqua, ut in hac propositione *Homo ambulat* (quæ idem valet quod *Homo est ambulans*) terminatio illa quâ dicitur *Ambulat* potiùs quam *Ambulans*, signum est ea nomina concipi ut copulata, sive ut nomina ejusdem rei; Sunt autem gentes nonnullæ, vel certè esse possunt, quæ vocem respondentem verbo nostro *Est* nullam omnino habeant, formant tamen propositiones sola nominis unius post aliud positione, tanquam pro *Homo est Animal* diceremus tantum *Homo Animal*, nam & ille ipse ordo nominum, connexionem suam satis indicare potest; neque ob eam rem quod careant voce *Est*, minus ad Philosophandum idonei sunt.

3. Itaque in omni *Propositione* tria consideranda occurrunt; Videlicet duo nomina *Subjectum* & *Prædicatum*, & *Copulatio*. Et nomina quidem in animo excitant cogitationem unius & ejusdem rei. *Copulatio* autem cogitationem inducunt causæ propter quam ea nomina illi rei imponuntur; ut cùm dicimus exempli gratiâ, *Corpus est mobile*, quamquam rem ipsam cogitent utroque nomine designatam, non tamen ibi acquiescit animus, sed quærit ulteriùs, quid sit illud *esse Corpus* vel *esse mobile*, id est, quæ sint in ea re diversitates ab aliis rebus, quare illa sic vocetur, aliæ non vocentur; quærentes itaque quid est *esse aliquid*, ut *esse mobile*, *esse Calidum*, &c. quærunt in rebus nominum suorum causas.

Atque hinc nascitur nominum illa (quam præcedente capite tetigimus) distinctio in *concreta* & *abstracta*; *Concretum* autem est quod rei alicujus quæ existere suppenitur nomen est; ideoque

ideoque quandoque *suppositum*, quandoque *subjectum* Græcè ὑποκείμενον appellatur; ut *Corpus*, *Mobile*, *Motum*, *Figuratum*, *Cubitale*, *Calidum*, *Frigidum*, *Simile*, *Æquale*, *Appius*, *Lentulus*, & similia. *Abstractum* est, quod in re supposita existentem nominis Concreti causam denotat, ut *esse Corpus*, *esse Mobile*, *esse motum*, *esse figuratum*, *esse tantum*, *esse calidum*, *esse frigidum*, *esse simile*, *esse æquale*, *esse Appium* vel *Lentulum*, & similia; vel nomina his æquivalentia, quæ communiter *Abstracta* dici solent, ut *Corporeitas*, *Mobilitas*, *motus*, *quantitas*, *calor*, *frigus*, *similitudo*, *æqualitas* (& quibus vocibus *Cicero* usus est) *Appietas*, *Lentulitas*. Ejusdem generis etiam sunt infinitiva, nam *Vivere*, *moveri*, idem sunt quod *vita*, & *motus*, vel *esse vivens*, & *esse motum*. Nomina autem abstracta causam nominis concreti denotant, non ipsam rem. Exempli gratiâ cum aliquid videamus, vel visibile aliquid animo concipiamus, apparet illa res, vel concipitur non in uno puncto, sed ut habens partes à partibus distantes, id est, ut extensa per spacium aliquod; quoniam igitur rem ita conceptam voluimus appellari *Corpus*, causa ejus nominis est, *esse eam rem extensam* sive *extensio* vel *corporeitas*; sic cùm videntes aliquid modo hinc modo inde apparere, vocamus illud, *motum*, vel *translatum*, causa nominis ejus est, *moveri* eam rem, sive *motus* ejus.

Causæ autem nominum eædem sunt quæ nostrorum conceptuum, nimirum potentia aliqua vel actio, vel affectio rei conceptæ, vel ut aliqui loquuntur *modi* ejus, plerumque autem vocantur Accidentia; Accidentia dico non eo sensu quo Accidens opponitur *Necessario*, sed quia non sunt res ipsæ, nec rerum partes, ita tamen res ipsas comitantur ut (excepta extensione) perire & destrui possint, abstrahi non possint.

4. Inter nomina *Concreta* & *Abstracta* hoc quoque interest, quod illa, propositione ex illis Conflatâ, priora sint, Hæc verò (quia nisi esset propositio, à cujus copulâ oriuntur, esse non possent) posteriora. Est autem nominum Abstractorum tum in omni vita, tum præcipuè in Philosophia, magnus & usus & abusus; usus in eo quod sine his Ratiocinari, id est, computare corporum proprietates plerumque non possumus; Cùm enim calorem, lucem, velocitatem, multiplicare dividere, addere, vel adimere vellemus; si duplicaremus, vel adderemus ea per nomina Concreta, dicendo (verbi gratia) calidum calidi, lucidum lucidi, motum moti duplum esse, non proprietates duplicaremus, sed ipsa corpora calida, lucida, mota, &c. quod non volebamus. Abusus autem in eo Consistit, quod cum videamus

dcant aliqui considerari posse, id est, ut diximus inferri in rationes quantitatis, caloris, & aliorum accidentium incrementa & decrementa sine consideratione corporum sive subjectorum suorum, (id quod appellatur *Abstrahere* sive seorsim ab illis existere) loquuntur de accidentibus tanquam possent ab omni corpore separari. Hinc enim originem trahunt quorundam metaphysicorum crassi errores; nam ex eo quod considerari potest cogitatio sine consideratione corporis, inferre volunt non esse opus corporis cogitantis; & ex eo quod quantitas considerari potest, non considerato corpore; existere etiam putant quantitatem sine corpore, & corpus sine quantitate, ita ut addita ad Corpus quantitate tum demum fiat quantum; Ab eodem fonte nascuntur illæ voces insignificantes, *substantiæ abstractæ*, *Essentia separata*, aliaque similia; Etiam Confusio illa vocum a verbo *Est* derivatarum, ut *Essentia*, *essentialitas*, *entitas*, *entitativum*, & *realitas*, *aliquidditas*, *quidditas*, quæ apud gentes quibus copulatio non fit per verbum *Est*, sed per verba adjectiva ut *currit*, *legit*, &c. uel per meram nominum collocationem audiri non potuissent, quæ tamen gentes cum Philosophari ut cæteræ possunt, non sunt itaq; eæ voces, Essentia, Entitas omnisque illa Barbaries ad Philosophiam necessarius non est.

5. Propositionum distinctiones multæ sunt quarum prima sit, quod alia *Universalis* sit, alia *Particularis*, alia *Indefinita*, alia *Singularis*, quæ distinctio *quantitatis* appellari solet. *Universalis est*, cujus *subjectum* affectum est signo Universalis nominis; ut *Omnis homo est Animal*. *Particularis* cujus *subjectum* affectum est signo Nominis Particularis; ut *Quidam homo est doctus*. *Indefinita* cujus *subjectum* & commune nomen est, & sine signo; ut *Homo est animal*, *Homo est doctus*. *Singularis* est, cujus subjectum est nomen singulare; ut *Socrates est Philosophus*. *Hic homo est niger*.

6. Secunda distinctio, quæ *qualitatis* dicitur, est in *Affirmativam* & *negativam*. *Affirmativa* est, cujus Prædicatum est *nomen Positivum*, ut *Homo est animal*. *Negativa* cujus *Prædicatum* est *nomen Negativum*, ut *Homo est non lapis*,

7. Tertia distinctio est, quod alia *Vera* est, alia *Falsa*. *Vera* est cujus *Prædicatum* continet in se *Subjectum*; sive cujus *Prædicatum* nomen est unius cujusque rei, cujus nomen est *Subjectum*; ut *Homo est animal*, vera propositio est, propterea quod quicquid vocatur Homo, idem vocatur quoque Animal. Et *quidam homo est ægrotus vera* est, cùm sit cujusdam hominis nomen Ægrotus. Quæ autem vera non est, sive cujus *Prædicatum* non continet subjectum, ea Falsa appellatur, ut *Homo est Saxum*.

Voces autem hæ *Verum*, *veritas*, *vera Propositio*, idem valent. Veritas enim in dicto, non in re consistit: nam etsi *Verum* opponatur aliquando *Apparenti*, vel *Ficto*, id tamen ad veritatem Propositionis referendum est; nam ideo simulachrum hominis in speculo, vel spectrum, negatur esse verus homo, propterea quod hæc Propositio, *Spectrum est Homo*, vera non est; nam ut spectrum non sit verum spectrum, negari non potest. Neque ergo Veritas, rei affectio est, sed Propositionis. Quod autem a metaphysicis dici solet *Ens*, *unum* & *verum*, idem sunt, nugatorium & puerile est; quis enim nescit, Hominem, & unum hominem & verè hominem idem sonare.

8. Intelligitur hinc veritati & falsitati locum non esse, nisi in iis animantibus qui oratione utuntur. Etsi enim animalia orationis expertia, hominis simulachrum in speculo aspicientia similiter affecta esse possint, ac si ipsum hominem viderent, & ob eam causam frustrà eum metuerent, vel abblandirentur, rem, tamen non apprehendunt tanquam veram aut falsam, sed tantum ut similem, neque in eo falluntur. Quemadmodum igitur orationi benè intellectæ debent homines, quicquid rectè ratiocinantur; ita eidem quoque malè intellectæ debent errores suos; & ut Philosophiæ decus, ita etiam absurdorum dogmatum turpitudo solis competit hominibus. Habet enim oratio (quod dictum olim est de *Solonis* legibus) simile aliquid telæ aranearum; nam hærent in verbis & illaqueantur ingenia tenera & fastidiosa, fortia autem perrumpunt.

Deduci hinc quoque potest, veritates omnium primas, ortas esse ab arbitrio eorum qui nomina rebus primi imposuerunt, vel ab aliis posita acceperunt. Nam exempli causa verum est *Hominem esse Animal*, ideò quia eidem rei duo illa nomina imponi placuit.

9. Quartò, distinguitur propositio in *Primam* & non *Primam*. Prima est cujus Prædicatum est nomen, quod per plura nomina subjectum explicat, ut *Homo*, *est corpus animatum rationale*; idem enim quod comprehenditur in nomine *Homo*, fusius dicitur nominibus conjunctis *Corpus*, *Animatum*, *Rationale*; dicitur autem *prima* quia prima est in ratiocinatione; nam nisi nomine rei de qua quæritur, prius intellecto, nihil probari potest. Sunt *Primæ* autem nihil aliud præter definitiones, vel definitionis partes, & hæ solæ principia demonstrationis

tionis sunt, nimirum veritates arbitrio loquentium audientiumque factæ, & propterea indemonstrabiles; Sunt qui his addunt alias quasdam propositiones quas appellant *primas* & *principia*, nempe *Axiomata* sive *communes notiones*; quæ quia (etsi probatione non egent propter evidentiam) probari possunt, non sunt verè *Principia*; ideóque minus recipienda pro Principiis, quòd sub nomine *Principiorum* multa ignota & quandoque falsa clamore hominum qui omnia quæ ipsi vera esse putant, pro claris obtrudunt. Solent quoque Petitiones quædam in numerum recipi *Principiorum*, ut verbi gratia, *Posse inter duo puncta duci lineam rectam*, cæteræque Petitiones Geometrarum. Et Principia quidem illa sunt artis, sive constructionis, non autem scientiæ & demonstrationis.

10. Quintò distinguitur *Propositio*, in *Necessariam* (id est necessariò veram) & *veram quidem sed non Necessariò*, quam vocant *Contingentem*. *Necessaria* est, quando nulla res concipi potest sive fingi ullo tempore, cujus nomen *sit Subjectum*, quin ejusdem Nomen sit etiam *Prædicatum*. Ut *Homo est Animal* necessaria propositio est, quia quocunque tempore supponimus rei alicui convenire Nomen *Homo*, eidem rei conveniet quoque nomen *Animal*. *Contingens* verò est quæ modo vera, modo falsa esse potest, ut *Omnis corvus est Niger*; hodiè quidem contingere potest ut sit vera, alio tempore ut sit falsa. Rursus in omni propositione Necessariâ, *Prædicatum* vel æquivalet Subjecto, ut in hac *Homo est animal rationale*, vel pars æquivalentis est, ut in hac *Homo est Animal*; Componitur enim nomen hoc *Animal rationale*, sive *Homo*, ex duobus, *Animal*, & *rationale*. At in Contingente hoc non fit, nam etsi vera esset *omnis homo est mendax*, quoniam tamen vox *mendax*, non est pars nominis compositi, cui æqualet nomen *Homo*, non dicetur illa propositio Necessaria sed Contingens, etiamsi semper ita contingeret. Necessariæ itaque propositiones illæ sunt quæ sempiternæ veritatis sunt.

Hinc quoque manifestum est veritatem non rebus sed orationibus adhærere, veritates enim aliquæ æternæ sunt; semper enim verum erit *si homo, tum animal*; ut autem homo, aut animal in æternum existat necesse non est.

11. Sexta distinctio propositionum est in *Categoricam* & *Hypotheticam*. *Categorica* est quæ simpliciter sive absolutè pronuntiata est; ut *Omnis Homo est Animal*. *Nullus Homo est Arbor*. *Hypothetica*, quæ conditionaliter; ut *si quis Homo est, is etiam animal est si quis homo est, is lapis non est*. *Categorica*; & *Hypothetica*

Hypothetica ipsi respondens in propositionibus Necessariis idem significant, in Contingentibus non idem; exempli causa, si hæc *Omnis Homo est Animal* vera sit, vera quoque erit, *si quis homo est, is etiam animal est*; sed in Contingentibus etsi vera sit *Omnis corvus niger est*, falsa tamen erit *si quid corvus sit, id nigrum est*. Propositionem autem *Hypotheticam* tum veram esse rectè dicunt quando consequentia est vera, ut veram esse *omnis Homo est Animal*, quando si vera sit, *illud est Homo*, non potest non esse vera, *Idem illud est animal*. Itaque quoties Hypothetica vera est, Categorica ei respondens non modo vera, sed etiam necessaria est; id quod adnotandum putavi, pro argumento ut tutius plerumque sit Philosophis per propositiones Hypotheticas quam per Categoricas ratiocinari.

12. Quoniam autem propositio quælibet pluribus modis & proferri, & scribi possit & soleat, & si loquendum semper sit sicut plurimi loquuntur, ab iis tamen qui philosophiam à doctoribus ediscunt, cavendum est ne varietate illa loquutionis decipiantur. Itaque si quando obscuritas aliqua occurrat, reducenda est propositio ad formam suam simplicissimam, & Categoricam, in qua sit expressa copulativa vox *est*, & *Subjectum* apertè separetur & distinguatur à *Prædicato*, neutrumque ullo modo cum *Copula* misceatur. Exempli gratia, propositio hæc, *Homo potest non peccare*, collata cum hac, *Homo non potest peccare*, quomodo differant tum cognoscitur, si reducantur ad has, *Homo est potens non peccare*, *Homo est non potens peccare*, ubi Prædicata apertè diversa sunt; sed hoc tacitè apud se, vel ad solum præceptorem faciendum; nam sic loqui in congressu hominum, absurdum & ridiculum est. Dicturus igitur de propositionibus æquipollentibus primo loco pono propositiones omnes quæ ad unam & eandem purè Categoricam reduci possunt, esse *æquipollentes*.

13. Secundò Categorica necessaria, suæ Hypotheticæ *æquipollens* est; quales sunt Categorica, *Triangulum rectilineum habet tres angulos æquales duobus rectis*; & Hypothetica, *si quid Triangulum sit, illud tres habet angulos æquales duobus rectis*.

14 Item duæ quælibet universales, quarum unius termini (id est subjectum & prædicatum) sunt alterius terminis contradictorii & positi ordine converso; ut hæ, *omnis homo est animal*, & *omne non animal est non homo*; quoniam enim vera est *omnis Homo est animal* nomen *Animal* continet nomen *Homo*, est autem utrumque nomen positivum, itaque per articulum ultimum præcedentis, nomen negativum *non Animal* continet nomen

nomen negativum *non Homo*, vera ergo est *omne non Animal est non Homo*; vel hæ, *nullus homo est Arbor*, *nulla Arbor est Homo*. Nam si verum sit *Arbor* non esse nomen ullius hominis, nulli rei conveniet utrumque Nomen *Homo* & *Arbor*, est ergo vera *Nulla arbor est homo*. Item propositioni cujus uterque terminus est negativus, ut huic *omne non animal est non homo*, *æquipollet* hæc *solum Animal est homo*.

15. Tertiò, *propositiones negativæ*, sive particula negationis ponatur post copulam, ut faciunt Gentes nonnullæ, sive ante ut fit *Latinè* & *Græcè*, si termini iidem sint, æquipollent. Exempli gratia *Homo non est Arbor*, & *Homo est non Arbor* æquipollent, quamquam hoc neget *Aristoteles*; item hæ, *Omnis homo est non arbor*, & *nullus homo est arbor* æquipollent; idque ita apertè ut non egeat demonstratione.

16. Postremò, particulares omnes conversis terminis, æquipollent, ut hæ, *quidam homo est cæcus*, & *quoddam cæcum est Homo*, nam nomen utrumque, alicujus unius & ejusdem hominis nomen est, ideoque eandem veritatem significant connexæ utrovis ordine.

17. Earum quæ terminos eosdem & eodem ordine positos, sed varia quantitate, vel qualitate modificatos habent, aliæ dicantur *subalternæ*, aliæ *contrariæ*, aliæ *subcontrariæ*, aliæ *contradictoriæ*.

Subalternæ sunt, universalis & particularis ejusdem qualitatis, ut *Omnis homo est animal*. *Quidam homo est animal*; vel *Nullus homo est sapiens*. *Quiddam homo non est sapiens*. Harum si Universalis vera est, etiam particularis vera erit.

Contrariæ sunt universales diversæ qualitatis, ut *Omnis homo est beatus*; *Nullus homo est beatus*. Harum una vera est, altera falsa, possunt quoq; esse ambæ falsæ ut in exemplo proposito.

Subcontrariæ sunt particulares diversæ qualitatis, ut *Quidam homo est doctus*, *quiddam homo non est doctus*; quæ non possunt esse ambæ falsæ, sed possunt ambæ esse veræ.

Contradictoriæ sunt quæ differunt & quantitate & qualitate, ut *Omnis homo est animal*, *quidam homo non est animal*; quæ neque ambæ veræ, neque ambæ falsæ esse possunt.

18. Propositio ex duabus aliis propositionibus sequi dicitur, quando si hæ veræ esse supponantur illam non esse veram supponi non potest. Exempli causa, sint duæ propositiones *omnis homo est animal*, & *omne animal est corpus*, quæ intelligantur esse veræ, & propterea corpus esse nomen unius cujusque *animalis* & Animal unius cujusque hominis; quoniam his intellectis,

intellectis, intelligi non potest Corpus non esse nomen unius cujusque hominis, id est propositionem hunc *omnis homo est Corpus*, esse falsam, dicetur hæc ex illis duabus sequi, sive inferri necessariò.

19. Verum ex falsis sequi aliquando potest, falsum ex veris nunquam; si enim hæ *omnis homo est lapis*, & *omnis lapis est animal* (quæ falsæ sunt) concedantur esse veræ, conceditur *animal* esse nomen unius cujusque Lapidis, & *Lapidem* unius cujusque hominis, id est, *animal* esse nomen unius cujusque hominis, hoc est, propositionem hanc *omnis homo est animal* esse veram, sicut vera est; itaque sequetur aliquando vera ex falsis; sed sint ambæ veræ, quæcunque eæ sint, falsa non sequetur; cum enim vera ex falsis sequatur, ob eam causam quia etsi falsæ sint concedantur tamen esse veræ, vera etiam ex veris concessis sequetur eodem modo.

20. Quoniam autem ex veris non sequetur nisi vera, ideoque intellectio verarum causa est intellectionis alterius veræ ex illis derivatæ; solent propositiones duæ antecedentes, propositionis illatæ, sive consequentis, causæ appellari; dicunt ergo logici *Præmissas esse* causas Conclusionis; & ferri quidem potest hoc, etsi locutio ea propria non sit; cùm intellectionis intellectio, non oratio orationis causa sit. Quod vero iidem rem ipsam suæ proprietatis causam esse dicant, ineptũ est. Exempli causa, cùm figura quædam sit triangulum, habeatque omne triangulum angulos suos simul sumptos æquales duobus rectis, unde sequitur figuram illam habere angulos suos omnes æquales duobus rectis, propter eam rem dicunt figuram illam causam esse illius æqualitatis, cæterùm quoniam figura suos angulos non ipsa facit, neque ergo causa efficiens dici potest, vocant eam *causam formalem*, cùm revera causa omnino non sit; neque figuram omnino sequitur proprietas ejus, sed simul cum ipsâ existit; sed solummodo cognitio figuræ antecedit cognitionem proprietatis; una autem cognitio alterius cognitionis verè causa est, nimirum causa Efficiens.

Et de propositione, quæ progressionis Philosophicæ quasi uno tantum pede promoto primus passus est, tantum, esto; cui si debito modo addatur alter fiet syllogismus, tanquam gressus integer, de quo in capite sequenti dicturus sum.

Caput IV.

De Syllogismo.

1. *Definitio Syllogismi.* 2. *In Syllogismo tres tantum sunt termini.* 3. Major, minor, & medius *terminus, item* major & minor *propositio quid sint.* 4. *Medius terminus in omni Syllogismo debet esse in utraque propositione determinatus ad rem unam & eandem.* 5. *Ex duabus particularibus nihil infertur.* 6. *Syllogismum esse collectionem duarum propositionum in unam summam.* 7. *Syllogismi figura, quid.* 8. *Quid sit in animo Syllogismo respondens.* 9. *Figura indirecta prima quomodo fit.* 10. *Figura indirecta secunda quomodo fit.* 11. *Figura indirecta tertia quomodo fit.* 12. *Modi in unaquaque figura multi, sed plerique inutiles ad Philosophiam.* 13. *Categorico Syllogismo, æquipollet Hypotheticus.*

1. ORatio quæ constat tribus propositionibus ex quarum duabus sequitur tertia, vocatur *Syllogismus.* Et ea quidem quæ sequitur *Conclusio*, reliquæ *Præmissæ* appellantur. Exempli gratia, Oratio hæc, *omnis Homo est animal, omne animal est Corpus*, ergo, *omnis homo est corpus*, syllogismus est; quoniam tertia ex præcedentibus sequitur, id est, si illæ vera esse concedantur, concedi necesse est hanc quoque veram esse.

2. Ex duabus autem propositionibus quæ terminum communem non habent Conclusio nulla sequitur, neque ergo fit syllogismus; sint enim quælibet duæ Præmissæ *Homo est animal, arbor est planta*, ambæ veræ; quoniam tamen ex his non colligitur *Plantam* nomen esse aut Hominis aut *Hominem* Plantæ, non necesse est ut vera sit *Homo est planta.* Corollarium. Itaque in syllogismi *Præmissis* tres tantum termini esse possunt.

Præterea in *conclusione* terminus nullus esse potest qui non fuerit in Premissis; sint enim duæ Præmissæ quælibet *Homo est animal, animal est Corpus*, si tamen in Conclusione ponatur alius quilibet terminus, ut *Homo est bipes*, etsi vera sit, non tamen ex præmissis sequitur; cùm ex iis non colligitur nomen *Bipes* convenire homini; quare rursus in unoquoque syllogismo termini tres tantum sunt.

3. Horum

3. Horum terminorum *Major* dici solet is qui est in Conclusione *Prædicatum*, *Minor*, is qui est in Conclusione *Subjectum*, reliquus *medius* Vocatur, ut in hoc *Syllogismo, Homo est Animal, Animal est Corpus*, ergo, *Homo est Corpus*, *Corpus* est terminus *Major*, *Homo* terminus *Minor*, & *Animal Medius.* Item præmissarum ea in qua reperitur terminus *Major*, *Major Propositio*, ea quæ habet terminum *Minorem*, *Minor Propositio* dicitur.

4. Si medius terminus non sit in utraque præmissâ, determinatus ad unam eandemque rem singularem, Conclusio ex præmissis non sequetur, neque fiet *Syllogismus*; sit enim *Minor* terminus *Homo*, *Medius Animal*, *Major Leo*, & fiat Syllogismus omnis *Homo est animal*, quoddam *Animal* est *Leo*, non sequetur tamen, *omnem aut aliquem hominem esse leonem.* Ex quo intelligitur in omni syllogismo, illam propositionem quæ habet *medium* terminum pro *subjecto*, debere esse aut *Universalem*, aut *Singularem*, non autem *Particularem* neque *Indefinitum.* Exempli causa, syllogismus hic *Omnis Homo est animal, quoddam animal est quadrupes, ergo quidam homo est quadrupes*, ideo vitiosus est, quia *medius* terminus *Animal* in priore præmissâ ad hominem solum determinatur, dicimus enim hoc tantùm Animal esse nomen Hominis, in posteriore verò de aliquo alio animale præter hominem intelligi potest. At si posterior fuisset universalis, ut hic, omnis *Homo est Animal, omne Animal est Corpus*, ergo, *Omnis homo est corpus*, syllogismus fuisset legitimus, sequutum enim esset Corpus esse omnis Animalis, id est, etiam Hominis Nomen, id est, veram fuisse Conclusionem *Omnis Homo est Corpus.* Similiter si Medius terminus sit singulare nomen, fiet syllogismus, inutilis quidem ad Philosophiam, sed tamen syllogismus, ut hic, *quidam homo est Socrates, Socrates est Philosophus, ergo, quidam homo est Philosophus*; nam concessis Præmissis, negari Conclusio non potest.

5. Ex duabus ergo Præmissis in quibus ambabus Medius terminus est Particularis, non fit syllogismus; nam sive *Medius terminus* sit in utraque Præmissa *Subjectum*, sive in utraque Prædicatum, sive in altera Subjectum in altera Prædicatum, non necesse est, ut ad eandem rem determinetur; sint enim Præmissæ,

Quidam Homo est cœcus } ubi Medius terminus est Sub-
Quidam Homo est doctus } jectum.

Non

Non sequetur neque *cæcum* alicujus docti; neque *doctum* alicujus cæci nomen esse, cum nomen *doctum* non contineat nomen *cæcum*, nec hoc illud, non est ergo necesse ut ambo sint nomina ejusdem hominis, sic ex præmissis his

Omnis homo est animal } in quibus ambabus *Medius* ter-
Omnis equus est animal } minus est prædicatum.

Nihil sequetur, nam cum *animal* utrobique in definitum sit, ideoque æquivaleat particulari, possitque homo esse quoddam animal, & Equus aliud quoddam animal, non necesse est ut *Homo* sit nomen Equi, aut Equus Hominis. Vel si præmissæ sint

Omnis homo est Animal } in quarum altera *Medius* termi-
Quoddam animal est qua- } nus est subjectum in altera præ-
drupes } dicatum.

Non sequetur Conclusio, propterea quod cum nomen *Animal* non sit determinatum, potest in altera de homine, in altera de non homine intelligi.

6. Manifestum autem est ex præcedentibus, syllogismum nihil aliud esse præter collectionem summæ quæ fit ex duabus propositionibus (per terminum communem quem *medium* appellant) inter se conjunctis; & ita *Syllogismum* esse additionem trium nominum, sicut *propositio* duorum.

7. Distingui solent syllogisma diversitate *figurarum*, hoc est diversa positione *medii termini*; & in figura rursus distinguntur quidam *modi*, hoc est differentiæ quædam in propositionum *quantitate* & *qualitate*. *Prima figura* numeratur ea in qua termini ordinantur secundum latitudinem significationum, ut *Minor* terminus *primus* ordine sit. Deinde *medius*, tertius *major*; ut si ponamus pro *minore* termino *Homo*, pro *medio Animal*, pro majore *Corpus*; Syllogismus in prima figura erit.

Homo est Animal est Corpus.

In qua Minor propositio est, *Homo est Animal*, Major, *Animal est Corpus*, Conclusio sive summa collecta *Homo est Corpus*. Appellatur autem hæc figura directa, quia termini ejus directum ordinem observant, variatur autem per quantitatem & qualitatem quatuor modis, siquidem enim omnes termini sint positivi, & minor terminus universalis, omnis, ut Homo est Animal, omne animal est corpus, fit modus primus; in quo omnes propositiones

positiones sunt Affirmativæ universales; sin major sit nomen negativum, & minor universalis, sit secundus modus; ut *Omnis Homo est animal, omne animal est non Arbor* in quo Major propositio & Conclusio sunt Universales negativæ. His duobus addi solent alii duo, faciendo minorem terminum particularem. Potest quoque fieri ut tam major quam medius terminus nomen sit negativum; quod cum fit, oritur alius modus in quo omnes propositiones negativæ sunt, & tamen legitimus fiet syllogismus, ut si termini sint *minor* Homo, *medius non lapis*, *major non-silex*, syllogismus, *nullus homo est lapis, quiquid non est lapis non est silex, ergo nullus homo est silex*, etsi ex tribus constet negativis, est tamen legitimus Sed quoniam in Philosophia cujus est de proprietatibus rerum regulas statuere universales, & negativa non differat ab affirmativa, nisi quod in hac nomen positivum, in illa negativum de subjecto affirmatur, superfluum est alium modum considerare in figura directa, præter eum in quo omnes propositiones sunt & universales & affirmativæ.

8. Syllogismo directo cogitatio in animo respondens, est hujusmodi; primò concipitur Phantasma rei nominatæ cum accidente sive affectu ejus propter quem appellatur eo nomine quod est in minore propositione *subjectum*; deinde animo occurrit Phantasma ejusdem rei cum accidente sive affectu propter quem eo nomine appellatur quod est in eadem propositione *Prædicatum*. Tertio redit cogitatio rursus ad rem nominatam, cum affectu propter quem eo nomine appellatur quod est in Prædicato propositionis majoris. Postremo cum meminerit eos affectus esse omnes unius & ejusdem rei, concludit tria illa nomina ejusdem quoque rei esse nomina; hoc est Conclusionem esse veram. Exempli causa, quando fit syllogismus hic, *Homo est animal, animal est corpus, Ergo, homo est corpus*, occurrit animo imago hominis loquentis vel differentis, meminitque id quod sic apparet vocari *Hominem*. Deinde occurrit eadem imago ejusdem hominis sese moventis, meminitque id quod sic apparet vocari *animal*, tertio recurrit eadem imago Hominis locum aliquem sive spatium occupantis, meminitque id quod sic apparet vocari *Corpus*. Postremò cum meminerit rem illam quæ & extendebatur secundum locum, & loco movebatur, & oratione utebatur unam & eandem fuisse, concludit etiam nomina illa tria *Homo, Animal, Corpus*, ejusdem rei esse nomina, & proinde *Homo est Corpus*, esse propositionem veram. Manifestum hinc est conceptum sive cogitationem quæ respondens syllogismo ex propositionibus universalibus in animo existit,

nullam

nullam esse in iis animalibus quibus deest usus nominum, cùm inter syllogizandum oporteat non modo de re sed etiam alternis vicibus de diversis rei nominibus, quæ propter diversas de re cogitationes adhibita sunt, Cogitare.

9. Reliquæ figuræ, à primæ sive directæ figuræ inflexione, vel inversione, quod fit per majoris, vel minoris, vel utriusque mutationem in conversam ipsi æquipollentem, oriuntur; ex quo sequuntur tres aliæ figuræ, quarum duæ inflexæ sunt, tertia inversa. Harum trium prima fit ex conversione majoris hoc modo; sint termini indirectum positi, minor, medius, major, hoc ordine *Homo est animal est non lapis*, fit figura directa quæ retorquetur, per conversionem majoris, hoc modo

Homo est animal
Lapis est non animal, & fiet figura secunda sive indirectarum prima; cujus Conclusio erit, *Homo est non lapis*.

Nam cùm ostensum est Cap. præcedente articulo 14. conversas universales, per terminorum contradictionem esse æquipollentes, uterque syllogismus idem concludet; nam si legamus majorem ordine contrario (more Hebræorum) *Animal est non lapis*, eadem omninò erit ratio quæ fuerat prius directa.

Similiter directus est, *Homo non est arbor non est Pyrus*.

Conversa autem majore in suâ æquipollentem per terminorum contradictionem stabit indirectè sic; *Homo non est arbor*,
Pyrus est arbor.

Ex quibus rursus fit Conclusio eadem *Homo non est Pyrus*.

Oportet autem in convertendo figuram directam in figuram indirectarum primam, ut *Major terminus* in figura directa sit *negativus*, nam etsi ex directa hac, *Homo est animal est Corpus*, fiat indirectus per majoris conversionem;

Homo est animal.
Non Corpus non est animal,
Ergo *omnis homo est corpus*; tamen conversio apparet adeo obscura ut modus ille prorsus inutilis sit. Per conversionem Majoris patet Medium terminum in hac figura semper esse in utraque Præmissa *Prædicatum*.

10. Indirectarum secunda fit ex conversione Minoris, ita ut *Medius terminus* utrobique sit *subjectum*. Sed nunquam concludit Universaliter, neque itaque in Philosophia utilis est, Exemplum tamen ejus ponemus. Sit ergo directus, *Omnis homo est animal*, *omne animal est corpus*, conversâ Minore stabit sic;

Quoddam

Quoddam Animal est Homo,
Omne animal est Corpus. Ergo,
Quidam Homo est corpus.

Nam *Omnis homo est animal*, converti non potest in hanc, *omne animal est homo*, & proinde si syllogismo huic restituatur sua forma directa, fiet minor *quidam Homo est animal*, & per consequens conclusio erit *quidam Homo est corpus*, cum minor terminus, Homo qui subjectum est Conclusionis, sit *nomen* particulare.

11. Figura inversa sive indirecta tertia fit per conversionem utriusque præmissæ. Exempli causa, si directus sit,

Omnis homo est animal,
Omne animal est non lapis.
Ergo, omnis homo est non lapis.
Fiet inversa Omnis lapis est non animal,
Omne non animal est non homo. Ergo,
Omnis lapis est non homo.

Quæ conclusio Conversa, & æquipollens est Conclusionis directæ.

Figuræ itaque, si earum numerus solius medii termini situs varietate definiatur, tres tantum sunt; in quarum prima, medius terminus medium locum, in secunda ultimum, in tertia primum locum obtinet; at si figuræ numerentur secundum situm terminorum simpliciter, quatuor erunt, nam prima rursus in duas distinguetur, nimirum in directum & inversum. Ex quo patet controversiam quæ est inter Logicos de quartâ figurâ meram esse λογομαχίαν, sive rixam de nomine, nam de re patet, propter terminorum situm (nullâ quantitate neque qualitate, quibus distinguuntur modi, considerata) quatuor esse syllogismorum differentias quas quilibet vel figuras, vel alio nomine, pro arbitrio suo appellare potest.

12. In singulis his figuris, si præmissas, per eas quæ possit esse à quantitate & qualitate differentias variare velimus, multi in unaquaque earum orientur *modi*; nimirum in figura directa 6. in figurarum indirectarum prima 4. in secunda 14. in tertia 18. Sed quoniam à figura directa rejecimus omnes *modos*, ut superfluos, præter eum qui constat ex universalibus; & cujus minor affirmativa est, rejicimus una eos *modos* cæterarum figurarum, quæ oriuntur ex præmissarum directæ figuræ conversionibus.

13. Sicut autem in propositionibus necessariis ante ostensum est Categoricam & Hypotheticam æquipollentes esse; ita

quoque syllogismũ Categoricum & Hypotheticum æquivalere manifestum est. Syllogismus enim Categoricus quilibet, hic

Omnis Homo est animal,
Omne animal est corpus. Ergo,
Omnis Homo est corpus.

Eandem habet vim quam Hypotheticus hic,
Si quid est homo, illud est animal.
Si quid est animal illud est corpus. Ergo,
Si quid est homo, illud est corpus.

Similiter in figura indirecta Categoricus hic,
Nullns lapis est animal,
Omnis homo est animal, *Ergo*
Nullus homo est lapis, vel
Nullus lapis est homo.

Æquivalet Hypothetico huic,
Si quid homo est, animal est,
Si quid lapis est, animal non est, *Ergo*
Si quid lapis est, homo non est, vel
Si quid homo est, lapis non est.

Et videntur quidem quæ dicta sunt sufficere ad cognitionem naturæ syllogismorum; nam & quæ de Modis & Figuris fusè ab aliis utiliter tractata sunt, in illis clarè continentur; neque tam præceptis ad legitimam ratiocinationem, quam praxi opus est; citiusque multò veram logicam discent qui mathematicorum demonstrationibus, quam qui logicorum syllogizandi præceptis legendis tempus conterunt; haud aliter quàm parvuli pueri, gressum formare discunt non præceptis sed sæpe gradiendo. Itaque de gressu Philosophiæ qualis esse debet, tantum dictum esto. Dicemus proximo loco de Vitiorum sive errorum in quos incautè ratiocinantes incidere solent, speciebus & causis.

CAP.

CAPUT. V.

De Erratione, Falsitate & Captionibus.

1. Erratio & falsitas quomodo differunt; Error animi citra vocabulorum usum, quomodo contingit. 2. Septem modi incohærentiæ nominum, in quibus propositio semper falsa est. 3. Exemplum primi. 4. Secundi. 5. Tertii. 6. Quarti. 7. Quinti. 8. Sexti. 9. Septimi. 10. Falsitatem propositionum detegi per terminorum resolutionem per continuas definitiones usque ad nomina simplicia sive summa genera. 11. Vitium syllogismi ex implicatione terminorum cum copula. 12. Vitium syllogismi ex æquivocatione. 13. Captiones sophisticas peccare sæpius in materia quam in forma syllogismi.

1. ERrare non modo affirmando & negando, sed etiam sentiendo, & in tacita hominum cogitatione contingit. Affirmando & Negando, quando rei alicui nomen attribuunt quod nomen ejus rei non est. Ut si simulachro solis viso, tùm per reflexionem in flumine, tùm directè in cœlo, utrique nomen solis attribuendo, diceremus duos esse soles; id quod nisi hominibus accidere non potest; nam aliis animalibus usus nominum nullus est. Falsitatis nomen, solum hoc genus erroris meretur, ut quod non à Sensu, aut à rebus ipsis, sed à temeritate oritur pronuntiandi. Nomina enim non à rerum speciebus, sed à voluntate hominum constituta sunt; quo fit ut qui à pactis rerum appellationibus discedit, non à rebus neque à Sensu fallitur (nam illam rem quam videt, appellari solem non videt, sed voluit) sed negligentia sua sententiam falsam dicit. Sensu & cogitatione erratur, quando ex præsenti imaginatione aliud imaginamur; vel quando præterita quæ non præcessere, vel futura quæ sequutura non sunt, tamen tanquam præterita vel futura fingimus; ut quando ex viso solis in flumine simulachro, rem aliquam cujus illud simulachrum est eo loci esse imaginamur; vel quando ex conspectis gladiis pugnam fuisse vel fore ex eo quod plerumque ita fieri consuevit; vel ex promissis, promittentis animum, vel denique ex quocunque signo, rem significatam frustra fingimus. Atque hujusmodi errores omnibus rebus sensu præditis communes

sunt; neque sic tamen aut à sensibus, aut a rebus quas sentimus, sed à nobis ipsis ea quæ non sunt fingentibus & quæ simulachra tantum sunt, plus quam simulachra esse præsumentibus fallimur. Falsæ autem neque res, neque imaginationes dici possunt cum & verè sunt id quod sunt, neque promittunt, ut signa, quicquam quod non præstant; non enim illæ promittunt, sed ex illis nos; neque nubes, sed nos ex visa nube pluviam promittimus. Erroribus itaque qui contingunt ex signis naturalibus occurretur, primò & ante ratiocinationem, si ad hujusmodi conjecturalia comparemus nos tanquam ignorantes; deinde per ratiocinationem. Proveniunt enim à defectu ratiocinationis. Cœteri errores qui in affirmationibus & negationibus consistunt (id est falsitas propositionum) pravæ ratiocinationis vitia sunt. De his igitur ut qui Philosophiæ contraria sunt præcipuè dicendum est.

2. Errores qui contingunt inter ratiocinandum, id est, inter syllogizandum; vel in alicujus præmissæ falsitate, vel in illatione consistunt. In primo casu, syllogismum peccare dicunt Materiâ; in secundo, Formâ. Considerabimus primò materiam, quibus scilicet modis propositio aliqua falsa esse possit, deinde Formam, & quibus modis contingit, quando præmissæ sunt veræ, illationem esse non veram.

Quoniam omnis propositio vera est per Cap. 3. Art. 7. in qua copulantur duo nomina ejusdem rei, falsa autem in qua nomina copulata diversarum rerum sunt, quot modis contingit nomina copulata non esse ejusdem rei, totidem modis falsa fiet propositio.

Rerum autem nominatarum genera quatuor sunt, nimirum *Corpora*, *Accidentia*, *Phantasmata*, *& nomina ipsa*. Itaque in omni vera propositione, necesse est nomina copulata vel ambo esse *Corporum*, vel ambo *Accidentium*, vel ambo *Phantasmatum*, vel ambo *Nominum*. Nomina aliter conjuncta incohærentia esse & constituere Propositionem falsam. Potest etiam contingere ut nomen Copuletur cum oratione. Septem ergo modis copulata nomina non cohærent.

1. Si nomen Corporis	copuletur	cum nomine Accidentis.
2. Si nomen Corporis		cum nomine Phantasmatis.
3. Si nomen Corporis		cum nomine Nominis.
4. Si nomen Accidentis		cum nomine Phantasmatis.
5. Si nomen Accidentis		cum nomine Nominis.
6. Si nomen Phantasmatis		cum nomine Nominis.
7. Si Nomen		cum Oratione.

Quorum omnium exempla subjungemus.

3. Juxta

3. Juxta modum primum falsæ sunt ubi nomina abstracta copulantur cùm concretis, ut *Esse est Ens*, *Essentia est Ens*, τὸ τί ἦν εἶναι, (i) *quidditas est ens*, & multa istius modi quæ reperiuntur in Metaphysicis *Aristotelis*; *item intellectus agit*, *intellectus intelligit*, *visus videt*, *Corpus est Magnitudo*, *Corpus est quantitas*, *Corpus est extensio*, *Esse hominem est homo*, *albedo est alba*; simile enim est ac si quis diceret *Cursor est Cursus*, vel *Ambulatio ambulat*, item, *Essentia est Separata*, *Substantia est Abstracta*, atque harum similes, vel ab his derivatæ (quarum Philosophia communis est plenissima) cum enim nullum subjectum Accidentis, id est, nullum corpus est accidens, nullum nomen Accidentis, corpori, neq; corporis accidenti tribuetur.

4. Secundo modo peccant propositiones hujusmodi, *Spectrum est Corpus*, *vel Spiritus* id est Corpus tenue. *Species sensibiles volitant per aerem*, huc, illuc *Moventur*, quod proprium est corporum. Item *Umbra movetur*, vel est corpus. *Lumen movetur*, vel est corpus. *Color est objectum visionis*, *sonus auditionis*; *spatium vel locus est res extensa*, aliæque hujusmodi innumeræ; cùm enim spectra, species visibiles, soni, umbra, lux, color, spatium, *&c.* somniantibus non minus adsunt quàm vigilantibus, non sunt eæ res externæ, sed animi imaginantis Phantasmata; nomina itaque eorum cum nominibus Corporum copulari in veram Propositionem non possunt.

5. Tertii modi propositiones falsæ sunt tales, *Genus est Ens*. *universale est Ens*. *Ens de ente prædicatur*. *Genus* enim & *universale* & *Prædicare*, nominum, non rerum nomina sunt. Item, *Numerus est infinitus*, falsus est, nam numerus nullus est infinitus, sed nomen tantum sive vox hæc, *Numerus*, cui cum in animo nullus certus numerus substernitur, nomen quidem appellatur indefinitum, non tamen numerus aliquis est infinitus.

6. In quartum modum incidunt falsæ tales, *Objecti magnitudo vel figura eaque est spectantibus apparet*; *Color*, *Lumen*, *Sonus*, *est in objecto*, & harum similes; apparet enim objectum idem quandoque majus, quandoque minus, quandoque quadratum, quandoque rotundum, pro diversitate distantiarum & mediorum; una autem & eadem semper est vera rei visæ magnitudo & figura, adeo ut eæ quæ apparent magnitudines & figuræ eorundem objectorum magnitudines & figuræ esse non possint. Sunt igitur Phantasmata, conjunguntur itaque in hujusmodi propositionibus nomina accidentium cum nominibus Phantasmatum.

7. Quinto modo peccant qui dicunt, *Definitionem esse rei*

essentiam;

essentiam; albedinem vel aliud accidens esse Genus vel universale. Definitio enim non est rei essentia, sed oratio conceptus nostros de rei essentia significans; similiter non albedo ipsa, sed vox *albedo* Genus est, & universale.

8. Sexto modo errant qui dicunt *Ideam alicujus rei esse Universalem*, tanquam esset in animo imago quædam hominis quæ nullius unius hominis esset, sed hominis simpliciter, quod est impossibile, nam Idea omnis, & una est, & unius rei; decipiuntur autem in eo quod nomen rei pro Idea ejus ponunt.

9. Septimo modo errant qui distinguentes Entia, dixerunt *Entium aliud esse ens per se, aliud per accidens*; nimirum quia hæc *Socrates est homo*, propositio necessaria est, & *Socrates est Musicus*, propositio contingens, ob eam causam faciunt Entia alia necessaria sive per se, alia contingentia sive per accidens; itaque cum *necessarium, contingens, per se, per accidens*, Nomina sint non rerum sed propositionum, dicentes Ens aliquod esse ens per se, copulant cum nomine rei, nomen Propositionis. Eundem errorem errant, qui ideas alias in intellectu, alias in Phantasia ponunt; quasi alia esset Idea sive imago hominis quæ orta à sensu in memoria retinetur, alia quæ in intellectu est, quando intelligimus *Hominem esse Animal*; id quod imposuit est quod *Nomini* unam, *Propositioni* aliam respondere rei *Ideam* putaverint, quod est falsum; Nam propositio significat Ordinem tantum eorum quæ in eadem ideâ hominis observantur unum post aliud, ut ad orationem hanc *Homo* est *Animal*, unicam habemus ideam etsi in ea Idea priùs id consideretur propter quod vocatur Homo, posteriùs verò id propter quod vocatur Animal. Harum omnium, per omnes modos, falsitates ex nominum copulatorum definitionibus detegendæ sunt.

10. Quando verò nomina Corporum cum nominibus Corporum, nomina Accidentium cum nominibus Accidentiũ, nomina Nominũ cum nominibus nominum & nomina Phantasmatũ cũ nominibus Phantasmatũ copulantur, non statim cognoscimus propterea an propositiones illæ veræ sunt, sed oportet priùs cognoscere utriusq; nominis definitionem, & rursus nominum quæ in definione illa ponuntur definitiones, donec cõtinuata resolutione perveniatur ad nomen simplicissimum; id est in eo genere rerum summum, sive Universalissimum, quod si neque tunc veritas aut falsitas apparet, Philosophiæ res est, & ratiocinatione à definitionibus incipiente, investiganda; omnis enim propositio universaliter vera, aut definitio est, aut pari defini-

definitionis, aut ex definitionibus demonstranda.

11. Syllogismi vitium, quod in Formâ latere potest reperietur semper, vel in implicatione copulæ cum altero terminorum, vel in aliqua vocum æquivocatione; utroque autem modo quatuor fient termini, quod ostensum est in legitimo syllogismo fieri non posse. Implicatio autem copulæ cum utrovis termino, reductis propositionibus ad puram & nudam prædicationem, statim deregitur, ut si quis sic argutetur,

Manus tangit calamum,
Calamus tangit chartam. Ergo,
Manus tangit chartam.

Ineptia per reductionem statim manifesta est, nam si sic enuncietur,

Manus est tangens calamum,
Calamus est tangens chartam. Ergo,
Manus est tangens chartam.

Manifesti sunt quatuor termini *Manus, tangens Calamum, Calamus, & tangens chartam.*

Sed non videtur ab hoc genere sophismatum tantum periculi esse, ut ulterius ea prosequi operæ pretium sit.

12. In æquivocis autem fallacia aliqua esse potest, non tamen in iis quæ per se manifesta sunt; neque in Metaphoris, nam vox *Metaphora*, translationem nominis ab una re ad aliud ipsa prædicit. Sunt autem æquivoca, nec ea perobscura quæ tamen fallunt aliquando, ut in hac argumentatione, *Pertinet ad Philosophiam primam, tractatio Principiorum, sed primum omnium Principium est*, Idem *non simul esse, & non esse*; *pertinet ergo ad Philosophiam primam, tractare an idem possit simul esse & non esse.* Æquivocatio in voce *Principio* fallaciam habet, nam initio Metaphysicorum ubi dicitur tractationem Principiorum pertinere ad scientiam primam, per *Principia* intelligit *Aristoteles Causas* rerum, & entia quædam quæ vocat prima. Sed ubi Propositionem illam primam dicit esse Principium, intelligit Principium & causam cognitionis, id est, verborum intellectum, quo si quis careat ne doceri quidam quidquam potest.

13. Captiones autem sophistarum, atque Scepticorum, quibus deridere aut oppugnare veritatem olim soliti sunt, vitium plerumque habebant, non in forma, sed in materia syllogismi; & decepti sæpius fuerunt quam deceperunt; Nam illud *Zenonis* celebre argumentum contra motum, innitebatur huiq; Propositioni, *Quicquid dividi potest in partes numero in-*

 finitas

finitas est infinitum, quam ille procul dubio censuit esse veram, tamen falsa est; nam dividi posse in partes infinitas nihil aliud est quam dividi posse in partes quotcunque quis velit. Necesse autem non est, ut linea, etsi possem ipsam dividere & subdividere quoties voluero, propter eam causam dicatur habere partes numero infinitas, sive infinita esse; nam quotcunque partes fecero semper tamen earum numerus finitus erit, sed quia qui dicit *partes*, simpliciter, non adjiciendo quot, non ipse numerum præfinit, sed auditori determinandum relinquit, ideo dici solet lineam posse dividi in infinitum, quod nullo alio sensu verum esse potest. Atque hæc sufficiunt de syllogismo, qui est tanquam gressus Philosophiæ; nam & quantum necesse est ad cognoscendum unde vim suam habeat omnis argumentatio legitima, tantum diximus; & omnia accumulare quæ dici possunt, æque superfluum esset, ac si quis ut dixi puerulo ad gradiendum præcepta dare velit; Acquiritur enim ratiocinandi ars, non præceptis, sed usu, & lectione eorum librorum in quibus omnia severis demonstrationibus transiguntur. Transeo jam ad viam Philosophiæ, id est, ad Philosophandi methodum.

Caput. VI.

Caput. VI.

De Methodo.

1. *Methodi, & Scientiæ definitiones.* 2. *Notius de singularibus quàm de universalibus, quod sunt; Contra notius de universalibus quàm de singularibus, cur sunt, sive quænam sint eorum causæ.* 3. *Philosophantes quid scire quærunt.* 4. *Pars prima qua Principia inveniuntur, est purè Analytica.* 5. *Causæ maximè in unoquoque genere universales sunt per se Cognitæ.* 6. *Methodus à Principiis inventis ad Scientiam tendens simpliciter quænam sit.* 7. *Methodus scientiæ civilis, ut & naturalis a sensu ad Principia Scientiæ, Analytica, a principiis rursum Synthetica est.* 8. *Methodus quærendi an res proposita sit materia an accidens.* 9. *Methodus quærendi an accidens propositum sit in hoc vel illo subjecto.* 10. *Methodus quærendi Effectûs propositi Causam.* 11. *Vocabula inventioni serviunt ut* Notæ, *demonstrationi ut Verba significantia.* 12. *Demonstrandi Methodus synthetica est.* 13. *Definitiones solas esse propositiones primas universales.* 14. *Definitionis natura & definitio.* 15. *Definitionis proprietates.* 16. *Demonstrationis natura.* 17. *Proprietates Demonstrationis & demonstrandorum Ordo.* 18. *Demonstrationis Vitia.* 19. *Analytica Geometrarum quare hoc loco tractari non potest.*

1. AD cognitionem Methodi, revocanda in memoriam est Philosophiæ definitio. Ea verò tradita est supra, *Cap.* 1. *artic.* 2. in hunc modum, Philosophia est Phænomenon sive effectuum apparentium, ex concepta productione sive generatione aliquâ possibili; & productionis quæ fuit, vel esse potuit, ex concepto effectu apparente, per rectam rationem acquisita cognitio. Est ergo *Methodus* Philosophandi, *Effectuum per causas cognitas, vel causarum per cognitos effectus brevissima investigatio. Scire* autem aliquem effectum tunc dicimur, *cùm & causas ejus, quòd sunt; & in quo subjecto insunt, & in quod subjectum effectum introducunt, & quomodo id faciunt cognoscimus.* Itaque, scientia τοῦ ὅτι sive causarum est; alia cognitio omnis quæ τοῦ ὅτι dicitur, sensio est vel à sensione remanens imaginatio sive memoria.

Principia

Principia itaque scientiæ omnium prima, sunt Phantasmata sensûs & imaginationis, quæ quidem cognoscimus naturaliter quod sunt; quare autem sunt, seu à quibus proficiscuntur causis cognoscere ratiocinatione opus est, quæ consistit (ut dictum est, suprà Cap. I. art. secundo) in compositione & divisione sine resolutione. Itaque omnis Methodus per quam causas rerum investigamus, vel compositiva est, vel resolutiva, vel partim compositiva, partim resolutiva. Et Resolutiva quidem *Analytica*; Compositiva autem *Synthetica* appellari solet.

2. Omni Methodo commune est hoc, ut procedatur a cognitis ad incognita; id quod manifestum est ex allata Philosophiæ definitione. In cognitione autem sensuum, totum Phænomenon notius est quam quælibet pars ejus; ut cum videmus hominem, priùs notus, seu notior est Conceptus, sive Idea illa tota Hominis, quàm patticulares Ideæ *figurati*, *animati*, *rationalis*, hoc est, prius videmus hominem totum, cognoscimusque quod est, quàm animum ad particularia illa advertimus. Itaque in cognitione τοῦ ὅτι sive *quòd est*, initium quærendi est à tota Idea. Contra in cognitione τοῦ διότι sive in cognitione causarum, id est, in Scientiis, notiores sunt partium causæ quàm totius. Componitur enim causa totius ex causis partium, Componenda autem priùs cognosci necesse est quam compositum. Per partes autem hoc loco intelligo non partes ipsius rei, sed partes naturæ ejus, ut per partes hominis non intelligo caput, humeros, brachia, &c. sed figuram, quantitatem, motum, sensionem, ratiocinationem & similia, quæ sunt accidentia quæ composita simul constituunt totam hominis, non molem, sed naturam. Atque in hoc consistit id quod vulgo dicitur, alia esse *nobis*, alia esse *naturæ* notiora; non enim arbitror eos qui sic distinguunt, notum quicquam esse existimare quod etsi homini nemini, naturæ tamen notum sit; notiora igitur *nobis* de notitia sensuum, notiora *naturæ* de notitia ratione acquisitâ intelligi debent, & sic tota partibus, id est, eæ res quæ nomina habent minus Universalia (quas brevitatis causa singulares) quam quæ nomina habent magis Universalia (quas Uniuversales dicemus) notiores *nobis*; partium autem causæ, quàm causa totius, hoc est, Universalia singularibus notiora *naturæ* dici solent.

3. Philosophantes quærunt vel simpliciter sive indefinirè Scientiam, hoc est, nullâ certâ quæstione propositâ, tantum scire quantum possunt; vel certi alicujus phænomeni causam, vel aliquid saltem certum invenire, ut quænam sit causa *luminis*, *caloris*, *gravitatis*, *figuræ propositæ*, & similia; vel in quo subjecto accidens aliquod propositum inhæreat, vel ad effectum aliquem qui proponitur generandum, ex multis accidentibus, quæ potissimum conducant; vel quo modo ad certum effectum producendum, causæ particulares propositæ conjungi debeant. Propter varietatem hanc rerum quæsitarum, modo methodus Analytica, modo Synthetica, modo utraque adhibenda est.

4. Quoniam autem qui Scientiam simpliciter quærunt, quæ consistit in cognitione causarum quantum fieri potest omnium rerum; causæ autem Singularium omnium componuntur ex causis Universalium sive simplicium, necesse illis est ut prius cognoscant causas Universalium sive accidentium eorum quæ sunt omnibus corporibus, hoc est omni materiæ communes, quam Singularium, hoc est accidentium quibus una res ab aliâ distinguitur. Rursus antequam sciri illorum causæ possunt, cognoscere oportet quæ sunt illa ipsa Universalia. Universalia autem cùm contineantur in natura singularium, ratione eruenda sunt, id est, per Resolutionem. Exempli gratia, proposita quolibet conceptu sive Idea rei singularis, puta Quadrati hujus. Quadratum ergo resolvetur in *Planum*, *terminatum*, *lineis*, & *angulis rectis*, certo *numero*, & *æqualibus*. Itaque habemus universalia hæc, sive materiæ omni convenientia, *lineam*, *planum*, (in quo continetur superficies) *terminatum*, *Angulum*, *rectitudinem*, *æqualitatem*, quorum causas sive generationes si quis invenerit, in causam Quadrati eas componet. Rursus, si proponat sibi Conceptum auri, venient inde resolvendo Ideæ *solidi*, *visibilis*, *gravis*, (id est conantis ad centrum Terræ sive motûs deorsum) aliaque multa magis Universalia quàm est ipsum Aurum, quæ rursus resolvi possunt, donec perveniatur ad universalissima. Atque eodem modo alia atque alia resolvendo, cognitum erit quænam ea sunt, quorum causis sigillatim cognitis & compositis, cognoscuntur causæ rerum singularium. Concludemus itaque Methodum investigandi notiones rerum Universales, esse purè Analyticam.

5. Causæ autem universalium (eorum quorum causæ aliquæ omnino sunt) manifestæ sunt per se sive *naturæ* (ut dicunt) nota; ita ut nullâ omnino Methodo indigeant; causa enim eorum omnium Universalis una, est motus; Nam & figurarum omnium varietas ex varietate oritur motuum quibus construuntur, nec motus aliam causam habere intelligi potest præter alium motum, neque varietates rerum sensu perceptarum,

rum, ut colorum, sonorum, saporum, &c. aliam habent causam præter motum, partim in objectis agentibus, partim in ipsis sentientibus delitescentem; ita tamen, ut quamquam qualis ille motus sit sine ratiocinatione cognosci non possit, esse tamen motum aliquem manifestum sit. Etsi enim plerisque ut mutationem in motu consistere intelligant monstratione aliqua opus sit, id tamen non accidit propter rei obscuritatem, (nam ut aliquid vel de statu vel de motu suo decedat, nisi per motum intelligi non potest) sed vel propter naturalem discursum, præjudiciis magistrorum corruptum, vel propterea quod ad veritatem inquirendam nullam omnino cogitationem adhibent.

6. Cognitis igitur Universalibus & eorum causis (quæ sunt cognitionis τῶν ὅλων Principia prima) habemus primo eorum definitiones (quæ nihil aliud sunt quam conceptuum nostrorum simplicissimorum explicationes) nam qui *locum* (Exempli causa) rectè concipit, definitionem hanc, Locus est spatium quod à Corpore adæquatè impletur vel occupatur, ignorare non potest; & qui *motum* concipit, nescire non potest quod motus est loci unius privatio & alterius acquisitio. Deinde habemus eorum generationes, sive descriptiones, ut quod linea verbi gratia fiat ex motu puncti, superficies ex motu lineæ, motus unus ex motu alio, &c. restat inquirendum, qualis motus quales effectus generet; ut qualis motus lineam rectam, qualis circularem, faciat, qualis motus pellat, qualis trahat, & qua via; qualis rem visam, auditam, &c. aliter, atque aliter videri, audiri, &c. faciat. Atque hujus inquisitionis Methodus compositiva est, primò enim videndum, corpus motum, si nihil aliud consideretur in eo præter motum quid efficiat; apparet autem statim effici lineam sive longitudinem; deinde quid faciat corpus longum si moveatur, constabitque fieri superficiem, atque ita porrò quid fiat ex motu simpliciter; deinde simili modo, ex hujusmodi motibus additis, multiplicatis, substractis, divisisque, qui effectus, quales figuræ, & quales earum existent proprietates, contemplandum est; Atque ex hac contemplatione orta est Philosophiæ pars ea quæ appellatur Geometria.

Post considerationem eorum quæ fiunt ex motu simpliciter, sequitur consideratio eorum, quæ motus unius corporis efficit in corpus aliud, & quoniam motus esse potest in partibus corporis singulis, ita tamen ut totum suo loco non decedat, inquirendum est primo loco quis motus quem motum efficit in toto;

toto; hoc est, incurrente aliquo corpore in aliud corpus quod quiescit, vel quod motu aliquo jam movetur, qua via & qua velocitate movebitur illud post incursum, & rursus quem motum motus ille secundus generabit in tertio, & sic deinceps, ex qua contemplatione existet Philosophiæ pars illa quæ de Motu est.

Tertio loco ad eorum inquisitionem deveniettur quæ fiunt ex motu partium, ut in quo consistit quod eædem res, sensui tamen eædem non videantur, sed mutatæ; itaque investigantur hoc loco, qualitates sensibiles, quales sunt *lux*, *color*, *diaphaneitas*, *opacitas*, *sonus*, *odor*, *sapor*, *calor*, *frigus* & similia, quæ quia sine cognitione causæ ipsius sensionis cognosci non possunt, consideratio causarum *visionis*, *auditûs*, *olfactûs*, *gustûs*, & *tactûs* tertium locum obtinebit, qualitates autem illæ prædictæ, mutationesque omnes in locum quartum differendæ sunt, quæ duæ considerationes eam partem Philosophiæ continent quæ vocatur Physica. In his quatuor partibus continetur quicquid in Philosophia naturali, demonstratione propriè dictâ explicari potest. Nam si Phænomenon naturalium speciatim causa reddenda sit, puta quales sint motus, & virtutes corporum cœlestium, & partium ipsorum, ea ratio ex dictis Scientiæ partibus petenda est, aut omnino ratio non erit, sed conjectura incerta.

Post Physicam ad moralia veniendum est, in qua considerantur motus animorum, nempe *appetitus*, *aversio*, *amor*, *benevolentia*, *spes*, *metus*, *ira*, *æmulatio*, *invidia*, &c. quas causas habent, & quarum rerum ipsæ causæ sint; quæ ideo post physicam consideranda sunt, quia causas habent in sensu et imaginatione, quæ sunt subjectum contemplationis Physicæ. Hæc autem omnia eo ordine quem dixi investiganda esse, ex eo constat quod Physica intelligi non possunt nisi cognito motu qui est in partibus corporum minutissimis, neque talem motum partium nisi cognito quid sit quod motum efficit in alio, neque hoc nisi cognito motus simpliciter quid efficiat. Et ex eo quod omnis rerum ad sensus apparitio determinatur, talisque & tantus sit, per motus compositos, quorum unusquisque certum gradum velocitatis, certamque viam obtinet; primo loco, Viæ motuum simpliciter (in quo consistit Geometria) deinde viæ motuum generatorum et manifestorum, postremò viæ motuum internorum & invisibilium (quas quærunt Physici) investigandi sunt. Itaque qui Philosophiam naturalem quærunt nisi à Geometria Principium quærendi sumant, frustra quærunt;

&

& qui de ea scribunt disseruntve, Geometriæ ignari, lectoribus auditoribusque suis abutuntur.

7. Philosophia civilis, morali ita adhæret ut tamen distrahi ab ea possit; cognoscuntur enim causæ motuum animorum non modo ratiocinatione, sed etiam unius cujusque suos ipsius motus proprios observantis experientia. Atque ob eam rem, non solum ii qui methodo Synthetica à primis Philosophiæ principiis ad scientiam cupiditatum, perturbationumque animorum semel pervenerit, progrediendo eâdem via incident in causas & necessitatem constituendarum civitatum, scientiamque acquirent Juris naturalis, officiorumque civilium, & in omni genere civitatis, quod juris ipsi debetur civitati, & cætera quæ Philosophiæ civilis propria sunt, propterea quod principia Politicæ constant ex cognitione motuum animorum, cognitio autem motuum animorum, ex scientia sensuum & cogitationum, sed etiam illi qui priorem partem Philosophiæ nimirum Geometriam & Physicam non didicere, ad principia tamen Philosophiæ civilis methodo Analytica pervenire potest. Nam propositâ questione qualibet, *ut an actio talis justa an injusta sit*, resolvendo illud *injustum*, in *factum & contra leges*, & notionem illam *legis*, in *mandatum* ejus qui coercere *potest*, & *potentiam* illam in *voluntatem* hominum pacis causa talem potentiam constituentium, pervenietur tandem ad hoc quod tales sunt hominũ appetitus & motus animorũ ut nisi sint à potentia aliqua coerciti, bello se invicem persecuturi sint, id quod per uniuscujusq; proprium animũ examinantis experientiam, cognosci potest. Itaque ab hoc loco progredi potest Componendo, ad determinandâ cujuslibet actionis propositæ justitiam vel injustitiam. Jam ex iis quæ diximus manifestum est Methodum Philosophandi iis qui simpliciter Scientiam quærunt, nullâ certâ quæstione propositâ, Partim Analyticam, partim Syntheticam esse; Nimirum à sensibus ad inventionem Principiorum, Analyticam esse, Cætera Syntheticam.

8. Quærentibus Phænomeni vel effectus alicujus certi & propositi causam aliquando accidit, ut utrum ea res cujus causam quærimus, materia sit, sive corpus, an corporis accidens aliquod, ignoretur. Nam etsi in Geometria ubi quæritur causa magnitudinis, vel proportionis vel figuræ, certò sciamus, eas res nempe magnitudinem, proportionem & figuram esse accidentia. In Physica tamen ubi de phantasmatum sensibilium causis agitur, quæ pro ipsis rebus quorum sunt Phantasmata sese offerunt plerisque imponunt, non ita facilis est est dijudicatio.

dicatio. Præsertim verò in Phantasmatis visionis; exempli causa, qui solem intuetur existit illi idea quædam splendida magnitudinis quasi, (per diametrum) unius pedis; atque id ipsum appellat ille solem, etiam si solem revera multo majorem esse sciat, similiter Phantasma videtur liquando à longinquo quidem rotundum, in proximo verò quadratum. Itaque dubitari merito potest, utrum Phantasma illud materia sive corpus aliquod naturale sit, an vero corporis accidens aliquod. Hujus questionis examinandæ Methodus talis est. Materiæ & accidentis proprietates, quas à definitionibus eorũ, Methodo Syntheticâ, priùs invenimus, comparandæ sunt, cùm ipsa Idea; et siquidem Ideæ conveniant corporis sive materiæ proprietates, ipsa corpus est, si non conveniunt accidens est, siquidem ergo materia neque fieri, neque perire neque augeri aut minui, neque loco moveri nostrâ operâ possit; Idea autem illa oriatur, destruatur, augeatur, minuatur, moveatur nostro arbitrio, certum est materiam non esse, sed accidens. Est ergo Methodus ista Synthetica.

9. Quod si de Accidentis cogniti subjecto quæstio sit, id quod dubitari aliquando potest, ut in præcedente exemplo, splendor ille & magnitudo apparens solis in quo subjecto sit dubitari potest, inquisitio erit hujusmodi; primò dividetur materia universa in partes, utpote in objectum, medium, & ipsum sentiens, vel aliqua divisione quæ ad rem propositam maximè videbitur accommodata; deinde singulæ partes excutiendæ sunt secundùm subjecti definitionem; ea autem quæ accidentis illius capacia non sunt rejicienda sunt, Verbi gratia, si Sol ratiocinatione aliquâ verâ, inveniatur major quàm magnitudo apparens, magnitudo illa in sole non est, si Sol est in una certa linea recta, & in una distantia certa, magnitudo autem & splendor visus sit in pluribus distantiis & lineis, ut sit per reflectionem aut refractionem, non erit splendor ille neque apparens illa magnitudo in ipso sole. Itaque corpus Solare non erit splendoris & magnitudinis illius subjectum; & propter easdem rationes rejicietur quoque aër, aliaque, donec relinquatur nihil, quod splendoris, aut magnitudinis illius subjectum esse possit præter ipsum sentiens. Quæ Methodus quatenus subjectum in partes dividitur, Analytica; quatenus subjecti & accidentis proprietates cum ipso accidente cujus subjectum quærimus comparantur, Synthetica est.

10. Quando vero effectus alicujus propositi causa investiganda est, ante omnia, cogitanda & comprehendenda animo est

& qui de ea scribunt disseruntve, Geometriæ ignari, lectoribus auditoribusque suis abutuntur.

7. Philosophia civilis, morali ita adhæret ut tamen distrahi ab ea possit; cognoscuntur enim causæ motuum animorum non modo ratiocinatione, sed etiam unius cujusque suos ipsius motus proprios observantis experientia. Atque ob eam rem, non solum ii qui methodo Synthetica à primis Philosophiæ principiis ad scientiam cupiditatum, perturbationumque animorum semel pervenerit, progrediendo eâdem via incident in causas & necessitatem constituendarum civitatum, scientiamque acquirent Juris naturalis, officiorumque civilium, & in omni genere civitatis, quod juris ipsi debetur civitati, & cætera quæ Philosophiæ civilis propria sunt, propterea quod principia Politicæ constant ex cognitione motuum animorum, cognitio autem motuum animorum, ex scientia sensuum & cogitationum, sed etiam illi qui priorem partem Philosophiæ nimirum Geometriam & Physicam non didicere, ad principia tamen Philosophiæ civilis methodo Analytica pervenire potest. Nam propositâ questione qualibet, *ut an actio talis justa an injusta sit*, resolvendo illud *injustum*, in *factum & contra leges*, & notionem illam *legis*, in *mandatum* ejus qui coercere *potest*, & *potentiam* illam in *voluntatem* hominum pacis causa talem potentiam constituentium, pervenietur tandem ad hoc quod tales sunt hominũ appetitus & motus animorũ ut nisi sint à potentia aliqua coerciti, bello se invicem persecuturi sint, id quod per uniuscujusq; proprium animũ examinantis experientiam, cognosci potest. Itaque ab hoc loco progredi potest Componendo, ad determinandã cujuslibet actionis propositæ justitiam vel injustitiam. Jam ex iis quæ diximus manifestum est Methodum Philosophandi iis qui simpliciter Scientiam quærunt, nullâ certâ quæstione propositâ, Partim Analyticam, partim Syntheticam esse; Nimirum à sensibus ad inventionem Principiorum, Analyticam esse, Cætera Syntheticam.

8. Quærentibus Phænomeni vel effectus alicujus certi & propositi causam aliquando accidit, ut utrum ea res cujus causam quærimus, materia sit, sive corpus, an corporis accidens aliquod, ignoretur. Nam etsi in Geometria ubi quæritur causa magnitudinis, vel proportionis vel figuræ, certò sciamus, eas res nempe magnitudinem, proportionem & figuram esse accidentia. In Physica tamen ubi de phantasmatum sensibilium causis agitur, quæ pro ipsis rebus quorum sunt Phantasmata sese offerunt plerisque imponunt, non ita facilis est est dijudicatio.

dicatio. Præsertim verò in Phantasmatis visionis; exempli causa, qui solem intuetur existit illi idea quædam splendida magnitudinis quasi, (per diametrum) unius pedis; atque id ipsum appellat ille solem, etiam si solem revera multo majorem esse sciat, similiter Phantasma videtur liquando à longinquo quidem rotundum, in proximo verò quadratum. Itaque dubitari merito potest, utrum Phantasma illud materia sive corpus aliquod naturale sit, an vero corporis accidens aliquod. Hujus questionis examinandæ Methodus talis est. Materiæ & accidentis proprietates, quas à definitionibus eorũ, Methodo Synthetica, priùs invenimus, comparandæ sunt, cùm ipsa Idea; et siquidem Ideæ conveniant corporis sive materiæ proprietates, ipsa corpus est, si non conveniunt accidens est, siquidem ergo materia neque fieri, neque perire neque augeri aut minui, neque loco moveri nostrâ operâ possit; Idea autem illa oriatur, destruatur, augeatur, minuatur, moveatur nostro arbitrio, certum est materiam non esse, sed accidens. Est ergo Methodus ista Synthetica.

9. Quod si de Accidentis cogniti subjecto quæstio sit, id quod dubitari aliquando potest, ut in præcedente exemplo, splendor ille & magnitudo apparens solis in quo subjecto sit dubitari potest, inquisitio erit hujusmodi; primò dividetur materia universa in partes, utpote in objectum, medium, & ipsum sentiens, vel aliqua divisione quæ ad rem propositam maximè videbitur accommodata; deinde singulæ partes excutiendæ sunt secundùm subjecti definitionem; ea autem quæ accidentis illius capacia non sunt rejicienda sunt, Verbi gratia, si Sol ratiocinatione aliquâ verâ, inveniatur major quàm magnitudo apparens, magnitudo illa in sole non est, si Sol est in una certa linea recta, & in una distantia certa, magnitudo autem & splendor visus sit in pluribus distantiis & lineis, ut sit per reflectionem aut refractionem, non erit splendor ille neque apparens illa magnitudo in ipso sole. Itaque corpus Solare non erit splendoris & magnitudinis illius subjectum; & propter easdem rationes rejicietur quoque aër, aliaque, donec relinquatur nihil, quod splendoris, aut magnitudinis illius subjectum esse possit præter ipsum sentiens. Quæ Methodus quatenus subjectum in partes dividitur, Analytica; quatenus subjecti & accidentis proprietates cum ipso accidente cujus subjectum quærimus comparantur, Synthetica est.

10. Quando vero effectus alicujus propositi causa investiganda est, ante omnia, cogitanda & comprehendenda animo est

est ejus rei quæ Causa appellatur notio sive Idea perfecta; nimirum quod *Causa est, summa sive aggregatum accidentium omnium tam in Agentibus, quam in Patiente, ad propositum effectum concurrentium, quibus omnibus existentibus effectum non existere, vel quolibet eorum uno absente existere, intelligi non potest.*

Cognito autem, quid causa sit, unumquodque accidens effectum concomitans, vel præcedens quatenus, videbitur ad effectum aliquo modo pertinere sigillatim examinandum est, videndumque, utrum illo non existente propositus effectus existere intelligi possit necne; atque hoc modo ea quæ ad effectum producendum concurrunt, ab iis segregabuntur quæ non concurrunt. Quo facto ea quæ concurrunt congreganda sunt, & consideratio habenda, an iis omnibus simul existentibus, possibile tamen sit intelligere quod propositus effectus non existat. Quod si id concipere non possumus, aggregatum illud causa ejus integra est, aliter non est, sed alia adhuc quærenda & accumulanda sunt. Exempli gratia, si causa luminis quærenda sit, examinamus primò externa, reperimus autem quotiescunque lumen apparet, esse objectum quoddam præcipuum tanquam fons ipsius luminis, sine quo lumen intelligi non potest, itaque ad generationem luminis concurrit primò objectum aliquod. Deinde consideramus Medium; invenimusque quod nisi certo modo dispositum sit, nempe ut sit diaphanum, etsi objectum maneat idem, tolli tamen effectum; concurrit itaque ad luminis generationem medii diaphaneitas. Tertio observo corpus videntis; reperioque à prava oculorum, cerebri, nervorum, cordis dispositione, id est ab obstructionibus, à stupore, à debilitate, tolli lumen, confert itaque ad causam luminis organorum ad recipiendas externorum impressiones aptæ dispositio. Rursus ex omnibus iis rebus quæ inhærentia in objecto efficere lumen possunt, sola actio est, (id est, motus aliquis,) quæ manente effectu deesse intelligi non potest; nam ut lucere aliquid possit, non requiritur ut sit tantæ magnitudinis vel talis figuræ, neque etiam ut toto corpore e loco suo egrediatur (nisi forte dicatur id quod in sole vel alio corpore existens causa est luminis, esse lucem; quod quia per lucem nihil aliud intelligitur præter causam luminis inepta exceptio esset tanquam dicetur causam luminis esse, id quod in sole existens lumen efficit) restat ut actio qua lumen generatur sit motus tantum partium ejus; ex quo facilè intelligitur quid medium conferat, nempe motus illius continuationem ad oculum, & postremò quid oculus & reliqua organa sentientis contribuant, nempe

nempe ejusdem motus continuationem usque ad cor sive sensionis organum ultimum, atque hoc modo conflata erit causa Luminis ex motu continuo ab origine ejus ad originem motus vitalis, cujus quidem motus vitalis à motu illo adveniente mutatio est ipsum lumen. Sed hæc dicta sint pro Exemplo tantum, nam de ipso lumine unde & quomodo generetur, aliâs magisque suo loco dicendum est. Interea manifestum est quod in causarum investigatione patrim Methodo Analytica partim Synthetica opus est. Analytica, ad effectus circumstantias sigillatim concipiendas, Synthetica ad ea quæ singulæ per se efficiunt in unum componenda. Tradita jam inveniendi methodo, dicendum restat de methodo docendi, hoc est, de Demonstratione, & demonstrandi mediis.

11. In Methodo inveniendi, usus vocabulorum consistit in eo, ut sint *Notæ*, quibus quæ adinventa sunt revocari in memoriam possint; nam nisi id fiat, quicquid invenimus perit; neque progredi à Principiis uno aut altero syllogismo longiùs propter imbecillitatem memoriæ possibile est. Exempli gratia, si quis contemplando positum ante oculos ejus aliquod triangulum, inveniret quod anguli ejus omnes simul sumpti, æquales essent duobus angulis rectis, idque rem ipsam tacitè cogitando sine omni verborum tam conceptorum quam prolatorum usu, contingeret illi ut in oblato triangulo altero, priori dissimili, vel etiam in eodem, sed secundum alium situm conspecto, utrum ea proprietas inesset ei necne, ignoraret; & proinde ad singula triangula proposita, quæ multitudine infinita sunt, contemplatio denuò instituenda esset. Id quod per vocabulorum usum (quorum unumquodque universale singularium rerum conceptus denotat infinitarum) necesse non est. Inserviunt tamen inventioni, ut jam dixi, tanquam *Notæ* ad memoriam, non ut verba ad significandum; itaque homo solitarius Philosophus fieri sine Magistro potest. Adamus potuit. Sed docere, hoc est demonstrare, supponit duos, orationemque syllogisticâ.

12. Quoniam autem docere aliud non est præterquam per propriæ inventionis vestigia animum illius qui docendus est ad inventorum cognitionem perducere, eadem erit Methodus demonstrandi quæ fuerat investigandi, nisi quod pars Methodi prior nempe quæ procedebat à sensu rerum ad Principia Universalia omittenda sit. Illa enim, cùm sint Principia, demonstrari non possunt, & cùm sint nota naturæ, (ut dictum est supra articulo quinto) explicatione quidem egent, demonstratione non item. Tota igitur demonstrandi Methodus

dus synthetica est, consistens in orationis ordine incipientis à propositionibus primis sive Universalissimis per se intellectis, & per propositionum in syllogismos perpetuam compositionem procedentis, donec à discente intellecta sit Conclusionis quæsitæ veritas.

13. Principia autem illa, solæ Definitiones sunt, quarum duo sunt genera, alia enim sunt eorum vocabulorum, quæ res significant quarum causa aliqua intelligi potest; alia eorum quæ res significant quarum causa intelligi non potest. Prioris generis sunt corpus sive materia, quantitas sive extensio, motus simpliciter, denique quæ omni materiæ insunt. Secundi generis sunt corpus tale, motus talis & tantus, magnitudo tanta, talis figura, aliaque omnia quibus unum corpus ab alio distingui potest. Prioris Generis nomina satis definiuntur si oratione quantum fieri potest brevissimâ, earum rerum, quarum illa nomina sunt, claræ & perfectæ ideæ sive conceptus in animo audientis excitentur. Veluti si motum definiamus esse loci unius derelictionem, & alterius acquisitionem continuam. Nam etsi neque movens ullum neque causa motûs in definitione illa reperiatur, tamen ex audita oratione illa, Idea motûs animo satis clarè obversabitur. Nomina autem rerum quæ causam habere posse intelliguntur, in definitione habere debent ipsam causam sive modum generationis, veluti cum circulum definimus esse figuram natam ex circumlatione lineæ rectæ in plano, *&c.* Præter definitiones, alia propositio, nulla dicenda Prima est, neque ergo si paulò severius agere volumus in numerum Principiorum ascribenda est; Nam Axiomata quæ habentur apud Euclidem, quia demonstrari possunt, Principia demonstrandi non sunt, quamquam quia demonstratione non egent, omnium consensu Principiorum authoritatem assequuta sunt. Deinde ea quæ Postulata & Petitiones appellantur, Principia quidem revera sunt, non tamen demonstrationis, sed constructionis, id est, non scientiæ, sed potentiæ; sive quod idem est, non Theorematum, quæ sunt speculationes, sed Problematum, quæ ad praxim & opus aliquod faciendum pertinent. Illa verò recepta vulgo dogmata, qualia sunt, *Natura abhorret vacuum*, *Natura nihil frustra facit*, & similia, neque per se cognita, neque aliunde demonstrabilia, & sæpius falsa quam vera multo minus pro Principiis habenda sunt.

Sed ut revertar ad Definitiones, ratio quare illa quæ causam & generationem habent per causam & generationem definiendæ

definienda esse dico, hæc est; Finis demonstrandi est causarum & generationis rerum scientia, quæ si non habetur in Definitionibus, haberi non potest in Conclusione Syllogismi illius qui ex definitionibus existit primus; & siquidem in Conclusione prima, non reperiatur, neque in ulla Conclusione reperietur ulteriore, itaque nulla unquam existet Scientia; id quod est contra demonstratoris scopum & consilium.

14. Definitiones autem ut quas Principia sive propositiones primas esse modo diximus, orationes sunt, & quia adhibitæ sunt ad excitandam in animo discentis alicujus rei Ideam, si quod ei rei nomen aliquod impositum sit, non potest definitio aliud esse quam illius nominis per orationem explicatio. Siquidem autem nomen impositum sit propter conceptum Compositum, non aliud est Definitio quam nominis illius in partes suas Universaliores resolutio, ut quando definimus hominem, dicendo *Homo est corpus animatum sentiens rationale.* Nomina illa Corpus animatum, *&c.* Partes sunt totius hujus nominis *Homo*; unde fit ut hujusmodi definitiones semper constent ex genere & differentia, ita ut priora nomina omnia præter ultimum pro genere, ultimum autem pro differentia sit. Quod si nomen aliquod Universalissimum in suo genere sit, definitio ejus constare ex genere & differentia non potest; Sed fieri debet per circumloquutionem quamlibet; modo ea ad vim nominis explicandam maximè sit Idonea. Rursus fieri potest, & sæpe evenit, ut conjuncta sint genus & differentia, ita tamen ut definitionem non faciant, ut hæ voces linea recta continent genus & differentiam, non tamen est definitio, nisi putemus lineam rectam ita definiri, Linea recta est linea recta; attamen si esset una aliqua vox ab ambabus illis diversa quæ idem significaret quod illæ ambæ, tunc hujus unius vocis, essent illæ duæ voces definitio. Ex iis quæ dicta sunt Definitio ipsa quomodo definienda sit intelligi potest, nempe *quod sit propositio, cujus prædicatum est subjecti resolutivum, ubi fieri potest, ubi non potest, exemplicativum.*

15. Proprietates definitionis sunt

1. Quod tollit æquivocum, adeoque omnem illam distinctionum multitudinem quibus utuntur ii qui Philosophiam acquiri posse putant disputationibus. Nam natura definitionis est ut definiat, id est, determinet nominis definiti significationem, eamque abscindat ab omni alia significatione quam quæ in definitione Continetur; & propterea distinctionum quotquot esse possunt circa definitum una definitio omnium locum obtinet.

2ª. Quod exhibet definiti notionem Universalem, adeo ut pictura quædam sit Universalis, non ad oculum, sed ad animum. Nam ut qui hominem pingit imaginem efficit hominis hujus, sic qui nomen *Homo* definit imaginem efficit hominis alicujus.

3ª. Quòd, de Definitionibus an sint admittendæ necne, non sit necesse disputare. Quoniam enim inter docentem & discipulum sola res agitur, si discipulus intelligit definiti partes omnes in definitione resolutas, & tamen definitionem admittere nolit, Controversia jam tunc finitur, idem enim est ac si doceri nollet. Quod si non intelligit, definitio sine controversia inepta est, propterea quod definitionis natura in eo consistit ut ideam rei clarè exhibeat; Principia enim per se nota sunt, aut Principia non sunt.

4ª. Quod Definitiones in Philosophia priores sunt nominibus definitis; Philosophiæ enim docendæ initium est à definitionibus; & progressus ejus ad scientiam compositi compositivus est, cùm itaque definitio sit nominis Compositi per resolutionem explicatio, & processus sit à resolutis ad composita, priùs intelligendæ sunt definitiones quam nomina composita, imo nominibus partium in oratione explicatis, non est necesse ut sit nomen ex iis compositum. Exempli gratia, cognitis nominibus his, *æquilaterum*, *quadrilaterum*, *Rectangulum*, non erat Geometriæ necessarium, ut omnino esset Nomen hoc quadratum; nomina enim definita in Philosophia brevitatis causâ tantùm adhibentur.

5ª. Quod nomina composita quæ in Philosophiæ una aliqua parte definiuntur, possint in alia parte aliter definiri; sicut Parabolæ & Hyperbolæ, alia est in Geometria, alia in Rhetorica definitio; institutæ enim sunt & inserviunt definitiones certæ alicui doctrinæ; siquidem ergo definitio, in una Philosophiæ parte, nomen aliquod quod videbitur ad Geometrica brevius tradenda idoneum inducat, potest quoque in aliis Philosophiæ partibus idem eodem jure facere; nominum enim usus privatus, atque (etiam inter plures consentientes) arbitrarius est.

6ª. Quod Nomen nullum per unum vocabulum definitur. Propterea quod unum vocabulum, unius aut plurium vocabulorum resolutivum esse non potest.

7ª. Quod Nomen definitum repeti in definitione non debet; Nam definitum est totum Compositum, definitio verò compositi in partes resolutio, totum autem sui ipsius pars esse non potest.

16. Defi-

16. Definitiones duæ quælibet, quæ componi possunt in Syllogismum, producunt Conclusionem, quæ quia a Principiis, id est a definitionibus, derivatur *Demonstrata*, & ipsa derivatio sive compositio *Demonstratio* dicitur. Similiter si ex duabus propositionibus, quarum una est Definitio, altera Conclusio demonstrata, Syllogismus fiat, vel quarum neutra est definitio, sed utraque priùs demonstrata, ille Syllogismus quoque Demonstratio dicitur, & sic deinceps. Demonstrationis igitur definitio hujusmodi erit. *Demonstratio est Syllogismus vel syllogismorum series a nominum Definitionibus usque ad Conclusionem ultimam derivata.* Ex quo intelligitur omnem ratiocinationem legitimam, quæ initium habet in Principiis veris, esse scientificam, & veram demonstrationem. Nam quod ad originem nominis attinet, etsi Græci Ἀπόδειξιν, quam Latini ad verbum vertentes Demonstrationem appellaverunt pro ea ratiocinatione sola usurparunt, in qua descriptis certis lineis & figuris rem probandam quasi ante oculos posuere, quod propriè est ἀποδεικνύειν, sive monstrare, tamen ita fecisse ob eam causam videntur, quia præterquam in Geometria (in qua ferè solâ hujusmodi figuris locus est) circa alias res ratiocinationem certam & scientificam nullam, sed omnia controversiis clamoribusque plena esse animadvertissent; idque non propterea quod sine figuris veritas quam prætendebant apparere non poterat, sed quia nulla posuerant ratiocinationis suæ legitima Principia, Qua-propter nulla est ratio quin præpositis definitionibus in quocunque doctrinæ genere, veræ possint esse demonstrationes.

17. Proprium ergo Demonstrationis Methodicæ est

1um. Ut omnis rationis series sit legitima, hoc est secundùm Syllogismorum leges supra traditas.

2um. Ut singulorum Syllogismorum Præmissæ priùs demonstratæ sint usque a definitionibus primis.

3um. Ut procedatur post definitiones eâdem Methodo qua qui docet, ipsa quæque invenerat; Nempe ut primò demonstrentur ea quæ sunt definitionibus maximè Universalibus proxima (in quo continetur pars Philosophiæ illa quæ Philosophia Prima dicitur) Deinde ea quæ demonstrari possunt per motum simpliciter (in quo Consistit, Geometria) post Geometriam, ea quæ doceri possunt per actionem manifestam, id est, per impulsionem & tractationem. Inde ad motum partium invisibilium, sive mutationem, & ad doctrinam sensum imaginationesque descendendum est, & ad animalium passiones internas,

nternas, præsertim vero hominis, in quibus continentur fundamenta prima Officiorum sive doctrinæ civilis quæ locum tenet ultimum. Quod autem doctrinæ Universæ ordo is quem dixi esse debeat, ex eo cognosci potest; quod quæ posteriore loco docenda esse dicimus, nisi iis cognitis quæ priore loco tractanda proponuntur, demonstrari non possunt; cujus Methodi exemplum aliud afferri nequit præter ipsam Elementorum Philosophiæ, quam proximo capite aggredimur, & per totum librum persequimur tractationem.

18. Præter paralogismos quæ propter falsitatem præmissarum, vel vitium compositionis, de quibus dictum est Capite præcedente, duo præterea sunt & ii proprii demonstrationum *Petitio Principii*, & *Causa falsa* quæ non modo discipulum rudem, sed etiam magistrum aliquando fallunt, faciuntque ut quod demonstratum esse putant, demonstratum non sit. *Principium* autem *Petere* dicuntur qui Conclusionem probandam, aliis verbis enuntiatam pro Definitione ponunt, id est, pro Principio demonstrandi; itaque ponentes pro causa rei quæsitæ, ipsam rem, sive effectum, faciunt in demonstrando circulum; ut qui demonstrare vellet (exempli causa) quod Terra stet immobilis in Centro Universi, & causam ejus rei supponat gravitatem, eamque definiat qualitatem esse qua corpus grave tendit ad Centrum Universi, frustra laborabit; quæritur enim quænam sit causa quod qualitas illa terræ insit; & propterea qui gravitatem causatur ipsam rem pro sui ipsius Causa ponit.

Causæ falsæ exemplum in tractatu quodam hujusmodi invenio. Demonstrandum erat Terram moveri. Incipit ergo ab hoc, quod cum Terra & Sol situm inter se eundem non servent, necesse sit alterutrum moveri localiter; quod est, verum; deinde quod vapores quos Sol è terra marique elevat, propter motum hunc necessario moventur, quod verum est quoque; inde infert nasci ventos, etiam hoc concedi debet; ab his ventis moveri inquit aquas marinas, illarum autem motu fundum maris quasi flagellatum se convertere. Demus etiam hoc; concludet ergo necessario Terram moveri. Paralogismus tamen est; nam si ventus ille causa fuit quare terra ab initio circumageretur, & motus vel Solis, vel Terræ fuerit causa illius venti, erat motus vel Solis vel Terræ ante ipsum ventum; si ante ventum natum Terra mota esset, tum ventus ille revolutionis Terræ causa esse non potuit, sin stante Terrâ, motus erat Sol, manifestum est vento illo existente Terram potuisse non

non moveri, non est ergo motus illius causa illa quam proposuit. Sed hujus generis in scriptoribus Physicis paralogismi passim occurrunt permulti, quamquam hoc ipso quem adduxi in exemplum elaboratior esse nullus potest.

19. Videri alicui potest ad hunc locum de Methodo pertinere artem illam Geometrarum quam vocant Logisticam, id est, per quam a suppositione quæsiti tanquam veri, ratiocinando incidunt vel in cognita ex quibus quæsiti veritatem demonstrare possunt, vel in impossibilia ex quibus intelligi potest id quod supponitur esse falsum. Verum ea ars hoc loco explicari non potest. Cujus rei causa est, quod Methodus illa nisi ab iis qui in Geometria versati sunt, neque exerceri, neque intelligi potest; ipsis autem Geometris quanto quisque plura præsentioráque habet Theoremata, tanto magis logistica uti potest, adeo ut ab ipsa Geometria realiter distincta non sit; habet enim ea Methodus tres partes, quarum prima est inter Incognita & Cognita inventio æqualitatis, quam vocant æquationem, æquatio autem illa inveniri non potest nisi ab iis qui proportionis naturam proprietates & transpositiones, linearum & superficierum additionem, substractionem, multiplicationem, divisionem, radicumque extractionem in promptu habent, id quod jam Geometræ non mediocris est. Secunda est, ut ex æquatione inventâ judicare possint, an ex ea, quæstionis veritas vel falsitas erui possit necne; id quod majoris adhuc Scientiæ est. Tertia, ut æquatione inventâ quæ ad quæstionis solutionem sit Idonea, eam ita resolvere ut veritas vel falsitas ejus fiat manifesta, id quod in quæstionibus difficilioribus sine cognitione naturæ figurarum Curvilinearum fieri non potest. Curvilineorum autem naturam & proprietates in promptu habere, Geometria summa est. Accidit præterea quod in æquationibus inveniendis nulla est Methodus, sed tantum quisque valet quantum solertia præstat naturali.

Philosophia Prima.

Caput VII.

1. *Res non existentes nominibus suis intelligibiles & computabiles esse.* 2. *Quid sit spatium.* 3. *Tempus.* 4. *Pars.* 5. *Dividere.* 6. *Unum.* 7. *Numerus.* 8. *Componere.* 9. *Totum.* 10. *Spatia & Tempora contigua, & continua.* 11. *Principium, Finis, Via, Finitum, Infinitum,* 12. *Potentiâ infinitum quid; nullum Infinitum, aut Totum, aut Unum dici posse; Nec Spatia aut Tempora infinita plura.* 13. *Non dari minimum divisibile.*

1. Doctrinæ naturalis Exordium, optimè (ut supra ostensum est) à Privatione, id est, à ficta universi sublatione capiemus. Supposita autem tali rerum annihilatione, quæret fortasse aliquis, quid reliquum esset, de quo Homo aliquis (quem ab hoc Universo rerum interitu unicum excipimus) Philosophari vel omnino ratiocinari vel cui rei nomen aliquod ratiocinandi causa imponere posset.

Dico igitur, remansuram illi homini, mundi & corporum omnium quæ ante sublationem eorum, oculis aspexerat, vel aliis sensibus perceperat, ideas, id est memoriam imaginationémque magnitudinum, motuum, sonorum, colorum, &c. atque etiam eorum ordinis & partium; quæ omnia etsi Ideæ tantùm & Phantasmata sint, ipsi imaginanti internè accidentia, nihilominus tanquam externa, & a virtute animi minimè dependentia apparitura esse. His itaque nomina imponeret, hæc subtraheret & componeret. Cùm enim cæteris rebus destructis manere tamen hominem illum, nimirum cogitare, imaginari, & meminisse supposuerimus, aliud quod cogitet præterquam quæ præterita sunt, nihil est; Imo verò si ad ea quæ ratiocinando facimus animum diligenter adverterimus, ne stantibus quidem rebus aliud computamus, quam Phantasmata nostra; non enim si cœli aut terræ magnitudines, motusque computamus, in cœlum ascendimus, ut ipsum in partes dividamus aut motus ejus mensuremus, sed quieti in musæo vel in tenebris id facimus. Possunt autem considerari, id est in rationes

rationes venire duplici nomine, nimirum ut accidentia animi interna, quemadmodum considerantur quando agitur de facultatibus animi, vel ut species rerum externarum, id est, tanquam non existentes, sed existere sive extra stare apparentes, quo modo nunc consideranda sunt.

2. Jam si meminerimus, seu Phantasma habuerimus alicujus rei quæ extiterat ante suppositam rerum externarum sublationem, nec considerare velimus qualis ea res erat, sed simpliciter quod erat extra animum, habemus id quod appellamus *Spatium*, imaginarium quidem, quia merum Phantasma, sed tamen illud ipsum quod ab omnibus sic appellatur. Nemo enim spatium ideo esse dicit, quod occupatum jam sit, sed quod occupari possit; aut corpora loca sua secum absportare putant, sed in eodem spatio modo unum, modo aliud contineri; id quod fieri non posset, si spatium corpus quod in eo semel est semper comitaretur. Est autem adeo hoc manifestum ut ne explicatu quidem dignum existimarem, nisi viderem Philosophos ex falsa spatii definitione alium quidem inferre statum, mundum esse infinitum; dum enim *spatium*, ipsorum corporum extensionem concipi semper posse ulteriorem, corpora ipsa infinitè extendi vult. Alium autem rursus ex eadem definitione, plures uno mundo creare etiam Deo impossibile esse temerè concludere; Nam si creandus inquit esset alius mundus cùm extra hunc mundum nihil sit, neque ergo (ex ejus definitione) ullum spatium, ponendus esset mundus in nihilo; in nihilo autem nihil, inquit, poni potest; quare autem aliquid poni in nihilo non possit, non docet. Imo verò, ubi aliquid jam est, nihil amplius poni potest, tanto vacuum pleno ad nova corpora recipienda accommodatius est. Horum igitur & eorum qui his assentiunt gratia dicta hæc sint. Reversus itaque ad institutum, Spatii definitionem hanc esse dico, *Spatium est Phantasma rei existentis, quatenus existentis*, id est, nullo alio ejus rei accidente considerato præterquam quod apparet extra imaginantem.

3. Sicut corpus suæ magnitudinis ita quoque corpus motum motus sui Phantasma in animo relinquit, nimirum ideam corporis, nunc per hoc, nunc per aliud spatium continua successione transeuntis. Est autem talis idea sive Phantasma, id quod neque a communi hominum sermone, neque multùm a definitione discedens Aristotelis, appello, *Tempus*. Nam quum confiteantur Annum, esse *Tempus*, & tamen Annum alicujus corporis accidens aut affectum, aut modum esse non putent, necesse est

Philosophia Prima.

Caput VII.

1. *Res non existentes nominibus suis intelligibiles & computabiles esse.* 2. *Quid sit spatium.* 3. *Tempus.* 4. *Pars.* 5. *Dividere.* 6. *Unum.* 7. *Numerus.* 8. *Componere.* 9. *Totum.* 10. *Spatia & Tempora contigua, & continua.* 11. *Principium, Finis, Via, Finitum, Infinitum,* 12. *Potentiâ infinitum quid; nullum Infinitum, aut Totum, aut Unum dici posse; Nec Spatia aut Tempora infinita plura.* 13. *Non dari minimum divisibile.*

1. DOctrinæ naturalis Exordium, optimè (ut supra ostensum est) à Privatione, id est, à ficta universi sublatione capiemus. Supposita autem talium rerum annihilatione, quæret fortasse aliquis, quid reliquum esset, de quo Homo aliquis (quem ab hoc Universo rerum interitu unicum excipimus) Philosophari vel omnino ratiocinari vel cui rei nomen aliquod ratiocinandi causa imponere posset.

Dico igitur, remansuram illi homini, mundi & corporum omnium quæ ante sublationem eorum, oculis aspexerat, vel aliis sensibus perceperat, ideas, id est memoriam imaginationemque magnitudinum, motuum, sonorum, colorum, &c. atque etiam eorum ordinis & partium; quæ omnia etsi Ideæ tantùm & Phantasmata sint, ipsi imaginanti internè accidentia, nihilominus tanquam externa, & a virtute animi minimè dependentia apparitura esse. His itaque nomina imponeret, hæc subtraheret & componeret. Cùm enim cæteris rebus destructis manere tamen hominem illum, nimirum cogitare, imaginari, & meminisse supposuerimus, aliud quod cogitet præterquam quæ præterita sunt, nihil est; Imo verò si ad ea quæ ratiocinando facimus animum diligenter adverterimus, ne stantibus quidem rebus aliud computamus, quam Phantasmata nostra; non enim si cœli aut terræ magnitudines, motusque computamus, in cœlum ascendimus, ut ipsum in partes dividamus aut motus ejus mensuremus, sed quieti in musæo vel in tenebris id facimus. Possunt autem considerari, id est in rationes

rationes venire duplici nomine, nimirum ut accidentia animi interna, quemadmodum considerantur quando agitur de facultatibus animi, vel ut species rerum externarum, id est, tanquam non existentes, sed existere sive extra stare apparentes, quo modo nunc consideranda sunt.

2. Jam si meminerimus, seu Phantasma habuerimus alicujus rei quæ extiterat ante suppositam rerum externarum sublationem, nec considerare velimus qualis ea res erat, sed simpliciter quod erat extra animum, habemus id quod appellamus *Spatium*, imaginarium quidem, quia merum Phantasma, sed tamen illud ipsum quod ab omnibus sic appellatur. Nemo enim spatium ideo esse dicit, quod occupatum jam sit, sed quod occupari possit; aut corpora loca sua secum absportare putant, sed in eodem spatio modo unum, modo aliud contineri; id quod fieri non posset, si spatium corpus quod in eo semel est semper comitaretur. Est autem adeo hoc manifestum ut ne explicatu quidem dignum existimarem, nisi viderem Philosophos ex falsa spatii definitione alium quidem inferre statim, mundum esse infinitum; dum enim *spatium*, ipsorum corporum extensionem concipi semper posse ulteriorem, corpora ipsa infinitè extendi vult. Alium autem rursus ex eadem definitione, plures uno mundo creare etiam Deo impossibile esse temerè concludere; Nam si creandus inquit esset alius mundus cùm extra hunc mundum nihil sit, neque ergo (ex ejus definitione) ullum spatium, ponendus esset mundus in nihilo; in nihilo autem nihil, inquit, poni potest; quare autem aliquid poni in nihilo non possit, non docet. Imo verò, ubi aliquid jam est, nihil amplius poni potest, tanto vacuum pleno ad nova corpora recipienda accommodatius est. Horum igitur & eorum qui his assentiunt gratia dicta hæc sint. Reversus itaque ad institutum, Spatii definitionem hanc esse dico, *Spatium est Phantasma rei existentis, quatenus existentis*, id est, nullo alio ejus rei accidente considerato præterquam quod apparet extra imaginantem.

3. Sicut corpus suæ magnitudinis ita quoque corpus motum motus sui Phantasma in animo relinquit, nimirum ideam corporis, nunc per hoc, nunc per aliud spatium continua successione transeuntis. Est autem talis idea sive Phantasma, id quod neque a communi hominum sermone, neque multùm a definitione Aristotelis, appello, *Tempus*. Nam quum confiteantur Annum, esse *Tempus*, & tamen Annum alicujus corporis accidens aut affectum, aut modum esse non putent, necesse est

est ut confiteantur esse eum non in ipsis rebus sed in animi cogitatione reperiendum; quumque de majorum suorum temporibus loquuntur, an existimant extinctis majoribus suis, tempora eorum alibi esse posse, quàm in memoria recordantium? qui vero dies, annos, menses, dicunt esse ipsos Solis Lunæque motus; cùm quod ad motum attinet, *Præteriisse* idem sit quod perire, & *fore* idem quod nondum esse, dicunt id quod non volunt, nullum tempus omnino esse, nec fuisse, nec fore, de quo enim dici potest *fuit*, vel *erit*, dici quoque aut olim potuit aut mox poterit, *est*. Ubi igitur est dies, mensis, vel annus, nisi sint hæc nomina computationum in animo factarum? Est igitur *Tempus* Phantasma; sed Phantasma motûs; cùm enim, quibus momentis tempus labatur cognoscere volumus, adhibemus motum aliquem, ut solis, vel Automati, aut Clepsydræ, vel lineam signamus super quam aliquid ferri imaginabimur; alio autem modo tempus nullum apparet. Nec tamen si dicamus, *Tempus* esse Phantasma motûs, sufficiet hoc ad definitionem; nam hac voce *Tempus*, notamus prius & posterius, sive successionem corporis moti, quatenus existentis primò *hic*, deinde *illic*. Tota ergo definitio Temporis talis est, *Tempus est Phantasma motûs quatenus in motu imaginamur prius & posterius, sivè successionem*; quæ convenit cùm definitione Aristotelica, *Tempus est numerus motûs secundum prius & posterius*. Est enim ea numeratio, actus animi, ideoque idem est dicere, *Tempus est numerus motus secundùm prius & posterius*, & *Tempus est Phantasma motus numerati*, illud autem *Tempus est mensura motus* non ita rectè dicitur, nam Tempus per motum non autem motum per tempus mensuramus.

4. Spatium Spatii & Tempus Temporis *pars* vocatur, quando illud in hoc, & præterea aliud continetur. Ex quo colligitur *Partem* non rectè quicquam appellari, nisi comparatum cum alio in quo ipsum continetur.

5. *Partes* ergo *facere*, seu *Partiri*, seu *dividere* Spatiũ aut Tempus, nihil aliud est, quàm in ipso aliud atque aliud considerare. Itaque si quis *dividat* spatium aut tempus tot habet diversos conceptus quot partes facit, & adhuc unum amplius; nam primus conceptus erit ipsius dividendi, deinde partis ejus, & deinde partis alterius, & sic perpetuò quoad dividere ulterius perget.

Notandum autem est, per Divisionem hoc loco, non intelligi unius spatii vel temporis ab altero distractionem, sive divulsionem (quis enim Spatiorum vel Temporum partes, puta Hemisphærium ab Hemisphærio, vel horam primam à secunda dirimi posse putat) sed diversam considerationem, ut sit divisio non manuum, sed mentis opus.

6. Spatium vel Tempus quando consideratur inter spatia sive tempora alia, *unum* dicitur; videlicet, *unum ex illis*; nisi enim Spatium spatio, Tempus tempori, aliud alii, adjici vel adimi possit, sufficeret dicere Spatium, vel Tempus simpliciter, esset que superfluum dicere Spatium *unum* aut Tempus *unum* si aliud esse intelligi non posset. Quod vulgo definiunt *unum esse quod est indivisum*, obnoxium est absurdæ cuidam consequentiæ, Inferetur enim id quod divisum est esse Plura, id est, omne *Divisum* esse *Divisa*, quod ineptum est.

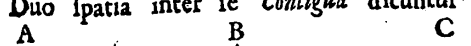
7. *Numerus* est unum & unum, vel unum, unum & unum, & sic deinceps; nimirum Unum & unum, numerus Binarius, unum unum & unum Ternarius, & similiter de cæteris numeris; quod idem est ac si diceremus numerus est Unitates.

8. *Componere* Spatium ex spatiis, vel Tempus ex temporibus, est primò unum post aliud, deinde omnia simul, ut unum, considerare; Ut si quis numeret primò seorsim caput, pedes, brachia, bustum, deinde pro omnibus simul in rationes ponat Hominem. Quod autem pro omnibus ex quibus constat, sic ponitur, vocatur *Totum*, & illa singula quando ex totius divisione rursus seorsim considerantur partes ejus sunt. Itaque *Totum* & *omnes partes* simul sumptæ, idem omnino sunt; ut autem in divisione monuimus non opus esse ut partes divellantur, ita in compositione intelligendum est, non necesse esse ad faciendum totum ut partes sibi invicem admoveantur, & se mutuo contingant, sed ut mente tantùm in unam summam colligantur. Sunt enim omnes homines simul considerati Totum genus humanum etsi & temporibus & locis dispersi sint; & duodecim horæ componuntur in unum numerum duodenarium, etsi sint diversorum dierum horæ.

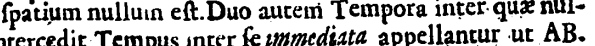
9. His intellectis manifestum est, Totum nihil rectè appellari quod non intelligatur ex partibus componi, & in partes dividi posse; ideoque si quid negaverimus dividi posse, & habere partes, negamus idem esse Totum; Exempli gratia, si animam negamus habere posse partes, negamus quoque animam ullam esse totam. Manifestum etiam est nihil habere partem antequàm dividatur, & cum divisa sit, tot solummodo ejus partes esse, quoties sit divisum; Item partem partis, esse partem totius; nam & pars quaternarii puta binarius, pars est octonarii. Nam quaternarius ex binario, & binario, octonatius

rius autem ex binario binario, & quaternario componitur; & proinde binarius qui pars erat partis, scilicet quaternarii, pars rursus est totius octonarii.

10. Duo spatia inter se *Contigua* dicuntur inter quæ



aliud spatium nullum est. Duo autem Tempora inter quæ nullum intercedit Tempus inter se *immediata* appellantur ut AB. B C. *Continua* autem inter se tum spatia, tum Tempora Duo di-



cuntur quorum est aliqua pars cómunis. ut A C. B D. quorum est pars communis B C. plura autem pluribus continua sunt quorum duo quælibet proxima sunt continua.

11. Partium ea quæ inter duas partes alias intercipitur *Media*, quæ vero non est posita inter duas alias partes *Extrema* appellatur. Extremarum autem quæ prior numeratur *Principium*, quæ posterior, *Finis*; mediæ verò omnes simul sumptæ, *Via* est. *Extremæ* autem *Partes*, & *Termini* idem sunt. Constat ex his *Principiũ* & *Finem* a nostræ numerationis ordine dependere; & Spatium vel Tempus *Finire*, sive *Terminare* idem esse quod imaginari *Principium* ejus & *Finem*; atque unumquodque Finitum vel Infinitum prout nos illius terminos undiquaque imaginati sumus. Numeri autem termini, unitates sunt, illa scilicet, unde numerare incipimus, *Principium*, illa vero in qua desinimus *Finis*. Numerus autem infinitus dicitur, qui quis sit non sit dictum; nam si dictus sit binarius, ternarius, millenarius, *&c.* semper finitus est; Sed cum nihil sit dictum præterquam *numerus est infinitus*, intelligendum est idem dictum esse ac si diceretur nomen hoc *Numerus* esse nomen Indefinitum.

12. *Potentiâ* autem *Finitum*, id est, *Terminabile* dicitur Spatium vel Tempus, quando numerus spatiorum vel temporum finitorum, puta passuum vel horarum, assignari potest, quo major numerus eorundem in eo spatio vel tempore esse non potest. *Potentiâ* autem *infinitum* est, in quo major numerus dictorum passuum vel horarum dari potest, quàm quilibet numerus qui sit datus. Notandum autem est, etsi in eo spatio vel tempore quod potentiâ infinitum est, numerari possunt plures passus vel horæ quocunque numero qui assignari potest, numerum tamen illum semper finitum fore, omnis enim numerus finitus est. Non ergo rectè ratiocinatus est is qui mundum finitum esse probare volens, hoc modo ratiocinatus est;

Si mundus sit infinitus, tum potest in eo sumi aliqua pars quæ à nobis distat infinito numero passuum, sed hujusmodi pars nulla sumi potest, ergo mundus non est infinitus; Nam consequentia illa majoris propositionis falsa est; quicquid enim in spatio licet infinito sumimus, sive animo designamus, id finito spatio a nobis distabit, nam eo ipso quod designamus locum ejus, facimus ibi spatii finem cujus Principium ipsi sumus, & quicquid ab infinito utrinque animo abscindimus finimus, id est finitum facimus.

De spatio & Tempore interminabili, dici non potest quod sit *Totum* aut *unum*; non *Totum*, quia ex nullis partibus componi potest; Partes enim quotcunque, cùm singulæ sint finitæ, etiam simul sumptæ facient Totum finitum. Non *unum*, quia *unum* non dicitur nisi ut comparatum ad aliud; duo autem infinita spatia, vel duo tempora infinita esse, intelligi non potest. Denique cùm quæritur an mundus sit finitus an infinitus, nihil in animo est sub voce *Mundus*, quicquid enim imaginamur, eo ipso finitum est sive ad stellas fixas sive ad sphæram nonam, decimam, vel denique millesimam computemus. Quæritur hoc solum, an quantum nos spatium spatio addere possumus, tantum Deus corpus corpori actu adjunxerit.

13. Itaque quod dici solet Spatium & Tempus dividi posse in infinitum, non ita accipiendum est, ac si fieret aliqua infinita sive æterna divisio, sensus ejus dicti, melius explicatur hoc modo, *Quicquid dividitur, dividitur in partes rursus divisibiles*; vel sic, *non datur minimum divisibile*, vel, ut Geometræ plærique enuntiant, *quavis quantitate datâ sumi posse minorem*, id quod facile demonstrari potest sic. Nam divisum sit datum spatium vel tempus quodlibet (quod putabatur esse minimum divisibile) in duas partes æquales A & B, dico utramvis partem puta A posse rursus dividi; supponatur enim partem A contiguam esse hinc quidem parti B, illinc vero alteri spatio quod sit ipsi B æquale, totum ergo hoc spatium (quod dato majus est) divisibile quoque est. Eo ergo diviso in duo æqualia, etiam A quod in medio est in duo æqualia dividetur, erat ergo A divisibile.

CAPUT VIII.

1. *Definitio* Corporis. 2. *Definitio* Accidentis. 3. *Quomodo intelligatur accidens* inesse *in subjecto suo.* 4. Magnitudo *quid.* 5. *Quid sit* Locus, *&* locum *esse immobilem.* 6. *Quid* Plenum *&* Vacuum. 7. Hic, illic, alicubi, *quid significant.* 8. *Neque plura corpora in uno loco, neque unum corpus in pluribus locis esse posse.* 9. *Quid sint* contiguum *&* continuum. 10. Motûs *definitio, & motum nisi in tempore non intelligi.* 11. *Quid sit* quiescere, *&* motum fuisse, *&* motum fore; *in omni motu concipi necessariò* præteritum *&* futurum. 12. *Quid sint* punctum, linea, superficies *&* Solidum. 13. *Quid sit in* Corporibus *&* Magnitudinibus, Æquale, Majus *&* Minus. 14. *Unius & ejusdem corporis eandem semper esse magnitudinem.* 15. Velocitas *quid.* 16. *Quid sit in* Temporibus Æquale, Majus *&* Minus. 17. *Quid sint in velocitate*, Æquale, Majus *&* Minus. 18. *Quid sit in* motu Æquale, Majus *&* Minus. 19. *Quod quiescit nisi moveatur ab externo semper quiescet, & quod movetur nisi ab externo impediatur semper movebitur.* 20. Generari *&* Perire *accidentia, Corpus non item.* 21. *Accidens non migrare e subjecto, neque moveri.* 23. Essentia, Forma, *&* Materia quid. 24. Materia prima *quid.* 25. Totum *est majus* sua parte; *cur demonstratum.*

1. INtellecto jam quid sit Spatium Imaginarium, in quo nihil esse externum supponamus, sed meram eorum quæ olim existentia imaginem sui in animo reliquerant privationem; supponamus deinceps aliquid eorum rursus reponi, sive creari denuò; necesse ergo est ut creatum illud sive repositum, non modo occupet aliquam dicti spatii partem, sive cum ea coincidat & coextendatur, sed etiam esse aliquid, quod ab imaginatione nostra non dependet. Hoc autem ipsum est quod appellari solet, propter Extensionem quidem, *Corpus*; propter independentiam autem à nostra cogitatione *subsistens per se*; & propterea quod extra nos subsistit, *Existens*; denique quia sub spatio imaginario substerni & supponi videtur, ut non sensibus sed ratione tantum aliquid ibi esse intelligatur, *Suppositum, & subjectum.* Itaque definitio corporis hujusmodi est, *Corpus est quicquid non dependens a nostra cogitatione cum spatii*

spatii parte aliqua coincidit vel coextenditur.

2. Quid autem sit Accidens non tàm facilè definitione quàm exemplis explicari potest. Cogitemus igitur Corpus spatium aliquod occupare sive cum eo coextendi, coextensio illa non est ipsum corpus coextensum; similiter cogitemus corpus idem transferri, illa translatio non est ipsum Corpus translatum; vel cogitemus corpus illud non transferri, illa non translatio seu quies, non est corpus ipsum quiescens. Quid ergo sunt? sunt corporis Accidentia, sed hoc ipsum quærimus: *Quid sit Accidens?* in quo quidem quod intelligimus quærimus quod quærendum erat, non quærimus. Quis enim est, qui, dicentem aliquid extendi vel moveri, vel non moveri, non semper & eodem modo intelligit? volunt tamen plerique dici sibi *Accidens esse aliquid*, scilicet partem aliquam rerum naturalium, cùm revera pars earum non sit. His ut satisfiat, optimè, quantum fieri potest, respondent illi qui Accidens definiunt esse *modum corporis, juxta quem concipitur*; quod est idem ac si dicerent, *Accidens esse facultatem corporis qua sui conceptum nobis imprimit*; qua definitione etsi non respondeatur ad id quod quæritur, respondetur tamen ad id quod quærendum erat; nimirum *unde accidit quod corporis una pars hinc, altera illinc appareat. Sic* enim rectè respondebitur, *propter extensionem*, vel *unde accidit quod totum Corpus continuò, modo hinc, modo illinc conspicitur*, & respondebitur, *Propter motum*, vel denique *unde accidit ut idem spatium tempore aliquo occupari videatur?* ut respondeatur, *propterea quod non est motum.* Nam si de nomine corporis, id est, de nomine concreto interrogatur, *quid est?* per definitionem respondendum est, quæritur enim vocis significatio tantùm; verum si de nomine abstracto quæratur *quid est?* quæritur causa quare aliquid hoc vel illo modo apparet? Ut si quæratur quid sit durum, respondebitur *Durum est cujus pars non cedit nisi cedente toto*; at si quæratur, *durities quid sit?* Ostendenda est causa, quare nisi cedente toto, pars non cedit. Definiemus igitur *Accidens esse concipiendi corporis modum.*

3. Quod autem *Accidens* in *Corpore inesse* dicatur, id non ita accipiendum est, ac si aliquid in corpore contentum esset, tanquam exempli gratia ita rubor inesset sanguini, sicut sanguis in cruentata veste, id est, ut pars in toto; nam sic Accidens esset quoque corpus; Sed sicut magnitudo, vel quies, vel motus est in eo quod magnum est, quod quiescit, vel quod movetur, (quod quo modo intelligendum est unusquisque intelligit

git) ita etiam omne aliud Accidens inesse subjecto suo intelligi debet. Id quod etiam ab Aristotele explicatum est, non aliter, quam negativè, *Videlicet Accidens inesse subjecto non tanquam pars*, sic tamen, *ut sine subjecti interitu abesse possit*. Et rectè quidem, nisi quod quædam accidentia abesse à Corpore sine interitu ejus non possunt, nam Corpus sine extensione aut sine figura omnino concipi non potest. Cætera autem accidentia quæ non omnium corporum communia, sed aliquorum propria sunt, ut quiescere, moveri, color, durities, & similia, succedentibus aliis continuo intereunt, ut tamen corpus intereat nunquam. Quod autem alicui videri possit, non omnia accidentia suis corporibus ita inesse, sicut inest *Extensio*, motus, quies, aut figura; exempli causa colorem, calorem, odorem, virtutem, vitium, & similia, aliter inesse & (ut dicunt) inhærere; Velim eum in præsentia judicium suum de ea re suspendere, & parumper expectare, donec ratiocinatione investigatum sit, an hæc ipsa accidentia, non sint etiam motus quidam, aut animi imaginantis, aut corporum ipsorum quæ sentiuntur; nam illud explorare, magna pars est Philosophiæ naturalis.

4. Extensio corporis idem est quod magnitudo ejus, sive id quod aliqui vocant *Spatium reale*; magnitudo autem illa non dependet à cogitatione nostra, sicut spatium Imaginarium, hoc enim illius effectus est, magnitudo causa; hoc animi, illa corporis extra animum existentis Accidens est.

5. Spatium autem (qua voce semper intelligo imaginarium) quod cum Corporis cujuscunque magnitudine coincidit, illius corporis vocatur *Locus*; tunc autem corpus ipsum *Locatum* dicitur. *Locus* autem à *Magnitudine* Locati differt, primum in eo quod Corpus idem eandem *Magnitudinem* semper retineat, & dum quiescit, & dum movetur, sed dum movetur eundem *locum* non retinet; secundo in eo quod locus corporis cujuscunque, tanti & sic figurati Phantasma est, magnitudo autem cujusque corporis est Accidens ejus peculiare; nam unius locati plures esse diversis temporibus loci, possunt, plures magnitudines esse non possunt. Tertiò in eo quod locus nihil est extra animum, magnitudo nihil intra; denique locus est extensio ficta, magnitudo extensio vera, et Corpus locatum, non est extensio, sed extensum. Præterea *Locus* immobilis est, cùm enim quod movetur, à loco ad locum ferri intelligitur, si locus movetur locus etiam à loco ad locũ transferretur, unde necesse esset ut loci locus esset, & rursus ejus loci in quo locus, est alius locus, & sic in infinitum, quod est perridiculum. Dum autem Loci immobilitatem sustinent illi qui naturam ejus in spatio reali collocant, faciunt & ipsi locum esse Phantasma, etsi se id facere non animadvertant. Dicit enim alius locum ideo immobilem dici, quia consideratur ibi spatium in genere. Sed si meminisset, nihil esse Genericum neque Universale præter nomina; facilè vidisset spatium illud quod considerari in genere dicit, nihil aliud esse præter cujuslibet corporis tantæ magnitudinis & talis figuræ insidens animo Phantasma, sive memoriam. Alius verò spatium reale immobile fieri dicit, per intellectum; ut si superficiei aquæ currentis cogitemus succedentem aquam semper supponi, illa superficies quæ ita per intellectum sistitur, erit fluminis *Locus immobilis*; quid autem est hoc aliud quam locum facere, ut est, Phantasticum, obscurè licet & verbis perplexis?

Postremò, loci natura non in superficie ambientis, sed in solido spatio consistit; locatum enim totum cùm Loco toto, & pars cum parte coextenditur; corpus autem locatum cum solidum sit, cum superficie coextendi non est intelligibile; Præterea quomodo moveri potest totum aliquod Corpus, nisi & singulæ partes simul moveantur? aut quomodo partes interiores moveri nisi locum relinquant? relinquere autem pars Corporis interior superficiem exterioris sibi contiguæ non potest; unde sequitur, si locus sit superficies ambientis, partes ejus quod movetur, id est, id quod movetur, non moveri.

6. Spatium (sive locus) quod à corpore occupatur *Plenum*, quod non occupatur *Vacuum* appellatur.

7. *Hic, illic, in agro, in urbe*, & similia nomina, quibus respondetur ad quæstonem *ubi est*, non ipsius loci nomina sunt, nec per se revocant in animum, locum ipsum qui quæritur; nam *Hic* & *Illic* nisi res digito aliave re simul indicetur, nihil significant; quando verò digito vel alio indice oculus quærentis versus rem quæsitam dirigitur, non definitur locus à respondente, sed à quærente invenitur. Monstrationum autem quæ per solas voces fiunt, ut quando dicitur, *in agro* vel *in urbe* aliæ aliis latiores sunt, ut *in agro, in urbe, in regione urbis, in domo, in cubiculo, in lecto*; Quæ quidem propiùs semper ad locum proprium quærentem paulatim dirigunt, locum tamen non determinant, sed tantum ad Spatium arctius restringunt; significantque locum rei esse intra Spatium quoddam illis verbis designatum, ut partem in toto. Atque hujusmodi nomina (quibus respondetur ad quæstionem *ubi*) habent omnia pro summo

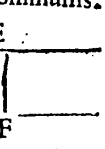
summo genere vocem hanc *Alicubi*. Ex quo intelligitur quicquid est alicubi, esse in aliquo loco propriè dicto, qui scilicet locus pars est spatii illius majoris quod aliqua vocum illarum *in agro, in urbe*, vel similium significatur.

8. Corpus, & magnitudo, & locus ejus, uno & eodem actu animi dividitur; nam dividere corpus extensum, & extensionem ejus, & ideam extensionis, nempe locum, idem est quod dividere quodlibet eorum, cum sint coincidentia, nec nisi animo, id est per divisionem spatii fieri possit. Ex quo manifestum est neque duo simul corpora in eodem loco, neque unum corpus in duobus simul locis esse posse; non duo corpora in eodem loco, quoniam cum corpus quod totum Spatium occupat dividitur in duo, etiam Spatium ipsum in duo dividitur, sunt ergo duo loca. Non unum corpus in duobus locis, propterea quod spatio quod à corpore occupatur, id est, loco ejus in duo diviso etiam ipsum locatum in duo dividitur (nam, ut diximus, locus & corpus quod in eo est una dividuntur) duo ergo sunt corpora.

9. Corpora etiam duo, *contigua* inter se, & *continua* dicuntur eadem ratione qua duo spatia; nimirum *Contigua sunt, inter quæ nullum est Spatium*. Per Spatium autem intelligimus, ut supra, corporis Ideam sive Phantasma. Itaque etsi inter duo corpora nullum aliud corpus interpositum sit, & per consequens, nulla magnitudo, sive, ut vocant, Spatium reale, si tamen inter ea corpus esse possit, id est, si intercedat Spatium corporis recipiendi capax, non sunt ea corpora contigua; quod ita facile agnosci potest; ut mirarer homines quandoque subtiliter Philosophantes, aliter censere, nisi exploratum haberem plerosque qui subtilitatem quandam metaphysicam affectant, verborum specie tanquam igne fatuo deviare. Quis enim sensu naturali utens, ideo duo corpora necessariò se mutuo tangere putat, quod inter ipsa aliud corpus nullum sit, aut ideo vacuum non dari, quia vacuum est nihil, vel non ens? tanquam quis pueriliter argueret, neminem jejunare posse, quia jejunare est nihil comedere, nihil autem comedi non potest.

Continua autem inter se duo Corpora sunt quorum est pars communis, & plura quorum quælibet duo proxima sunt continua; eodem prorsus modo quo spatia continua supra definivimus.

10. *Motus est continua unius loci relictio & alterius acquisitio; locus autem qui relinquitur Terminus à quo, qui acquiritur Terminus ad quem dici solet*; Continuam dico, propterea quod corpus quantulumcumque sit, non potest totum simul à toto loco priore ita excedere, ut pars ejus non sit in parte quæ sit utrique loco, nimirum relicto & acquisito communis. Exempli causa, sit corpus quodcunque in loco A B C D, non potest illud pervenire ad locum B D E F, quin prius sit in G H I K, cujus pars G H B D sit communis utrique loco A B C D, & G H I K, & pars B D I K communis utrique loco G H I K & B D E F.



Moveri autem aliquid nisi in tempore concipi non potest. Est enim Tempus ex definitione, Phantasma, id est, conceptus motûs; itaque concipere moveri aliquid non in tempore esset concipere motum non concepto motu, quod est impossibile.

11. *Quiescere dicitur quod per aliquod tempus, in eodem est loco, motum autem esse vel fuisse dicitur quod sive nunc quiescat sive moveatur, fuit prius in loco alio quam nunc est.* Ex quibus definitionibus, infertur primò *quicquid movetur, motum esse*, nam quod movetur si in eodem sit loco quo priùs, quiescit, id est, non movetur, per definitionem *Quietis*; si in alio loco est, motum est per definitionem *Moti*. Secundo, *Quod movetur, motum iri adhuc*, nam quod movetur locum ubi est relinquit, itaque alium acquiret, ergo movebitur adhuc. Tertiò *quod movetur non esse in uno loco*, per ullum tempus quantumvis exiguum; nam per definitionem Quietis, quod est in uno loco per aliquod tempus, quiescit.

Est sophisma quoddam contra motum quod nasci videtur ex hujus propositionis ignoratione. Dicunt enim si corpus aliquod movetur, movetur in loco ubi est, vel in loco ubi non est, quorum utrumque falsum est; ergo nihil movetur. Sed falsa est Major, quod enim movetur neque in loco ubi est, neque in loco ubi non est movetur, sed à loco ubi est ad locum ubi non est. Negari non potest quin quicquid movetur, alicubi, id est, intra Spatium aliquod moveatur; At locus corporis non est illud Spatium totum sed pars ejus, ut dictum supra est, articulo 17. Ex eo quod quicquid movetur non modo motum esse, sed etiam motum fore demonstravimus, hoc quoque colligendum est, motum non concipi sine conceptu tum præteriti tum futuri.

12. Si Corporis quod movetur magnitudo (etsi semper

aliqua sit) nulla consideretur, via per quam transit, *linea* sive *dimensio una* & *simplex*, dicitur, Spatium autem quod transit *Longitudo*, ipsumque corpus *punctum* appellatur; Eo sensu quo Terra *punctum*, & via ejus annua, linea Ecclíptica vocari solet. Quod si corpus quod movetur consideretur jam ut *longum*, atque ita moveri supponatur ut singulæ ejus partes singulas lineas conficere intelligantur, via uniuscujusque partis, ejus corporis *Latitudo*, Spatium quod conficitur *Superficies* vocatur, constans ex duplici dimensione *Latitudine* & *Longitudine*, quarum altera tota ad alterius partes singulas sit applicata.

Rursus si corpus consideretur ut habens jam *Superficiem*, & ita intelligatur moveri ut singulæ ejus partes singulas conficiat lineas, uniuscujusque partis via corporis illius *Crassities* seu *profunditas*, Spatium quod conficitur *Solidum* vocatur, conflatum ex dimensionibus tribus quarum quælibet duæ totæ applicantur ad singulas partes tertiæ.

Quod si adhuc corpus aliquod consideretur ut solidum, fieri non potest ut singulæ ejus partes singulas describant lineas. Nam quâcunque movebitur, partis posterioris via incidet in viam anterioris, factumque erit solidum idem quod fecisset per se superficies anterior. Alia itaque dimensio corporis quidem ut corpus, præter prædictas tres nulla esse potest; etsi ut post dicetur, velocitas quæ est motus per longitudinem, applicatus ad solidi omnes partes faciat motûs magnitudinem ex quatuor constantem dimensionibus, sicut & bonitas Auri in singulis partibus computata facit prætium ejus.

13. *Corpora inter se æqualia esse dicuntur quæ eundem locum possidere possunt.* Potest autem corpus aliquod locum occupare eundem quem aliud corpus occupat quamvis non sit ejusdem figuræ, si modo flexione et transpositione Partium in eandem figuram redigi intelligatur.

Majus autem est corpus corpore quando pars illius huic toti est æqualis. Minus autem, quando illud totum parti hujus est æquale. Eâdem ratione magnitudo magnitudini æqualis, vel Major vel Minor dicitur; videlicet quando corpora quorum illæ sunt magnitudines majora æqualia vel minora sunt.

14. Unius enim & ejusdem corporis una & eadem semper est magnitudo. Cum enim corpus, & magnitudo, & locus ejus, animo comprehendi non possint, nisi ut Coincidentia, si corpus aliquod quiescere, id est, in eodem loco pro tempore remanere intelligatur, sitque magnitudo ejus in una parte temporis

temporis illius, Major, in aliâ, Minor, locus qui idem est, coincidet modò cum majore, modò cum minore magnitudine, id est idem locus, & Major & Minor erit seipso, quod est impossibile. Sed rem ita per se manifestam demonstrare opus non esset, nisi viderem, aliquos ita de corpore & magnitudine ejus, sentire, tanquam idem corpus divulsum à sua magnitudine existere & majore mox vel minore donari posset, & ad Rari & Densi naturam explicandam hoc uti Principio.

15. Motus, quatenus eo, longitudo certa, tempore certo, transmitti potest, appellatur *Velocitas*; Nam etsi *Velox* sæpissime dicatur cum relatione ad *Tardius* sive *Minus Velox*, sicut magnum respectu minoris, tamen ut magnitudo apud Philosophos sumitur absolutè pro extensione, ita quoque Velocitas poni pro motu secundum longitudinem potest absolutè.

16. Motus plures temporibus æqualibus absolvi dicimus, quando unusquisque eorum cum motu aliquo alio simul incipit & simul desinit, vel si simul incipisset simul etiam desiisset. Tempus enim quod est Phantasma motus non nisi per expositum motum æstimatur. Ut fit in Horologiis per motum Solis, vel Indicis; ubi si duo vel plures motus, cum eo motu simul incipiunt & desinunt, æqualibus temporibus facti censentur; ex quo etiam quid sit majore tempore sive diutiùs & minore sive minus diù moveri facile intelligitur; diuturniorem nempe esse qui si una incepisset posterior desiisset, vel si unâ desiisset prior incepisset.

17. Æque veloces dicuntur motus quibus transmittuntur longitudines Æquales æqualibus temporibus, velocitas autem Major est qua longitudo major æquali tempore, vel longitudo æqualis minore tempore conficitur. Atque ea velocitas qua æqualibus temporis partibus æquales transeuntur Longitudines, Velocitas sive motus *uniformis* dicitur; & motuum *non uniformium* illi qui æqualibus temporis partibus accelerantur, vel retardantur æqualibus semper incrementis vel decrementis dicuntur uniformiter accelerati, vel uniformiter retardati.

18. Motus autem major & minor & æqualis non dicitur propter solam longitudinem, quæ certo tempore conficitur, id est, propter solam velocitatem, sed propter velocitatem applicatam ad unamquamque magnitudinis particulam; nam quando corpus aliquod movetur, movetur quoque quotalibet pars ejus, puta dimidium; unde motibus dimidiorum existentibus inter se, & motui totius, æque velocibus; motus totius

 erit

erit æqualis duobus motibus quorum uterque est æque ac ipse velox; itaque aliud est motus duos æquales inter se esse, aliud æque veloces; ut manifestum est in Bigis ubi motus quidem amborum simul equorum, utriusvis motui æque velox est, Major autem amborum quam unius motus est, scilicet ille hujus duplus est, *Æquales* itaque *Motus* simpliciter *esse dicimus, cum unius velocitas per omnem ejus magnitudinem computata, æqualis est alterius velocitati, per omnem item magnitudinem ejus computatæ. Major* autem *motus motu est quando velocitas illius sic, ut dictum est computata, hujus velocitate similiter computata, Major est. Minor* verò *quando Minor*; Præterea motûs magnitudo eo quo jam diximus modo computata, id ipsum est quod appellamus vulgo *Vim*.

19. Quod quiescit, semper quiescere intelligitur, nisi sit aliud aliquod corpus præter ipsum, quo supposito, quiescere amplius non possit; supponamus enim corpus aliquod finitum existere, & quiescere, ita ut reliquum omne Spatium intelligatur vacuum; si jam corpus illud cæperit moveri, movebitur sanè per aliquam viam, quoniam igitur quicquid in ipso corpore erat disponebat ipsum ad quietem, ratio quare movetur per hanc viam est extra ipsum, similiter si per aliam viam quamcunque motum esset, ratio quoque motus per illam viam, esset extra ipsum. Cùm autem suppositum sit, extra ipsum nihil esse, ratio motûs per unam viam eadem esset quæ ratio motûs per omnem aliam viam; ergo æquè motum esset per omnes vias simul, quod est impossibile.

Similiter quod movetur, semper moveri intelligitur, nisi aliud sit extra ipsum propter quod quiescit; nam si supponamus nihil extra esse, nulla ratio erit quare nunc quiescere debeat potius quam alio tempore; itaque motus ejus in omni simul temporis puncto desineret, quod non est intelligibile.

Quando *Generari*, vel *Perire* Animal, Arborem, aliudve corpus nominatim dicimus, etsi ea corpora sint, non tamen intelligendum est, ex non corpore corpus, vel ex corpore fieri non corpus, sed ex Animale non Animal, ex Arbore non Arborem, &c. id est, Accidentia quidem ea propter quæ aliam rem Animal, aliam Arborem, aliam aliter nominamus generari & interire, & proinde nomina illa non amplius ipsis convenire quæ prius conveniebant; Non autem generari aut perire magnitudinem propter quam nominamus aliquid corpus. Etsi enim fingere animo possumus punctum aliquod in molem ingentem intumescere, quæ rursus in punctum

punctum se contrahat, hoc est imaginari ex nihilo aliquid, & ex aliquo nihil fieri; quomodo tamen id fieri in rerum natura possit animo comprehendi non potest. Philosophi igitur quibus à ratione naturali discedere non licet, supponunt corpus generari aut interire non posse; sed tantùm sub diversis speciebus aliter atque aliter nobis apparere, & proinde aliter atque aliter nominari, ut quod modo Homo, mox non-Homo, non autem quod modo corpus, mox non-Corpus vocandum sit. Accidentia autem cætera præter magnitudinem sive extensionem omnia generari & interire posse manifestum est, ut quando ex albo fit nigrum, albedo quæ erat amplius non est, & nigredo quæ non erat oritur. Corpora itaque & accidentia sub quibus variè apparent, ita differunt, ut corpora quidem sint res non genitæ, accidentia vero genita sed non res.

21. Quum igitur aliquid aliter atque aliter apparet propter alia atque alia Accidentia, non censendum est Accidens ex uno subjecto in aliud migrare, (non sunt enim, ut diximus supra, in subjectis suis ut pars in toto sive contentum in continente, aut ut pater familias in domo) sed unum interire aliud generari. Exempli gratia, quando manus mota movet Calamum, non migrat motus manus in calamũ, sic enim currente scriptura manus cessaret, sed motum in calamo generari novum & suum.

22. Neque ergo moveri dicetur Accidens, nisi impropriè, ut si pro *figura est Accidens corporis absportati*, diceremus *Corpus absportat figuram suam*.

23. Accidens autem propter quod corpori alicui certum nomen imponimus, sive Accidens quod subjectum suum denominat, *Essentia* dici solet, ut rationalitas, Hominis; Albedo, Albi; Extensio, corporis dicitur *Essentia*. Eadem Essentia quatenus generata, *Forma* dicitur.

Corpus rursus respectu cujuslibet Accidentis sui, vocatur subjectum. Respectu *Formæ*, *materia* nominatur.

Item productio vel interitus cujuslibet Accidentis facit ut subjectum ejus *mutari* dicatur, solius vero Formæ, ut dicatur generari, vel interire. In omni autem generatione & mutatione nomen materiæ semper manet; nam facta ex ligno mensa, non modo lignea, sed lignum; & statua ex ære tùm ænea tùm æs dicitur. Etsi Aristoteles in Metaphysicis illud quod factum est non ἐκεῖνο sed ἐκεῖνον, & ex ligno factum non ζύλον sed ξύλινον, id est, non lignum sed ligneum appellandum esse censeat.

24. Materia autem communis omnium rerum, quam Philosophi,

sophi, Aristotelem sequuti, vocare solent *Materiam primam*, non est aliquod corpus distinctum à reliquis corporibus, neque verò unum ex illis, quid ergo est? merum nomen; non tamen frustra usurpatum; significat enim, corpus considerari sine consideratione cujuscunque *Formæ* & cujuscunque Accidentis, exceptâ solummodo magnitudine, sive extensione, & aptitudine ad formam & accidentia recipienda; ita ut si quoties opus est uti hac voce, *Corpus generaliter sumptum*, utamur hac *Materia prima* rectè fecerimus. Nam sicut si quis utra prior extiterit Aqua an Glacies nesciens, quæreret utra esset ambarum materia, tertiam aliquam materiam quæ illarum neutra esset supponere cogeretur, sic qui materiam quærit omnium rerum, talem supponere debet quæ earum rerumquæ sunt nulla sit; non est igitur materia prima res aliqua; ideoque solent attribuere ipsi, neque formam ullam, neque aliud Accidens præter quantitatem: Cùm tamen omnes res singulares suis formis & certis accidentibus præditæ sint. Est ergo materia prima corpus universale, id est, corpus consideratum universaliter, cujus non est forma nulla, aut Accidens nullum, sed in quo forma & Accidentia præter quantitatem nulla considerantur, id est, in argumentationem non adhibentur.

25. Ex antè dictis demonstrari possunt axiomata ea quæ assumuntur ab Euclide, in Principio primi Elementi circa æqualitatem & inæqualitatem magnitudinum; quorum (cæteris prætermissis) unum tantùm, *Totum esse majus sua parte* hic demonstrabimus, ut sciat lector ea axiomata non esse indemonstrabilia, neque ergo Principia demonstrandi prima, atque ob eam rem, caveat ne quicquam pro Principio admittat quod non sit æquè clarum atque hæc sunt. Definitur *Majus* esse cujus pars est æqualis alteri toti; si jam ponatur totum aliquod A & pars ejus B, quoniam totum B est æquale sibi ipsi, & pars totius A est ipsum B, erit pars ipsius A æqualis toti B; quare per definitionem *Majoris*, A est majus quam B; quod erat probandum.

CAPUT. IX.

CAPUT. IX.
De Causa & Effectu.

1. *Quid sit* Agere *&* Pati. 2. *Actio & Passio* mediata *&* immediata. 3. Causa *simpliciter*, Causa sine qua non, *sive* necessarium per hypothesim *quid*. 4. Causa efficiens, *&* Materialis *quid*. 5. *Causa integra ad effectum producendum semper est sufficiens. Effectum productum esse eodem instante quo causa sit integra, & effectum omnem habere causam necessariam*, 6. *Generationem effectuum continuam esse. Principium in causatione quid sit.* 7. *Causam motûs non esse nisi in corpore contiguo & moto.* 8. *Agentia & Patientia eadem, diversis temporibus sed similiter disposita, similes effectus producunt.* 9. *Mutationem omnem esse motum.* 10. *Contingentia quid sint.*

1. CORpus *Agere* dicitur in illud corpus in quo aut Generat Accidens aliquod, aut destruit. Et Pati ab eo, à quo in ipso Accidens aliquod Generatur vel destruitur; Ut, corpus quod propellendo aliud corpus efficit in eo motum, *Agens* vocatur, id verò in quo pulso generatur motus, *Patiens*; ut ignis calefaciens manum, *Agens*, manus quæ calefit *Patiens*, dicitur. Accidens quod in Patiente generatur appellatur *Effectus*.

2. Quando Agens & Patiens contigua inter se sunt, *Actio & Passio immediatæ* dicuntur, alioqui *mediatæ*. Corpus autem quod inter Agens & Patiens medium interjacet, utrique contiguum, & Agens est & Patiens. Agens respectu sequentis in quod Agit; *Patiens* respectu antecedentis à quo Patitur. Item si plura corpora ita ordinentur, ut proxima quæque duo sint contigua, media omnia inter primum & postremum sunt & *Agentia & Patientia*; primum solummodo *Agit*, postremum solummodo *patitur*.

3. Agens autem in patiente effectum suum certum producere intelligitur, pro certo modo seu certo Accidente vel certis Accidentibus quibus & ipsum & patiens prædita sunt, id est, non propterea quod sunt corpora, sed quod talia, vel taliter mota; Nam alioqui omnia agentia in omnibus patientibus similes effectus producerent, cum sint omnia æquè corpora. Itaque verbi causâ, ignis non ideò calefacit quia Corpus est, sed quia calidum, nec corpus unum aliud pellit, quia corpus est,

sed

sed quia movetur in ejus locum. Causa itaque effectuum omnium in certis consistit Agentium & Patientis Accidentibus, quæ cùm adsint omnia, Effectus producitur, si aliquod eorum desit, non producitur. Accidens autem sive Agentis sive Patientis *Sine quo* effectus *non potest produci* Vocatur *causa sine qua non* & *Necessarium per hypothesin*; & *Requisitum* ad Effectum producendum. *Causa* autem simpliciter sive *causa integra est Aggregatum omnium Accidentium tam Agentium quotquot sunt, tam Patientis, quibus omnibus suppositis, intelligi non potest quin Effectus unâ sit productus, & supposito quod unum eorum desit intelligi non potest quin effectus non sit productus.*

4. Accidentium autem requisitorum ad effectum, eorum quæ in Agente, vel Agentibus sunt aggregatum, producto effectu, vocatur *Causa* ejus *Efficiens*. Eorum verò quæ in patiente sunt Aggregatum, producto effectu, appellari solet causa materialis; producto inquam, effectu; Ubi enim effectus nullus est, neque causa ulla est, nam causa vocari nihil potest, ubi nihil est quod vocetur effectus; sunt autem causæ efficiens & materialis causæ partiales, sive partes causæ illius quam proximè suprà appellavimus Integram. Est autem ex his statim hoc manifestum, effectum quem expectamus, cum Agentia sint Idonea, tamen propter defectum Idonei patientis, & cum patiens sit Idoneum, tamen propter defectum Agentium Idoneorum, frustrari posse.

5. Causa integra ad producendum effectum suum semper sufficit, modo sit effectus omnino possibilis; Nam quicunque effectus producendus proponatur, si producatur manifestum est, causam quæ eum produxit sufficientem fuisse, sin non producatur, & tamen possibilis fuerit, palàm est defuisse aliquid vel in Agente aliquo, vel in patiente, sine quo produci non potuit, id est, defuisse aliquod Accidens quod erat ad productionem ejus Requisitum. Itaque *Causa* ea non erat *integra*, contra id quod supponebatur.

Ex quo & hoc sequitur, quo instante causa fit *Integra*, eodem quoque effectum esse productum; nam si non sit productus deest adhuc aliquod ad productionem Requisitum, non erat ergo, ut supponebatur, causa integra.

Et siquidem causa necessaria ea esse definiatur quâ suppositâ effectus non potest non sequi, Hoc quoque colligetur, Quicunque unquam effectus productus sit, productum esse à causa necessaria. Nam quod productum est eo ipso quod productum est causam habuit integram, hoc est, omnia ea quibus suppositis effectum non sequi intelligi non possit, ea vero causa necessaria est. Eadem ratione ostendi potest quicunque unquam effectus Futuri sunt, causam necessariam habituros esse, atque hoc modo quæcunque producta vel erunt vel fuerunt, necessitatem suam in rebus antecedentibus habuisse.

6. Ex eo autem quod quo instante causa fit integra, eodem effectus productus est, manifestum etiam est, causationem atque productionem effectuum in continuâ quadam progressione consistere, ita ut pro mutatione continua Agentis vel Agentium, quæ fit ab aliis in ipsa Agentibus, continuò mutetur quoque patiens in quod ipsa agunt; exempli causa, magis magisque calescente igne, continuo augmento, effectus quoque ejus, nempè poximorum corporum, & rursus his proximorum calor (magno jam argumento, mutationem in solo motu consistere, quod tamen alias verum esse ostendetur) magis magisque unâ crescit. In hac autem causationis, id est, Actionis & Passionis progressione siquis partem aliquam imaginatione comprehenderit, eamque diviserit in partes, Prima pars, sive Principium ejus considerari non potest nisi ut actio, sive causa; nam si consideraretur etiam ut effectus vel passio necesse est ut ante eam aliquod aliud consideraretur ut actio & causa ejus, quod fieri non potest; nam ante Principium nihil est; Similiter pars ultima, tantùm ut effectus consideratur, Causa enim dici non potest nisi respectu sequentis; sed post ultimum nihil sequitur. Atque hinc est quod in actione *Principium* & *Causa* pro eodem habeantur. Partium autem intermediarum unaquæque & actio & passio, & causa & effectus est, prout cum parte antecedente vel subsequente comparatur.

7. Causa motûs, nulla esse potest in corpore nisi contiguo & moto. Sint enim duo corpora quælibet non contigua, inter quæ aut Spatium quod interiacet vacuum sit, aut si plenum, plenum tamen corpore quiescente, propositorum autem corporum unum quiescere supponatur. Dico quieturum semper; nam si movebitur; causa ejus motûs per caput 8. articulum 19 erit in corpore externo; si igitur inter ipsum & externum illud, vacuum Spatium sit, possumus concipere, utcunque se habeant corpora externa vel ipsum patiens (modo supponatur nunc quiescere,) quieturum esse quamdiu ab iis non contingitur; cùm autem causa (per definitionem) sit aggregatum accidentium omnium quibus suppositis effectum non sequi concipi non potest, Accidentia quæ sunt vel in externis vel in ipso patiente, causa futuri motûs non erit, similiter quia concipi potest

potest id quod jam quiescit quieturum adhuc, etiamsi ab alio corpore contingatur modo corpus illud non moveatur, non erit causa motus in contiguo corpore quiescente. Itaque causa motûs in corpore nulla est, nisi in contiguo & moto.

Eadem ratione probari potest quicquid movetur, eâdem viâ & velocitate semper processurum, nisi ab alio contiguo, & moto corpore impediatur, & proinde neque quiescentia neque interposito vacuo ulla corpora motum in alio corpore aut generare, aut extinguere, aut minuere posse. Est qui quieta motis magis resistere scripsit quam ex adverso motu, eo quod quietem quam motum motui magis contrariam esse existimaret; deceptus voce, quòd nomina *quies* & *motus* contradictoria sunt; cùm tamen quod ad rem attinet, pugnat cum motu motus adversus, quies non pugnat.

8. Quod si corpus unum in aliud agat uno tempore, & deinde idem corpus, in idem corpus alio tempore agat, modo Agens vel quiescat totum & pars ejus unaquæque; vel (si moveatur) eodem modo moveatur & totum, & unaquæque ejus pars sicut antè; & quod de Agente dictum est, idem de patiente intelligatur, ita ut nulla sit differentia nisi in temporibus, id est nisi ut actio una prior tempore, alia posterior sit; Manifestum per se est, effectus fore æquales, similesque; solo tempore diversos. Et sicut ipsi effectus à causis suis oriuntur, ita diversitatem quoque eorum à diversitate causarum dependere.

9. Hoc posito, necesse est ut mutatio aliud non sit præter partium corporis mutati motum. Primò enim mutari nihil dicimus præterquam quod sensibus nostris aliter apparet quam ante apparuit. Secundo illæ apparentiæ sunt ambæ effectus producti in sentiente; itaque si diversi sunt, necesse est per præcedentem, ut vel Agentis pars aliqua ante quiescens jam moveatur, & sic mutatio consistit in eo motu; vel antè mota, nunc aliter movetur, & sic quoque consistit mutatio in novo motu, vel antè mota nunc quiescat, quod fieri nisi per motum non posse supra demonstravimus, & ita rursus mutatio motus est, vel denique aliquid horum contingit patienti vel parti ejus, atque ita omni modo mutatio consistet in motu partium ejus corporis quod sentitur, vel ipsius sentientis, vel utriusque. Itaque mutatio, *motus* est (nimirum partium Agentis vel patientis) quod erat propositum demonstrare. Huic autem consequens est, quietem nullius rei causam esse, neque omnino per eum quicquam *Agi*, ut quæ neque motus, neque mutationis ullius causa sit.

10. Acciden-

10. Accidentia respectu Accidentium quæ antecedunt sive tempore priora sunt, si ab illis non dependent, ut à causis, *Contingentia* appellantur; respectu, inquam, eorum à quibus non generantur; nam respectu causarum suarum, omnia æquè necessariò eveniunt; siquidem enim non necessario evenirent, causas non haberent, quod de rebus generatis intelligi non potest.

Caput. X.

De Potentia & Actu.

1. *Potentiam, & Causam idem esse.* 2. *Quo instante potentia sit plena eodem produci actum.* 3. *Potentiam Activam & Passivam partes tantùm esse potentiæ plenæ.* 4. *Actus possibilis quando dicitur.* 5. *Actus necessarius & contingens quid.* 6. *Potentiam Activam consistere in motu.* 7. *Causæ Formalis & Finalis quid.*

1. Causæ atque effectui respondent *Potentia* & *Actus*. Imò verò hæ & illæ eædem sunt res, licet propter diversas considerationes diversis nominibus appellentur. Quando enim in Agente quopiam omnia insunt Accidentia, quæ ad effectum aliquem in patiente quopiam producendum necessariò ex parte Agentis requiruntur, tum dicimus Agens illud producere illum effectum *posse*; si modò ad patiens applicatum fuerit. Sed eadem Accidentia capite præcedente causam constituere efficientem indicavimus, eadem igitur Accidentia sunt quæ causam efficientem, & quæ potentian Agentis, constituunt. Itaque *potentia* Agentis, & causa efficiens idem sunt re. Differunt autem consideratione, *Causa* enim dicitur respectu effectûs jam *Producti*, *Potentia* verò respectu ejusdem effectus *producendi*; ita ut causa *præteritum*, potentia *futurum* respiciat, potentia autem Agentis *Activa* dici solet.

Similiter quoties patienti cuipiam omnia insunt Accidentia quæ ex parte ipsius requiruntur ut effectus aliquis ab Agente quopiam in ipso producatur, dicimus in patiente illo effectum illum produci *posse*, si modo ad Agens idoneum applicatum fuerit. Sed eadem Accidentia, ut capite præcedente definitum est, constituunt *Causam materialem*. Idem igitur est *Potentia Patientis* (quæ & *Potentia passiva* vulgò dicitur) & *Causa materialis*. Consideratio tamen diversa est, quia in causa *Præteritum*,

tum, in potentia *Futurum* respicitur. Itaque Potentia tum Agentis tum patientis simul sumpta, quam Potentiam *integram* vel *plenam* appellare licet, idem est quod causa integra, nam utraque consistit in aggregato omnium simul accidentium quæ ad effectum producendum tum in Agente tum in patiente requiruntur. Denique sicut Accidens quod productum est, respectu causæ, *Effectus*; ita respectu potentiæ, *Actus* appellatur.

2. Quemadmodum igitur quo instante causa est *Integra*, eodem *effectus* productus est; sic quoque quo instante Potentia *plena* fit, eodem quoque actus qui ab ea produci potuit productus est. Et ut nullus effectus oriri potest qui non à causa sufficiente & necessaria productus sit, ita neque actus ullus produci, quæ non productus sit à potentia sufficiente, & à qua non potuit non produci.

3. Quemadmodum, causam efficientem, & materialem per se ipsas ostendimus esse partes tantùm causæ integræ, nec nisi conjunctas effectum producere, sic quoque Potentia *Activa* & *Passiva* partes tantùm sunt Potentiæ plenæ, & integræ, nec poterit ex iis *Actus* educi, nisi conjunctis; ideoque potentiæ illæ, ut diximus articulo primo, dicuntur potentiæ cùm hac conditione, *posse* scilicet *Agens*, *si modo patienti applicetur*, & *posse patiens* si modo Agenti applicetur; aliter neutrum quicquam *posse*, neque ergo Accidentia quæ in illis sunt, *Potentiæ* propriè loquendo dici possunt; neque actus aliquis possibilis dici propter potentiam solius Agentis aut solius Patientis.

4. Actus enim impossibilis est ad quem producendum nulla unquam erit Potentia plena; Nam cùm *Potentia* plena ea sit in qua concurrunt omnia quæ ad actum producendi requiruntur, si Potentia plena nunquam erit, semper deerit aliquod eorum sine quibus produci actus non potest; actus ergo ille nunquam produci poterit, id est, actus ille *impossibilis* est. Actus autem qui *impossibilis* non est, ille *possibilis* est. Ideoque actus omnis *possibilis* aliquando producetur, nam si nunquam producetur nunquam concurrent omnia quæ ad productionem ejus requiruntur; est itaque actus ille Impossibilis, (per definitionem) quod est contra suppositum.

5. Quem autem actum impossibile est non esse, ille actus *necessarius* est; itaque quicunque actus *Futurus* est, necessariò *futurus* est; Nam ut futurus non sit impossibile est; propterea quòd, ut modo demonstratum est, omnis actus possibilis aliquando producetur. Imò verò non minus necessaria propositio est *Futurum* est *Futurum*, *quam Homo est Homo*.

Quæret autem hoc loco aliquis utrum futura quæ appellari solent contingentia necessaria sint? dicimus igitur in Universum omnia quæ contingunt, contingere à causis necessariis, ut ostensum est capite præcedente, vocari autem contingentia, respectu aliorum eventuum à quibus non dependent; ut pluvia quæ erit cras, necessariò (id est à necessariis causis) producetur; contingere autem fortuito eam pluviam putamus & dicimus, quoniam causas ejus quæ nunc sunt, nondum videmus; nam *Fortuitum* sive *contingens* vulgò vocant, cujus causam necessariam non perspiciunt, quemadmodum etiam de præteritis loqui solent, cùm dicunt possibile esse ut non sit factum, si factum esse nesciant.

Propositio itaque omnis de futuro contingente, vel non contingente, qualis est hæc, *Cras pluet*, vel hæc, *Cras sol orietur*, necessariò vera est, vel necessariò falsa; sed quoniam utrum vera an falsa sit, nondum scimus, ideo vocamus eam contingentem; Cùm tamen veritas ejus non à nostra scientiâ, sed ab anteitione causarum dependeat; sunt autem, qui etsi totam hanc, *Cras pluet vel non pluet*, necessariam esse fateantur, neutrum tamen seorsim, velut, *Cras pluet*, vel *Cras non pluet* veram esse volunt; quoniam, inquiunt, nec hæc, nec illa *determinatè* vera est. Sed quid est hoc determinatè vera, nisi cognitè, id est, evidenter vera? Itaque eandem rem dicunt, nimirum, nondum sciri, an sit vera necne, obscuriùs tamen, dum quibus verbis inscientiam suam tegere conantur, iisdem rei evidentiam simul opprimunt.

6. Ostensum est capite præcedente, Articulo 9. motûs & mutationis omnis causam efficientem consistere in motu Agentis vel Agentium. Articulo autem hujus capitis primo, Potentiam Agentis eandem rem esse cum causa efficiente, Ex quibus intelligitur potentiam omnem activam consistere item in motu. Neque esse Potentiam Accidens aliquod ab omni actu diversum, sed actum aliquem, nempe motum, qui ideò potentia vocatur, quia alius actus ab eo pòst producetur. Exempli causa si trium corporum primum propellat secundum, & hoc tertium, motus secundi respectu primi à quo producitur est secundi corporis actus, respectu tertii, est ejusdem secundi corporis potentia activa.

7. Præter causam Efficientem & Materialem, duas causas numerant metaphysici, nimirum *Essentiam* (quam appellant aliqui *Causam Formalem*) & *Finem*, sive *Causam Finalem*; sunt tamen

tamen ambæ, causæ Efficientes; Dicitur enim *Essentia* rei, causa ejus, tanquam *esse rationale* esset *causa Hominis*; quod intelligi non potest; idem enim est, ac si *Esse Hominem* diceremus esse hominis causam, quod non rectè dicitur. Attamen cognitio Essentiæ est causa cognitionis *rei*, si enim priùs cognoverim aliquid esse rationale, cognosco inde idem esse hominem; sed ita causa est, ut alia non sit quam efficiens. *Finalis causa* locum non habet nisi in iis rebus quæ habent sensum & voluntatem, quam efficientem quoque esse suo loco ostendemus.

Caput XI.

De eodem & Diverso.

1. Differre *unum ab alio quid sit.* 2. *Differre* Numero, Magnitudine, Specie, & Genere *quid.* 3. *Quid sit* Relatio, Ratio, Relata. 4. *Proportionalia quid.* 5. *In quo consistat magnitudinum Ratio inter se.* 6. *Relationem non esse novum Accidens sed aliquod eorum quæ inerant ante relationem, sive comparationem factam. Item Causas accidentium in utroque relato esse causam relationis.* 7. *De Principio individuationis.*

1. Dictum hactenus est de *Corpore* simpliciter, & Accidentibus communibus, *Magnitudine, motu, quiete, actione, passione, potentia, possibili*; &c. descendendum jam esset ad Accidentia illa quibus unum corpus ab alio distinguitur, nisi priùs declarandum esset quid sit ipsum *Distingui*, & *non distingui*, nimirum quid sit *Idem* & *Diversum*; nam etiam hoc omnibus corporibus commune est, ut unum ab alio distingui, sive diversum esse possit. Differre autem inter se duo corpora dicuntur, cum de uno eorum dicitur aliquid quod de altero dici non potest eodem tempore.

2. Imprimis autem, duo corpora idem non esse manifestum est; siquidem enim duo sint, in duobus locis sunt eodem tempore, quod autem idem est, eodem tempore in eodem loco est. Omnia ergo corpora *differunt* inter se *numero*, nimirum ut unum & alterum; ita ut *Idem*, & *Numero differentia*, sint nomina contradictoriè opposita.

Differunt

Differunt autem magnitudine, quorum alterum altero majus est, ut *Cubitale* & *Bicubitale*, *Bilibre* & *Trilibre*. His opponuntur *Æqualia*.

Quæ vero plus quam magnitudine differunt, *Dissimilia*; quæ plus quam magnitudine non differunt, *Similia* dici solent. Dissimilium autem alia Specie, alia Genere differre dicuntur. Specie quidem, si differentia eorum eodem sensu percipiatur, ut *Album* & *Nigrum*. Genere vero si differentia non percipiatur nisi sensibus diversis, ut *Album* & *Calidum*.

3. Corporis autem cujuscunque cum alio quocunque corpore *similitudo*, vel *dissimilitudo*, vel *æqualitas*, vel *inæqualitas*, *Relatio* ejus dicitur; atque ipsa corpora propterea inter se *Relata*, sive *Correlata* appellantur. Aristoteles vocat τὰ πρὸς τι; quorum primum *Antecedens*, secundum *Consequens* nominari solet. *Relatio* autem Antecedentis ad Consequens secundum magnitudinem, nimirum Æqualitas, vel Excessus, vel Defectus ejus; *Ratio* & *Proportio* Antecedentis ad Consequens dicitur; ut *Ratio* nihil aliud sit quam æqualitas vel inæqualitas Antecedentis comparati ad Consequens secundum magnitudinem. Exempli causâ, ratio ternarii ad binarium aliud non est, quàm ternarium superare binarium unitate; & ratio binarii ad quinarium aliud non est, quàm binarium à quinario deficere ternario. Itaque in ratione inæqualium, ratio minoris ad majus, *Defectus*; ratio majoris ad minus *Excessus*, dicitur.

4. Porrò, inæqualium alia sunt magis, alia minùs, alia æquè inæqualia. Itaque non modo *magnitudinum*, sed etiam *rationum* ratio datur, nempe cum duo inæqualia ad duo alia inæqualia relationem habeant; ut quando inæqualitas quæ est inter 2. & 3. comparatur cum inæqualitate quæ est inter 4. & 5. in quâ comparatione semper sunt quatuor magnitudines, vel si tres tantum sint, media illarum (quod tantundem valet) bis numeratur. Et siquidem ratio primi ad secundum æqualis sit rationi tertii ad quartum, dicuntur illa quatuor esse *proportionalia*, vel esse *ut primum ad secundum ita tertium ad quartum*; alioqui Proportionalia non dicuntur.

5. Consistit autem ratio antecedentis ad consequens, in Differentiâ, hoc est in eâ parte majoris, quâ minus ab eo superatur; sive in majoris (dempto minore) *Residuo*; non autem simpliciter, sed ut comparato cum alterutro relatorum; ut ratio binarii ad quinarium est ternarius quo quinarius binarium superat, non simpliciter, sed quatenus cum binario, vel quinario comparatus. Etsi enim eadem differentia sit inter bina-

rium & quinarium quæ est inter novenarium & dodenarium, nempe idem ternarius, non tamen eadem est inæqualitas, ideoque neque eadem ratio binarii ad quinarium, & novenarii ad dodenarium.

6. De Relatione autem non ita censendum est, tanquam ea esset accidens aliquod diversum ab aliis Relati accidentibus, sed unum ex illis, nempe illud ipsum secundùm quod fit comparatio. Exempli causâ, similitudo *Albi* cum alio *Albo*, vel dissimilitudo cum *Nigro*, est idem Accidens quod Albedo ejus; & æqualitas vel inæqualitas idem Accidens quod rei comparatæ magnitudo, sub diversis nominibus; nam quod *Album* vel *Tantum* vocatur, quando non comparatur cum alio, idem comparatum dicitur *Simile*, *Dissimile*, *Æquale*, *vel iu æquale*. Ex quo etiam sequitur causas accidentium quæ sunt in relatis, causas quoque esse *similitudinis*, *dissimilitudinis*, *æqualitatis & inæqualitatis*, nimirùm, eum qui duo corpora inæqualia fecerit, eundem quoque facere ipsorum inæqualitatem, & qui facit regulam & actionem, eundem si actio sit regulæ congrua, congruitatis, si incongrua, incongruitatis causam esse. Atque hæc de comparatione corporis unius cum alio, dicta sint.

7. Comparari autem idem potest cum seipso, sed alio atque alio tempore; unde nata est apud Philosophos magna controversia de *Principio individuationis*; quo sensu scilicet, Corpus aliquod quandoque idem esse, quandoque aliud ab eo quod priùs fuerat censendum sit, velut Exempli causâ, an senex idem sit homo qui erat invenis, an ab eo diversus; an diversis seculis eadem an alia fuerit civitas. Sunt qui individuitatem ponunt in unitate Materiæ; sunt qui eandem in unitate Formæ collocant; est etiam qui consistere eam dicit in unitate Aggregati ex omnibus simul Accidentibus. Pro Materiâ militat, quod ceræ massa, sive sphærica sit, sive cubica, eadem tamen est cera, quia eadem materia. Pro Formâ, quod Homo ab infantiâ usque ad senectutem, quanquam materia eadem non sit, idem tamen numero homo est; identitas enim illa cùm Materiæ non possit, Formæ videtur attribui debere. Pro Aggregatò Accidentium nulla instantia adduci potest; sed quoniam generato quolibet accidente novo, aliud rei nomen imponi solet, putavit is qui hanc individuitatis causam assignavit, ideo rem quoque aliam esse. Juxta sententiam primam non esset idem homo qui peccat, & qui plectitur, propter perpetuum corporis humani fluxum; nec eadem civitas quæ leges sancit, & alio seculo abrogat; quod est jura omnia humana confundere.

Juxta sententiam secundam, duo corpora etiam simul existentia unum & idem numero essent; nam si navis, exempli causâ, illa Thesei (de cujus paulatim exemptis veteribus tabulis, & in earum locum novis suppositis continuò refectæ differentiâ sophistæ Athenienses olim disputarunt) eadem numero esset post mutatas omnes tabulas quæ fuerat ab initio. At si aliquis veteres tabulas, prout eximebantur, conservasset, atque ex conservatis & eodem postea ordine compactis, navim denuò fabricasset, dubium non est quin hæc eadem fuisset numero cum eâ navi quæ fuit à principio; & habuissemus duas naves easdem numero quod est absurdissimum. Juxta tertiam autem sententiam, nihil omninò idem esset quod fuerat, ita ut ne stans quidem idem homo esset qui sederat, nec eadem aqua quæ in vase est & quæ mox effunditur. Principium itaque individuationis nec semper à Materiâ solâ, nec semper à Formâ solâ æstimandum est.

Sed considerandum est quo nomine dicatur res quæque, quando de identitate ejus quæritur; multum enim interest quærere de Socrate, an sit idem Homo, an idem sit Corpus. Idem enim corpus, Infans & senex, propter diversam magnitudinem esse non potest; unius enim corporis eadem semper est magnitudo; idem tamen Homo esse potest. Quoties itaque nomen sub quo quæritur an aliquid idem sit quod erat, impositum est propter materiam solam, si eadem sit materia, idem est individuum; ut aqua dum in mari erat, eadem est quæ postea in nube est, & idem semper corpus est, sive compactum, sive dissectum, sive congelatum, sive liquefactum. Quod si propter formam talem quæ sit Principium motûs nomen inditum sit, manente eo Principio, idem erit individuum; ut idem Homo erit, cujus actiones & cogitationes omnes ab uno & eodem Principio (scilicet eo quod fuit in generatione) derivetur; Et idem flumen quod fluit ex uno & eodem fonte, sive eadem aqua, sive alia, sive aliud quam aqua inde fluat; Et una civitas, cujus acta ab unâ & eâdem institutione continuò derivantur, sive iidem sint in ea homines, sive alii. Denique si nomen inditum sit propter Accidens aliquod, quoniam materiâ abeunte & accedente, accidentia pereunt & nova generantur, quæ non sunt eadem numero, identitas rei pendebit à materiâ; ut Navis, quâ significatur materia sic figurata, eadem erit si tota materia eadem sit; sin nulla pars materiæ eadem sit, penitus diversa numero est navis; si verò pars materiæ maneat, pars abierit, erit navis partim eadem, partim diversa.

Caput XII.

De Quantitate.

1. *Quantitatis Definitio.* 2. *Expositio Quantitatis quid sit.* 3. *Quibus modis exponuntur* Linea, Superficies & Solidum. 4. *Quomodo exponitur* Tempus. 5. *Quomodo exponitur* Numerus. 6. *Quomodo exponitur* Velocitas. 7. *Quomodo exponitur* Pondus. 8. *Quomodo exponitur* Ratio Magnitudinum. 9. *Quomodo exponitur* Ratio Temporum & Velocitatum.

1. DE Dimensione quid sit, & quotuplex, dictum supra est capite 8. nimirum tres esse, lineam (sive longitudinem) superficiem, & solidum. Harum unaquæque, si sit determinata, id est, si fines seu termini ejus cogniti fiant, *Quantitas* appellari solet. Per Quantitatem enim intelligunt omnes id quod significatur eâ voce, qua aptè respondetur ad quæstionem *Quantum* est. Cum ergo quoties quæritur, exempli gratiâ, Quantum est Iter, non respondetur indefinitè *Longitudo*; nec quærenti Quantus est Ager, indefinitè *Superficies*; nec si quærat quis, Quanta est moles, indefinitè *Solidum*; sed determinatè responderur, iter centum millium passuum, ager centum jugerum, vel moles centum pedum cubicorum, vel aliquo saltem modo, quo possit rei quæsitæ magnitudo sub certis terminis animo comprehendi. Definiri igitur *Quantitas* alio modo non potest, quàm ut sit *dimensio determinata*, vel *dimensio cujus termini sunt aut loco, aut comparatione aliquâ cogniti.*

2. Determinatur autem Quantitas duobus modis, altero ad sensum, quod fit per objectum sensibile, ut quando linea, superficies, vel solidum, Pedale vel Cubitale in materiâ aliquâ signatum oculis objicitur, qui determinandi modus *Expositio* & Quantitas sic cognita, *Exposita* dicitur. Altero, ad memoriam, quod fit per comparationem cum expositâ, & Primo quidem modo quærenti quanta res est, respondetur, quantam expositam vides. Secundo modo non satisfit nisi per comparationem cum expositâ; nam quærenti quanta est viæ longitudo, respondetur tot millia passuum, scilicet comparando viam cum uno passu, vel alia mensura expositione determinata, & cognitâ; vel ita se habere quantitatem ejus ad aliam cognitam expositione, ut diameter quadrati ad latus, vel alio aliquo simili modo; oportet autem Expositam esse vel permanentem, ut quæ in materia consistente designatur, vel revocabilem ad sensum, alioqui enim comparatio cum eâ institui non potest. Cum autem comparatio magnitudinis cum magnitudine per ea quæ dicta sunt Capite præcedente, id ipsum sit quod vocatur Ratio, manifestum est Quantitatem secundo modo determinatam, nihil aliud esse quam dimensionis non Expositæ ad Expositam Ratio, hoc est, Æqualitatem vel inæqualitatem ejus cum expositâ comparatæ.

3. Exponuntur autem lineæ, superficies, & solida, primo per motum, eo modo quo capite octavo generari ea diximus, sed ut talis motus vestigia maneant; ut quando signantur in materia, ut linea super chartam, vel incisa in materia consistente. Secundo per *Appositionem*, ut quando linea lineæ, id est, longitudo longitudini, latitudo latitudini, crassities crassitiei adjungitur, quod est lineam per puncta, superficiem per lineas, solidum per superficies describere; nisi quod per puncta, hoc loco lineæ valde breves, per superficies, solida tenuia intelligenda sint. Tertiò Exponi possunt lineæ & superficies per sectiones, nimirum secando superficiem expositam fit linea, & secando solidum fit superficies.

4. Exponitur Tempus, quando non solum exponitur linea quælibet, sed etiam mobile quod super eam moveatur uniformiter, vel ita moveri supponatur; nam cum Tempus sit imago motûs, quatenus in eo consideratur prius & posterius, hoc est, successio, non sufficit ad expositionem Temporis, ut linea describatur, sed etiam ut sit in animo imaginatio alicujus mobilis per illam lineam transeuntis, idque motu uniformi, ut tempus possit dividi & componi quotiès opus est Itaque cum Philosophi in demonstrationibus suis lineam designant, dicuntque *Esto illa linea tempus*, ita intelligendi sunt ac si dicerent *conceptio motus uniformis per illam lineam, Esto Tempus.* Nam Horologiorum

rologiorum circumferentiæ solæ, quamquam lineæ sint, tamen ad notanda tempora, nisi motus etiam umbræ vel indicis vel sit, vel supponatur, ineptæ sunt.

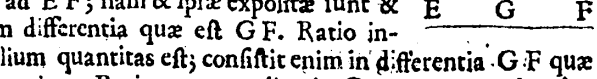
5. Exponitur numerus per expositionem punctorum, vel etiam nominum numeralium, *unum, duo, tria, &c.* & puncta illa quidem non debent ita sibi invicem esse contigua, ut nullis notis distinguantur, sed ita posita ut *discerni* possint. Inde enim est quod numerus vocetur Quantitas *discreta*, cùm quantitas omnis quæ motu designatur *continua* dicatur. Nomina autem numeralia, ut numerum exponant, ordine, & memoriter recitari debent, ut unum, duo, tria, *&c.* nam etsi quis dicat sic, unum, unum, unum, *&c.* numerum tamen nescit, nisi forte binarium aut ternarium, cujus meminisse quidem potest, sed ut figuræ cujusdam, non ut numeri.

6. Ad expositionem autem velocitatis, (quæ, per Definitionem, est motus quo certum spatium certo tempore percurritur) requiritur tum ut tempus exponatur, tum etiam ut illud spatium quod à mobili, cujus velocitatem determinare volumus, expositum sit, & in eo mobile moveri intelligatur, duæ itaque lineæ exponendæ sunt, altera super quam intelligatur fieri motus uniformis, ut tempus certum sit; altera super quam velocitas æstimetur, ut si velocitatem velimus exponere mobilis A. ducemus duas lineas A B, & C D, & mobile in C quoque statuemus; tum verò dicemus velocitatem mobilis A tantum esse, ut percurrat lineam A B eodem tempore quo mobile C percurret lineam C D motu uniformi.

7. Pondus autem exponitur per quodcunque corpus grave, cujuscunque materiæ, modo sit ejusdem semper gravitatis.

8. Ratio autem duarum magnitudinum tum exponitur quando ipsæ exponuntur magnitudines; nimirum Ratio æqualium quando expositæ magnitudines sunt æquales; Ratio inæqualium quando expositæ magnitudines sunt inæquales. Cùm enim ratio inæqualium per Cap. præcedens, articulum 15. consistat in differentiâ ipsarum comparata cùm utravis magnitudine, Expositis autem inæqualibus, differentia quoque exposita sit, necesse est expositis rationem habentibus, exponi quoque ipsam rationem. Similiter ratio Æqualium (quæ consistit in eo, quod nulla est inter ipsas magnitudinis differentia) ipsis Æqualibus expositis una exponitur, Exempli gratia, si lineæ expositæ A B & C D sint æquales, ratio æqualitatis

exponitur, & expositis inæqualibus E F, E G, ratio exponitur tum ea quam habet E F ad E G, tum ea quam habet E G ad E F; nam & ipsæ expositæ sunt & earum differentia quæ est G F. Ratio inæqualium quantitas est; consistit enim in differentia G F quæ est quantitas. Ratio vero æqualitatis, Quantitas non est, cùm differentia ipsarum nulla sit, neque æqualitas æqualitate (sicut inæqualitas inæqualitate) una major est quam alia.



9. Ratio autem duorum Temporum, vel duarum velocitatum uniformium, tum exponitur, cùm duæ lineæ exponuntur, per quas duo mobilia intelliguntur, uniformiter transire. Itaque eædem duæ lineæ, exhibent rationem & suam, & temporum, & velocitatum, prout considerantur pro ipsis magnitudinibus, vel pro temporibus, vel pro velocitatibus exponi; sint enim duæ lineæ expositæ A & B, exposita ergo est, per præcedentem, ipsarum Ratio; deinde si considerentur ductæ æquali & uniformi velocitate, quoniam tempora majora æqualia aut minora sunt prout eadem spatia majori vel æquali vel minore tempore transeuntur, exhibebunt lineæ A & B æqualitatem vel inæqualitatem, id est, rationem Temporum. Denique si lineæ eædem A & B considerentur ductæ eodem tempore, quoniam velocitates majores, æquales, vel minores sunt, prout eodem tempore majores, æquales, vel minores lineas percurrunt, exhibebunt illæ lineæ æqualitatem vel inæqualitatem (id est, rationem) suarum velocitatum.

Caput XIII.

De Analogismo, sive Eâdem Ratione.

1.2.3.4. *Rationis Arithmeticæ, & Geometricæ natura & definitiones.* 5. Rationis ejusdem *Arithmeticæ definitio & proprietates aliquot.* 6.7. *Analogismi seu* Rationis ejusdem *Geometricæ definitio & metamorphoses.* 8.9. *Hyperlogismi, & Hypologismi, id est* Rationis majoris *&* minoris *definitio & Metamorphoses.* 10.11.12. *Analogarum quantitatum comparationes secundùm magnitudinem.* 13.14.15. *Rationum compositiones.* 16.17.18.19.20.21.22.23.24.25. *Rationis continuæ definitio & proprietates.* 26.27.28.29. *Comparatio rationis Arithmeticæ & Geometricæ.*

In præsenti capite nota signum + significare, quantitates, inter quas interponitur, esse compositas. Signum autem — Residuum detractâ posteriore à priore. Itaque A+B æquale est ambabus A & B simul; & ubi vides A—B. ibi A est totum, B ablatum, A — B residuum; duas autem literas conjunctas sine signo significare (nisi aliqua sit figura) unam quantitatem ductam sive multiplicatam per alteram, ut A B significat factum ex A ductâ in B.

1. M*Agnum & Parvum* intelligi nullo modo possunt, nisi per comparationem. Illud autem cui comparantur Expositum vocavimus, hoc est, magnitudinem aliquam sensibus perceptam, vel verbis ita definitam ut comprehendi animo possit. Comparatur autem unaquæque magnitudo vel ad majorem, vel ad minorem, vel ad æqualem. Ratio itaque (quam in præcedentibus nihil aliud esse docuimus quàm æstimationem sive comprehensionem magnitudinis per comparationem) triplex est, Æqualitatis, quæ est æqualis ad æquale; vel Excessûs, qu est majoris ad minus; vel Defectûs, quæ est minoris ad majus.

Rursus Rationum harum unaquæque duplex est. Nam si quæratur de magnitudine datâ, quanta est, responderi potest comparando, dupliciter. Primò si dicatur major vel minor esse aliâ, tanto, ut 7 minor est 10. tribus unitatibus. Atque

hæc ratio dicitur Arithmetica. Secundò, si dicatur major vel minor aliâ, tantâ ejus parte vel partibus, ut 7. minor est 10. tribus ipsius denarii partibus decimis. Quamquam autem ratio hæc non semper numeris explicari potest, est tamen ratio certæ & generis à priore diversi, Diciturque ratio Geometrica, & plerumque simpliciter, Ratio.

2. Ratio sive ea Arithmetica sit, sive Geometrica, Exponi non potest nisi in duabus magnitudinibus, quarum prior Antecedens, posterior Consequens rationis nominari solet, ut ostensum est, cap. præc. art. 8.

Quare si duæ Rationes inter se comparandæ sint, quatuor erunt Expositæ magnitudines, nempe duæ Antecedentes, & duæ Consequentes: nam etsi accidat quandoque ut Consequens rationis prioris eadem sit cum Antecedente posterioris, tamen in duplici comparatione necesse est ut bis numeretur. Itaque semper termini quatuor erunt.

3. Duarum Rationum sive Arithmeticarum, sive Geometricarum, quando utrobique magnitudines comparatæ (quæ ab Euclide def. 5. lib. 6. Rationum quantitates appellantur) sunt æquales, una ratio alterâ nec major nec minor esse potest. Non enim una æqualitas major aut minor est aliâ æqualitate. At duarum rationum inæqualitatis, sive eæ rationes sint Excessûs sive Defectûs, una aliâ potest esse vel major vel minor, vel ambæ æquales. Nam etsi sint propositæ duæ magnitudines inter se inæquales, possunt tamen esse aliæ duæ magis, aliæ duæ æquè, aliæ duæ minùs inter se inæquales quam ipsæ propositæ. Ex quo intelligitur Rationem tam Excessûs, quàm Defectûs esse quantitatem, quippe quæ suscipit magis, & minus; Rationem autem æqualitatis quia non suscipit magis nec minùs, quantitatem non esse. Itaque Rationes inæqualitatis posse simul addi, vel unam ab alio adimi, vel inter se & per numerum multiplicari & dividi, rationes æqualitatis non item.

4. Duæ rationes æquales dicuntur communiter *Ratio eadem*; dicuntque eandem esse rationem primi Antecedentis ad primum Consequens, quæ secundi Antecedentis ad Consequens secundum. Et quatuor magnitudines ita se habentes, in ratione Geometricâ dicuntur *Proportionales*, & à quibusdam brevius *Analogismus*.

Major autem Ratio, est ratio majoris Antecedentis ad idem Consequens, vel ejusdem Antecedentis ad Consequens minus; & quando major est ratio primi Antecedentis ad primum Consequens quàm secundi Antecedentis ad secundum Consequens, qua-

quatuor magnitudines ita se habentes dici possunt *Hyperlogismus*.

Minor Ratio est ratio minoris Antecedentis ad idem Consequens, vel ejusdem Antecedentis ad Consequens majus. Quando autem minor est Ratio primi Antecedentis ad primum Consequens, quàm secundi ad secundum, quatuor magnitudines ita se habentes vocari possunt *Hypologismus*.

5. Ratio Arithmetica Rationi Arithmeticæ eadem est, quando unum Antecedens, Consequens suum tantò superat, vel ab eo superatur, quanto Antecedens alterum superat, vel superatur à Consequente suo. Itaque in quatuor Arithmeticè proportionalibus summa extremorum æqualis est summæ mediorum. Nam si sint A.B. : : C.D. Arithmeticè proportionalia, sitque differentia utrobique idem excessus vel idem defectus E. erit B + C (si modo A majus sit quam B) æquale A − E + C. At A + D erit æquale A + C − E. Sed A − E + C & A + C − E sunt æqualia. Sin A quam B minus sit, erit B + C æquale A + E + C. at A + D æquale erit A + C + E. Sunt autem A + E + C, & A + C + E æqualia.

Item si sint quotcunque Arithmeticè proportionalia, summa omnium est æqualis facto ex dimidiato numero terminorum multiplicato in summam extremorum. Sint enim A.B : : C.D : : E.F. Arithmeticè proportionalia, bina A + F, B + E, C + D. sunt inter se æqualia, quorum summa fit ex ductu A + F, in numerum combinationum, hoc est, in semissem numeri terminorum.

Si sint quatuor magnitudines inæquales, sint autem duæ simul duabus reliquis simul æquales, maxima & minima erunt in eadem combinatione. Sint magnitudines inæquales, A.B. C.D. sintque A + B æquales C + D, maxima autem omnium sit A. Dico B esse omnium minimam. Sit enim si fieri potest utravis reliquarum puta D minima; quoniam ergo A est major quam C, & B quam D, erit A + B major quam C + D contra hypothesim.

Si sint quatuor magnitudines quæcunque, composita ex maximâ & minimâ, Composita ex mediis, Differentia Maximarum, Differentia minimarum, sunt Arithmeticè proportionales. Sint enim quatuor magnitudines, A maxima, D minima, B & C mediæ; Dico A + D. B + C : : A − B. C − D esse arithmeticè proportionales. Est enim differentia inter primum antecedens & suum consequens hæc, A + D − B − C. at differentia inter antecedens secundum & consequens ejus, est A − B − C + D.

− C + D. Sed hæ duæ differentiæ sunt æquales; sunt ergo (per 5) A + D. B + C : : A − B. C − D arithmeticè proportionales.

Si sint quatuor magnitudines binæ binis æquales, erunt illæ reciprocè, arithmeticè proportionales. Sint enim A + B. C + D æquales Dico A. C : : D. B esse arithmeticè proportionales. Nam si non sint, sint A. C : : D. E (sumendo E majorem vel minorem quam B) proportionales, sunt ergo A + E. C + D æquales; non sunt ergo A + B. C + D æquales, quod est contra suppositum.

6. Ratio Geometrica rationi Geometricæ eadem est, quando causa aliqua æqualibus temporibus æqualia faciens, utramque rationem determinans eadem assignari potest.

Si punctum uniformiter motum duas describat lineas, sive eâdem sive diversâ velocitate, earum partes omnes contemporaneæ, hoc est, eodem tempore descriptæ, erunt binæ binis proportionales. Idque sive Antecedentes sumantur in eâdem, sive in diversâ lineâ.

Sint enim (fig. 1. ad finem cap. 14.) à puncto A, moto uniformiter, descriptæ duæ lineæ AD. AG. sumanturque duæ partes AB. AE, & rursus aliæ duæ partes A C, A F, ita ut A B. A E sint contemporaneæ, atque etiam A C, A F contemporaneæ. Dico primùm (sumendo Antecedentes A B. A C in lineâ, A D, & consequentes A E. A F in lineâ A G) A B. A C : : A E. A F. esse proportionales.

Quoniam enim (cap. 8. artic. 15.) Velocitas est motus quo certo tempore, certa percurritur longitudo sive linea, erit quantitas lineæ A B determinata à velocitate & tempore quibus ipsa A B describitur; propter eandem causam erit quantitas lineæ A C determinata à velocitate & tempore quibus ipsa A C describitur. Determinatur ergo ratio A B and A C, sive illa sit ratio æqualitatis, sive excessus sive defectus, a velocitatibus & temporibus quibus ipsæ lineæ A B. A C describuntur. Cum autem motus puncti A per A B & A C sit uniformis, describuntur ambæ velocitate æquali; itaque si altera ad alteram habeat rationem majoritatis, vel minoritatis, causa sola ejus rationis est differentia temporum. Eodem argumento patet quoque rationem A E ad A F determinatam esse à sola differentiâ temporum. Quoniam jam A B. A E, item A C. A F sunt contemporaneæ, differentia temporum in quibus describuntur A B & A C, eadem est cum differentia temporum in quibus describuntur A E & A F. Eadem ergo ergo est causa quæ determinat rationem AB ad AC & quæ determinat rationem A E

A E ad A F. Sed & causa quæ rationem utriusque sic determinat, æqualia efficit temporibus æqualibus; est enim motus uniformis. Itaque per definitionem proxime præcedentem, ratio A B ad A C, & A E ad A F est eadem, & proinde A B, A C : : A E. A F sunt proportionales, quod est primum.

Secundò (summendo antecedentes in diversis lineis) Dico A B. A E : : A C. A F esse proportionales; cum enim A B. A E describuntur eodem tempore, rationis quam habent inter se causa sola est differentia velocitatum quibus sunt descriptæ. Idem dicendum est de ratione A C ad A F. Sed cum utraque linea A D. A G uniformiter percurratur, eadem erit velocitatum differentia quibus describuntur A B, A E, quæ est differentia velocitatum quibus describuntur A C, A F. Eadem ergo est causa determinans rationem A B, ad A E, quæ determinat rationem A C, ad A F. Sunt ergo A B. A E : : A C. A F proportionales, quod restabat probandum.

Coroll. 1. Si sint quatuor proportionalia, erunt quoque permutando (hoc est transponendo terminos medios) proportionalia. Est enim ostensum non modo A B. A C : : A E. A F, sed etiam (*Permutando*) A B. A E : : A C. A F esse proportionalia.

Coroll. 2. Si sint quatuor proportionalia, erunt quoque *Invertendo* sive *Convertendo* (id est si fiant ex antecedentibus consequentia) proportionalia. Nam si in præcedente demonstratione pro A B. A C posuissemus inversim A C. A B, & pro A E, A F, dixissemus quoque inversim A F, A E, eadem tamen mansisset demonstratio. Sunt enim tam æquè veloces A C, A B. quàm A B, A C. & tam contemporaneæ A C, A F. quàm A F, A C.

Coroll. 3. Si proportionalia proportionalibus addantur, vel adimantur, erunt aggregata vel residua proportionalia. Contemporanea enim contemporaneis addita vel ablata faciunt Aggregata vel Residua contemporanea. Sive omnibus terminis, sive Antecedentibus tantum, sive consequentibus solis addantur adimanturve.

Coroll. 4. Si quatuor proportionalium Antecedens utrumque, vel Consequens utrumque, vel omnes termini per eundem numerum vel quantitatem multiplicentur vel dividantur, quæ fiunt erunt proportionalia. Nam proportionalium multiplicatio & divisio nihil aliud est quam additio & ablatio proportionalium.

Coroll. 5. Si sint quatuor proportionalia, etiam *Componendo* (id

(id est sumendo pro Antecedente compositum ex Antecedente & consequente, & pro consequente ipsum consequens vel Antecedens) erunt proportionalia. Est enim compositio hæc, additio proportionalium, nempe consequentium ad sua antecedentia quæ sunt ex suppositione proportionalia.

Coroll. 6. Etiam si pro Antecedente sit ipsum Antecedens vel consequens, & pro consequente compositum ex ambobus, erunt & hæc proportionalia. Est enim rationis per compositionem Inversio.

Coroll. 7. Si sint quatuor proportionalia, erunt quoque divisim, id est, sumendo reliquum detracto consequente ex Antecedente, sive differentiam inter Antecedens & consequens pro Antecedente, & vel totum vel ablatum pro consequente, proportionalia. Ut si sint proportionalia A. B : : C. D. divisim erunt A − B. B : : C − D. D. & A−B. A : : C−D. C. & quando consequens antecedente majus est. B−A. A : : D−C. C. & B−A. B : : D−C. D. nam in his divisionibus omnibus auferuntur ab A & B, & à C & D ipsis (per ipsam Analogismi A. B : : C. D suppositionem) proportionalia.

Coroll. 8. Si fuerint quatuor proportionalia, etiam per conversam rationis (id est invertendo rationem divisam, sive sumendo totum pro antecedente & differentiam sive reliquum pro consequente) erunt proportionalia; ut si A. B : : C. D sunt proportionalia, erunt quoque A. A − B : : C. C − D, & B. A − B : : D. C − D proportionalia. Cum enim horum inversa sint proportionalia, etiam ipsa proportionalia erunt.

Coroll. 9. Si fuerint duo Analogismi, quorum quantitates secunda secundæ, & quarta quartæ sunt æquales, erit sive summa sive differentia primarum ad secundam, ut summa vel differentia tertiarum ad quartam. Sint duo Analogismi A. B : : C. D, & E. B : : F. D. Dico A + E. B : : C + F. D. esse proportionalia. Nam propositi analogismi, permutando fiunt A. C : : B. D & E. F : : B. D; sunt ergo A. C : : E. F proportionalia, (habent enim communem rationem B ad D.) quare si ad A, & C primi analogismi permutati, addantur E, & F. ipsis A & C proportionalia, erunt (per Coroll. 3.) A + E. B : : C + F. D. proportionalia; quod erat probandum.

Eodem modo ostendi potest etiam A − E. B : : C − F. D esse proportionalia.

7. Si sint duo Analogismi, quorum quatuor Antecedentia faciunt Analogismum, eorum etiam consequentia faciunt Analo-

Analogismum. Etiam summæ Antecedentium summis consequentium erunt proportionales.

Sint enim duo Analogismi A. B : : C. D. & E. F : : G. H sint autem & A. E : : C. G. proportionalia, erunt ergo permutando A. C : : E. G & E. G : : F. H. & A. C : : B. D proportionalia; quare B. D : : E. G. hoc est; B. D : : F. H & permutando B. F : : D. H. sunt proportionalia; quod est primum.

Secundo, Dico A+E. B+F : : C+G. D+H esse proportionalia. Quoniam nim A. E : : C. G. sunt proportialia, erunt quoque componendo A+E. E : : C+G. G proportionalia, & permutando A+E. C+G : : E. G proportionalia, Quare etiam A+E : C+G : : F. H sunt proportionalia. Rursus quoniam ostensum modo est. B. F : D. H esse proportionalia, erunt quoque componendo B+F. F : : D+H. H. proportionalia; & permutando B+F. D+H : : F. H. proportionalia, Quare A+E. C+G : : B+F. D+H, erunt proportionalias. Quod restabat probandum.

Coroll. Eodem argumento, si fuerint quotcunque Analogismi, fuerintque Antecedentia Antecedentibus proportionalia, ostendi potest consequentia consequentibus, & summas Antecedentium summis consequentium esse proportionalia.

8. In Hyperlogismo, id est, ubi major est ratio primi Antecedentis ad suum consequens, quam secundi ad suum, etiam Permutando, & Addendo vel Auferendo à proportionalibus proportionalia, item multiplicando vel dividendo per eundem numerum, item compositè, & divisim, fiet semper Hyperlogismus. Supponamus enim A. B : : C. D esse Analogismum; item A. C : : E. F esse analogismum; eritque A+E. B : : C+F. D. analogismus. Sed A+E. B : : C. D erit Hyperlogismus. Permutando itaque A+E. C : : B. D est Hyperlogismus, propter A. B : : C. D analogismum. Secundo, Hyperlogismo A+E. B : : C. D. addantur proportionalia G. H. Erit A+E+G. B : : C+H. D. Hyperlogismus, propter analogismum A+E+G. B : : C+F+H. D. item auferendo G & H, erit A+E−H. B : : C−H. D. Hyperlogismus, propter analogismum A+E−G. B : : C+F−H. D. Tertio, componendo fit A+E+B. B : : C+D. D, Hyperlogismus, propter A+E+B. B : : C+F+D. D. analogismum; & sic in omni specie compositionis. Quartò, Divisim A+E−B. B : : C−D. D est Hyperlogismus propter A+E−B. B : : C+F−D. D. Analogismum. Item A+E−B. A+E : : C−D. C. est

est Hyperlogismus propter A+C−B. A+E : : C+F−D Analogismũ. Quinto multiplicando 4 A+E. B : : 4 C. D est Hyperlogismus, propter Analogismum 4 A. B : : 4 C. D & dividendo $\frac{1}{4}$ A+$\frac{1}{4}$E. B : : $\frac{1}{4}$C. D. est hyperlogismus propter Analogismum $\frac{1}{4}$A. B : : $\frac{1}{4}$C.D.

9. Sed si fuerit Hyperlogismus A+E. B : : C. D. fiet Invertendo Hypologismus, B. A+E : : D. C. propterea quod existente analogismo B. A : : D. C Consequens primum majus justo est.

Item per conversam Rationis A+E. A+E−B : : C. C—D Hypologismus est, propterea quod Inversa hujus, nempe A+E—B. A+E : : C−D. C. ut modo ostensum est, est Hyperlogismus. Sic quoque B. A+E — B : : D. C—D est Hypologismus, quia inversam ejus A+E—B. B : : C—D. D. ostendimus modo esse Hyperlogismum. Notandum est Hypologismum hanc A+E. A+E−B : : C. C—D enuntiari hoc modo,

Si major fuerit ratio totius (A+E) ad ablatum (B) quam totius (C.) ad ablatum D, erit ratio totius A+E ad reliquum A+E—B. minor quam totius C ad reliquum C—D.

10. Si fuerint quatuor proportionalia. Differentia primorum ad differentiam secundorum est ut Antecedens primum ad Antecedens secundum, vel ut consequens primum ad consequens secundum; Sint enim proportionalia A. B : : C. D. erunt dividendo A−B. B : : C.−D. D. proportionalia, & permutando A−B. C−D : : B. D. hoc est differentiæ consequentibus sunt proportionales, ideóque & Antecedentibus.

11. Si quatuor proportionalium primum sit majus secundo, etiam tertium quarto majus erit. Quoniam enim primum majus est secundo, ratio primi ad secundum est ratio Excessus, sed ratio tertii ad quartum eadem est quæ primi ad secundum, est igitur ratio tertii ad quartum ratio Excessus; majus ergo est tertium quarto. Eodem modo probatur quoties primum secundo minus est toties tertium quarto minus esse, & quoties æqualia sunt prima, æqualia esse secunda.

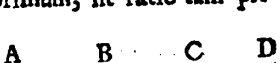
12. Si sint quatuor proportionalia quæcunque A. B : : C.D, fuerintque primum & tertium per quemlibet unum numerum multiplicata, puta per 2. & rursus secundum & quartum per quemlibet unum numerum multiplicata, puta per 3. sitque multiplex primum 2 A, majus multiplici secundo 3 B, erit quoque multiplex

multiplex tertium 2 C. majus multiplici quarto 3 D. Sin multiplex primum minus sit multiplici secundo, erit quoque multiplex tertium minus multiplici quarto. Si denique multiplicia primum & secundum sint inter se æqualia, etiam multiplicia tertium & quartum inter se æqualia erunt. Est autem Theorema hoc idem quod ejusdem rationis apud Euclidem Definitio. Demonstratur autem sic.

Quoniam A. B :: C. D sunt proportionalia, erunt quoque permutando (per Arti. 6. Cor. 1.) A. C :: B. D proportionalia. Itaque (per Coroll. 4. ejusdem Art. 6.) 2 A. 2 C :: 3 B. 3 D. erunt proportionalia; rursusque permutando erunt 2 A. 3 B :: 2 C. 3 D proportionalia. Quare (per præcedentem) si 2 A sit majus quam 3 B. etiam 2 C. erit majus quam 3 D; si minus, minus, si æquale, æquale; quod erat demonstrandum.

13. Si fuerint tres magnitudines quæcunque, vel tria quæcunque habentia inter se rationem aliquam, ut tres numeri, tria tempora; tres gradus, &c. rationes primi ad secundum, & tertii ad quartum simul sumptæ, sunt æquales rationi primi ad tertium.

Sint tres lineæ, (nam ratio quævis ad rationem linearum reduci potest) A B. A C. A D. Et primùm, sit ratio tam primæ A B ad secundam A C, quam secundæ A C ad tertiam A D ratio Defectûs, sive minoris ad majorem. Dico rationes ambas simul A B ad A C, & A C ad A D, æquales esse rationi A B ad A D.



Supponatur punctum A moveri per totum A D. uniformiter. Itaque rationes tam A B ad A C, quam A C ad A D. determinantur à differentia temporum quibus describuntur; id est, habet A B ad A C rationem illam quam diversa descriptionis tempora determinant, & A C ad A D rationem quam determinant tempora sua. Sed & ratio A B ad A D illa est quam determinat differentia temporum quibus ipsæ A B & A D describuntur; differentia autem temporum quibus describuntur A B, A C. una cum differentia temporum quibus describuntur A C & A D, eadem est cum differentia temporum quibus describuntur A B. & A D. Eadem ergo causa est quæ determinat ambas simul rationes AB ad A C, & A C ad A D, & quæ determinat rationem A B ad A D. Quare (per Def. ejusdem rationis traditam Artic. 6.) ratio A B ad A C, unâ cum ratione A C ad A D eadem est cum ratione A B ad A D.

Secundò, sit A D prima, A C, secunda, A B tertia, ut sit ratio Excessûs

Excessûs, sive majoris ad minorem. Erunt ut prius rationes A D ad A C, & A C ad A B, & A D ad A B determinatæ à differentia temporum; quæ hic quoque tanta est in descriptione A D & A C, & in descriptione A C & A B, simul sumptâ, quanta est in descriptione A D & A B: est ergo ratio A D ad A B æqualis rationibus ambabus A D ad A C, & A C ad A B.

Postremò si una rationum, nempe A D ad A B, sit ratio Excessûs, altera A B ad A C ratio Defectûs, sic quoque ratio A D ad A C æqualis erit rationibus ambabus simul A D ad A B, & A B ad A C. nam differentia temporum quibus describuntur A D; A B; est temporis Excessus; nam plus temporis ponitur in describenda A D quàm A B; differentia verò temporis in describendis A B, A C est defectus, nam minus ponitur temporis in describenda A B quam A C. Sed excessus hic & defectus simul sumpti faciunt D B − B C, cui æqualis est D C excessus primi A D suprà tertium A C; eadem ergo est causa determinans rationem primi A D ad secundum A B; cum ratione secundi A B ad tertium AC, quæ determinat rationem A D primi ad A C tertium. Quare si fuerint, &c.

Coroll. 1. Si sint quotcunque rationem habentia, ratio primi ad ultimum componitur ex rationibus primi ad secundum, secundi ad tertium, & sic deinceps, usque ad ultimum; sive eadem est ratio primi ad ultimum, quæ est summa rationum omnium intermediarum; nam si sint quotcunque rationem habentia A. B. C. D. E. ratio A ad E componitur ex rationibus A ad D & D ad E, & rursus ratio A ad D. ex rationibus A ad C, & C ad D, & denique ratio A ad C, ex rationibus A ad B, & B ad C, ut modo ostensum est.

Coroll. 2. Intelligitur hinc quomodo 2. rationes sunt compendæ; nam si dentur rationes A ad B & C ad D simul addendæ. Si fiat ut C ad D ita B ad aliud, puta E, ponunturque ordine A; B; E, erit ratio A ad E summa ambarum rationum A ad B & B ad E, hoc est C ad D. vel si fiat ut D ad C; ita A ad aliud E, ponanturque ordine E, A, B, erit ratio E ad B, composita ex ratione E ad A (hoc est C ad D) & A ad D. Intelligitur item quo modo ratio à ratione auferri potest; nam si à ratione A ad B, tollenda sit ratio C ad D, fiat ut C ad D ita A ad aliud E, positis jam ordine A, E, B, ablatâque ratione A ad E, id est C ad D, residua ratio est E ad B.

Coroll. 3. Si sint duo ordines habentium rationem aliquam, sintque singulæ rationes primi ordinis eædem totidemque cum rationibus secundi ordinis, sive respondeant singu-

læ singulis, id quod vocant rationem *Ordinatam*, sive non respondeant, ubi scilicet ratio dicitur *Perturbata*, erunt prima ultimis proportionalia, nam primum & ultimum rationem habent æqualem omnibus rationibus interjectis, in utroque ordine, quæ cum sint eædem & totidem, earum summæ sunt æquales, summis autem æquales sunt rationes primorum ad ultima. Eadem itaque ratio est primi ad ultimum in uno ordine quæ est ratio primi ad ultimum in altero ordine, sunt ergo prima ultimis proportionalia.

14. Si fuerint duo quælibet facta ex multiplicatione sive ductu in se invicem plurium quantitatum, habentium inter se aliquam rationem, totidemque numero utrobique; habebunt facta inter se rationem compositam ex singulis multiplicatis ad singula multiplicata.

Sint primò facta A in B, & C in D, utrumque ex duobus multiplicatis, sive Efficientibus, alterum ex A ducto in B, alterum ex C ducto in D. Dico rationem A in B ad C in D compositam esse ex rationibus efficientis A ad efficiens C, & efficientis B ad efficiens D. Ponantur enim ordine A in B. C in B. C in D. Deinde fiat ut B ad D ità C ad aliud E. ponantur etiam ordine A, C, E. eritque (per Coroll. 4. art. 6.) ut A in B primum, ad C in B secundum in ordine primo; ita A ad C in ordine secundo; & rursus ut C in B, ad C in D primi ordinis, ita B ad D, hoc est per constructionem C ad E ordinis secundi. Sunt ergo, per Coroll. proximè præcedens, A in B, C in D : : A. E proportionalia. Componitur autem ratio A ad E ex rationibus A ad C, & B ad D, ergo, etiam ratio A in B, ad C in D componitur ex iisdem.

A in B.	A.
C in B.	C.
C in D.	E.

Secundo sint duo facta A in B in F. C in D in G utrumque ex tribus efficientibus, alterum ex A.B. & F. alterum ex C,D, & G. Dico rationem A in B in F. ad C in D in G compositam esse ex rationibus A ad C, B ad D, & F ad G. Fiat enim quod antè, ut B ad D ita C ad E, & præterea ut F ad G ita E ad aliud H. ponanturque in ordine Primo A in B in F. C in B in F. C in D in F. C in D in G. deinde in ordine secundo A. C. E. H. eritque ratio A in B in F, ad C in B in F primorum, ut A ad C. secundorum; & C in B in F. ad C in D in F primorum, ut B ad D hoc est (per constructionem) ut G ad E secundorum; &

A in B in F.	A.
C in B in F.	C.
C in D in F.	E.
C in D in G.	H.

& ratio C in D in F, ad C in D in G primorum, ut F ad G; hoc est (per constructionem) ut E ad H secundorum. Sunt ergo prima A in B in F. C in D in G, secundis A. H proportionalia; componitur autem ratio A ad H ex rationibus A ad C, B ad D, F ad G, quare ratio factorum A in B in F, C in D in G componitur ex iisdem. Eodem modo procedetur si facta fuerint ex efficientibus quotcunque. Hinc componendi rationes plures in unam alius modus nascitur, nempe, ille qui supponitur in definitione 5. lib. 6. Euclidis multiplicando scilicet vel ducendo omnium rationum Antecedentia in se invicem, & omnia similiter consequentia. Ex quo apparet (primo loco) causa propter quam parallelogramma, quippe quæ fiunt ductu duarum rectarum in se invicem, & solida omnia quæ sic factis sunt æqualia, habere rationem compositam ex rationibus facientium. Deinde causa quare multiplicatio in se duarum vel plurium Fractionum, idem sit quæ compositio rationum quos habent singuli Numeratores ad singulos Denominatores. Exempli causa, si hæ fractiones $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ multiplicandæ sint in se, multiplicandi sunt primùm 1.2.3. in se qui faciunt 6. deinde 2.3.4. in se qui faciunt 24 oriturque Fractio $\frac{6}{24}$. Item si sint componendæ rationes 1. ad 2. 2 ad 3. 3 ad 4. faciendo ut in præcedente demonstratione docuimus, orietur ratio 6. ad 24.

15. Si ratio componatur cum sui ipsius inversâ, composita est ratio æqualitatis.

Sit enim ratio quæcunque A ad B. ratio autem alia C ad D sit illius invers. Componentur autem (per Coroll. 2. Artic. 12.) Si fiat ut C ad D ita B ad aliud. Sed quia ratio C ad D est inversa rationis A ad B fiet ut C ad D ita B ad A, itaque si ponantur ordine A, B, A ratio Composita ex rationibus A ad B & C ad D erit râtio A ad A, hoc est, æqualitatis. Patet hinc causa propter quam duo facta æqualia, habent efficientes reciprocè proportionales. Nam ut facta sint æqualia, rationes ex quibus componantur debent esse tales, ut faciant compositæ rationem æqualitatis, quod nisi altera alterius inversa sit fieri non potest; nam inter A & A interponatur quodcunque C, ordinetúrque A, C. A semper ratio posterior C ad A erit prioris A ad C inversa.

16. Ratio majoris ad minus per numerum multiplicari dicitur, quando ipsi aliquot rationes æquales sive eædem sibi adduntur; nam multiplicatio nihil aliud est quam æqualium repetita additio. Itaque si rationi alia ratio addatur ipsi æqualis

sient tres quantitates, quarum ratio primæ ad ultimam, dupla est primæ ad secundam; si primæ rationi duæ æquales ipsi addantur, erunt quatuor quantitates, in quibus ratio primæ ad ultimam tripla erit primæ ad secundam, & sic deinceps. Sed ad evitandam confusionem quæ oriri ex eo potest, quod ratio 2 ad 1 vocatur dupla, & 3 ad 1. tripla, &c. solent plerique pro ratione dupla, tripla, &c. dicere duplicatam, triplicatam, & sic deinceps. Quod si ratio detur minoris ad majus, rationesque aliquot addantur ipsi æquales, non multiplicari propriè sed submultiplicari dicitur; nam cum sit ratio defectûs, defectus autem multiplicati faciant semper minorem rationem, tanto minor erit ratio quanto pluries multiplicatur; itaque quando additur primæ rationi altera, ratio primæ quantitatis ad tertiam semissis est rationis primæ ad secundam quando rursus additur his tertia, ratio primæ quantitatis ad quartam triens est rationis primæ ad secundam, &c. Sed pro semisse, triente, &c. vulgo dicitur Ratio subduplicata, subtriplicata, &c.

Ubi vero hujusmodi fiunt rationum æqualium additiones, dicuntur earum quantitates esse in ratione continuâ, vel continuè proportionales.

Dividitur autem ratio per numerum quando inter rationis quantitates interponuntur mediæ in ratione continua, nempe dividitur per 2. quando una media interjicitur, per 3 quando interjiciuntur mediæ duæ, & sic in infinitum.

17. Si sint quantitates quotcunque, quarum numerus est impar, incipiendo autem à media omnes ab ea utrinque sint in ratione continuâ, ratio duarum quæ mediæ proximè utrinque adstant, rationis duarum illis rursus utrinque astantium est subduplicata & rationis duarum uno rursus loco remotiorum subtriplicata, &c. Sint enim magnitudines C. B. A. D. E. sintque tam A, B, C, quam A, D, E continuè proportionales; Dico rationem D ad B subduplicatam esse rationis E ad C, Componitur enim ratio D ad B ex rationibus D ad A & A ad B semel sumptis, at ratio E ad C componitur ex iisdem bis sumptis, est ergo ratio D ad B rationis E ad C subduplicata, eodem prorsus modo si tres essent utrinquè termini ostenderetur ratio D ad B rationis extremorum esse subtriplicata, &c.

18. Si sint quotcunque continuè proportionalia; primum, secundum, tertium, &c. erunt illa suis differentiis proportionalia; nam secundum, tertium & sequentium unum quodque est prioris rationis Consequens, idemque posterioris Antecedens, sed (per artic. 10.) differentia primi Antecedentis & Consequentis est ad differentiam secundi Antecedentis & Consequentis ut primum Antecedens ad secundum Antecedens, hoc est, in continuè proportionalibus ut primus terminus ad secundum, sive ut secundus ad tertium, &c.

19. Si sint tria continuè proportionalia. Summa extremorum una cum bedio bis, summa medii & utriusvis extremi. Et idem illud extremum erunt continuè proportionalia.

Sint enim A, B, C : : continuè proportionalia; quoniam ergo A. B : : B. C sunt proportionalia, erunt componendo A + B, B : : B + C. C proportionalia, & permutando A + B. B + C : : B. C. proportionalia, & rursus componendo A + 2 B + C. B + C : : B + C. C. quod erat probandum.

20. In quatuor Continuè proportionalibus, maximum & minimum simul majus est quam duæ reliquæ simul. Sint continuè proportionalia A. B : : C. D. quorum maximum sit A, minimum D. Dico A + D majus esse quam B + C. sunt enim A − B. C − D : : A. C. proportionalia (per art. 10.) Itaque A − B majus est (per art. 11.) quam C − D. adde utrobique B, eritque A majus quam C + B − D. rursus adde utrinque D eritque A + D majus quam C + B quod erat probandum.

21. Si sint quatuor proportionalia, erit factum ab extremis in se, æquale facto ex mediis in se. Sint enim A. B : : C. D proportionalia. Dico A in D æquale esse facto ex B in C. Componitur enim ratio A in D, ad B in C, ex rationibus (per art. 13.) A ad B & (D ad C, hoc est) B ad A ipsius inversâ, est ergo ratio composita (per artic. 14.) ratio æqualitatis, quare ratio A in D & B in C est ratio æqualitatis: sunt ergo æqualia.

22. Si sint quatuor quantitates, sitque ratio primæ ad secundam duplicata rationis, quam habet tertia ad quartam, erit factum ab extremis, ad factum ex mediis ut tertia ad quartam.

Sint enim quatuor quantitates A. B : : C. D. Sitque ratio A ad B duplicata rationis C ad D. dico A D. id est factum ex A in D, esse ad B C, seu factum ex mediis, ut C ad D.

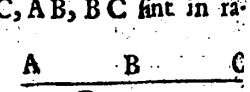
Quoniam enim ratio A ad B duplicata est rationis C ad D, si fiat ut C ad D ita D ad aliud E, erunt A. B : : C. E proportionalia, nam ratio A ad B est (per hypothesim) duplicata rationis C ad D, & C ad E duplicata est ejusdem C ad D, per definitionem (articulo 15.) quare (per præcedentem) A E sive A in E, æquale est B C sive B in C, sed A D est ad A E per Coroll. 4. Artic. 6.) ut D ad E, sive ut C ad D. est ergo A D

ad B C (quod ostensum est ipsi A E æquale) ut C ad D. quod erat probandum.

Porrò si ratio primæ A ad secundam B triplicata sit rationis quam habet tertia C ad quartam D. erit factum ab extremis ad factum ex mediis in duplicata ratione tertiæ ad quartam; nam si fiat ut C ad D, ita D ad E, & rursus ut D ad E, ita E ad F, erit ratio C ad F triplicata rationis C ad D &, proinde A. B : : C, F erunt proportionales, & A F erit æquale B C. sed ut A D ad A F ita D ad F, quare etiam ut A D ad B C. ita D ad F. hoc est ita C ad E, sed ratio C ad E, est duplicata rationis C ad D, quare etiam ratio A D ad B C duplicata, rationis C ad D quod erat propositum.

23. Si sint quatuor proportionalia, interponantur autem tam inter primum & secundum, quam inter tertium & quartum medium proportionale, erit medium ad medium ut primum ad tertium, sive ut secundum ad quartum. Sint enim A. B : : C. D. proportionalia, interponanturque inter A & B medium E, & inter C & D medium F. Dico A. C : : E. F esse proportionalia. Ratio enim A ad E subduplicata est rationis A ad B, sive C ad D. Etiam C ad F subduplicata est rationis C ad D, sunt ergo A. E : : C. F proportionalia, & permutando A. C : : E. F sunt proportionalia, quod erat probandum.

24. Dividi dicitur aliquid in extremam & mediam rationem, quando totum & partes sunt in ratione continua. Exempli causâ quando A + B. A. B : : sunt continuè proportionales, vel recta A C. ita divisa sit in B, ut A C, A B, B C sint in ratione continua. Quod si eadem A C divisa rursus fuerit in D ut sint A C. C D. A D. continuè proportionales, erunt A C. A B. A D continuè proportionales, & recurrendo C A. C D. C B. quod in linea aliter secta fieri non potest.

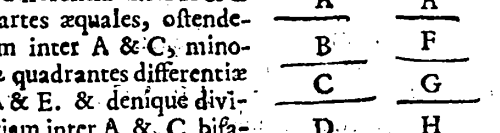


25. Si sint tria continuè proportionalia, & rursus alia tria continuè proportionalia, habentia medium terminum eundem, erunt extrema reciprocè proportionalia.

Sint enim A. B. C. & rursus D. B. E continuè proportionalia, erunt quoque A. D : : E. C, proportionalia; nam ratio A ad D componitur ex rationibus A ad B & B ad D. & ratio E ad C componitur ex rationibus E ad B hoc est B ad D, & B ad C. hoc est A ad B, quare ex æquo per rationem perturbatam erunt A. D : : E. C proportionalia.

26. Si fuerint inter eadem extrema, sed inter se inæqualia, interposita

terposita quotcunq; media, tam in Geometrica quam in Arithmetica ratione, totidem utrobique, singula media rationis Geometricæ, erũt singulis mediis rationis Arithmeticæ minora. Sint enim inter A minimũ & E maximũ interposita in ratione Geometrica, Verbi gratia, tria media B, C, D. & in ratione Arithmetica totidem F, G, H. Dico B quam F, C quam G, D quã H minus esse, Est enim primùm differentia inter A & F eadem quæ inter F & G, sive G & H (propter rationem Arithmeticam) ideoque differentia inter singula proxima proportionalia est differentiæ extremorum, ubi unicum est medium, semissis; ubi duo triens; ubi tria, quadrans, *&c.* in hoc exemplo ergo est quadrans. At differentia inter D & E (per art. 17.) est plus quàm quadrans differentiæ Extremorum, propter Rationem Geometricam, differentia ergo inter A & D minor est quàm tres quadrantes ejusdem differentiæ extremorum. Similiter Si intelligatur differentia inter A & D divisa in tres partes æquales, ostendetur differentiam inter A & C, minorem esse quam 2 quadrantes differentiæ Extremorum A & E. & denique dividendo differentiam inter A & C bifariam inter A & B minorem esse quadrante differentiæ Extremorum A & E.



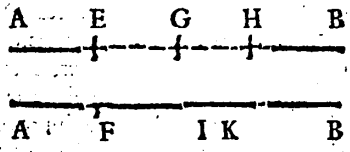
His consideratis erit B (hoc est, A, una cùm alio quodam quod minus est quadrante differentiæ Extremorum A & D) minus quam F. hoc est quam idem A, una cùm alio quod æquale est quadranti prædicto. Item C, hoc est A, una cùm minore quam sunt duo quadrantes dictæ differentiæ minus erit quàm G, hoc est quam A una cum dictis duobus quadrantibus integris. Denique D quod superat A minùs quàm tribus quadrantibus dictæ differentiæ erit minus quàm H quod superat A tribus quadrantibus dictæ differentiæ integris. Eodem modo procederetur si essent quatuor media nisi quod pro differentiæ extremorum quadrantibus sumendæ essent partes quintæ, & sic deinceps.

27. LEMMA. Si eidem quantitati quantitas aliqua tum dematur tum addatur, & rursus alia; major erit ratio residui ad compositum, ubi demitur & additur minus quàm ubi majus. Quantitati A. dematur & addatur B ut sit A − B residuum, A + B compositum, rursus sumpto C maiore quam B, & sit A − C residuum, A + C compositum, dico A − B. A + B : : A − C. A + C esse hyperlogismum; nam A − B. A : : A − C.

A est hyperlogismus minoris Antecedentis ad idem Consequens; itaque A − B. A + B :: A − C. A + C. multo major hyperlogismus est, minoris scilicet Antecedentis ad Consequens majus.

28. Si fuerint duæ quantitates æquales, à quibus ablatæ sunt partes inæquales, inter totum autem & partem utrobique interponantur mediæ, una in ratione Geometricâ, altera in Arithmeticâ. Differentia inter duas medias major erit ubi major est differentia totius est partis.

Sint enim duæ quantitates æquales AB & AB, à quibus ablatæ sint partes inæquales A E minor, A F major, Interponatur autem inter AB, AE, media Geometricè A G, & media Arithmeticè A H. Et inter A B, A F, ponatur media Geometricè A I, Arithmeticè A K. Dico H G majorem esse quam K I.



Habemus enim primum Analogismum hunc . . . AB. A G :: BG, GE per artic. 18.

Deinde fit componendo secundus . . . . . AB + AG. AB :: BE. BG.

Et sumendo Antecedentium dimidia tertius . . . $\frac{1}{2}$AB + $\frac{1}{2}$AG. AB :: BH. BG.

Et convertendo quartus. AB. $\frac{1}{2}$AB + $\frac{1}{2}$AG :: BG. BH.

Et dividendo quintus. $\frac{1}{2}$AB − $\frac{1}{2}$AG. $\frac{1}{2}$AB + $\frac{1}{2}$AG :: HG. BH.

Et duplicando primum Antecedens & primum consequens . . . . . AB − AG. AB + AG :: HG. BH.

Sed eâdem methodo ostendi potest Anaglogismus hic . . . . . AB − AI. AB + AI :: KI. BK.

Quoniam jam major est ratio A B ad A E, quam A B ad A F, ratio A B ad A G semissis rationis majoris, major est quàm ratio A B ad A I, semissis rationis minoris; & propterea major est AI quam AG. quare ratio AB − AG ad AB + AG (per Lemma præcedens) major erit quàm ratio AB − AI, ad AB + AI. Itaque & ratio HG ad BH major erit quàm ratio K I ad B K, multo autem major quam ratio KI, ad

ad B H majorem quàm B K (nam B H semissis est B E, cum B K sit semissis B F (per suppositionem) minoris quàm B E) major ergo est H G quam K I, quod erat probandum.

Coroll. Manifestum hinc est quod si quantitas aliqua divisa supponatur in partes æquales numero infinitas, differentiam intermediam Arithmeticam & Geometricam fore infinitè parvam, id est nullam. Atque ex hoc præcipuè fundamento videtur orta esse ars construendi numeros illos quos vocant Logarithmos.

29. Si fuerint quantitates quotcunque & utcunq; inæquales vel æquales inter se, sueritque alia quædam quantitas quæ toties sumpta quot sunt illæ quantitates propositæ, omnibus illis fuerit æqualis, quantitas illa, propositarum omnium simul *media* dicitur Arithmetica.

CAP.

Caput XIV.

De Recto, Curvo, Angulo, & Figura.

1. Rectæ lineæ definitio & proprietates. 2. Superficiei Planæ definitio & proprietates. 3. Curvarum linearum species. 4. Circularis lineæ definitio & proprietates. 5. Rectæ lineæ ut in plano proprietates. 6. Linearum contingentium definitio. 7. Anguli definitio & species. 8. Anguli ejusdem arcus in circulis concentricis sunt ut circulorum perimetri. 9. Quantitas anguli in quo consistit. 10. Anguli simpliciter dicti divisio. 11. De rectis à centro circuli ad contingentem. 12. Parallellarum universalis definitio, Et parallelarum rectarum proprietates. 13. Circulorum perimetri inter se sunt ut diametri. 14. In triangulis, rectas bases parallellas esse ut laterum partes à vertice abscissæ. 15. Quali rectæ lineæ fractione fit circuli circumferentia. 16. Angulum contingentiæ quantitatem esse, sed angulo simpliciter dicto Heterogeneam, nec ei quicquam addere aut adimere posse. 17. Planorum inclinationem esse angulum simpliciter dictum. 18. Angulus solidus quid. 19. Natura Asymptotôn quæ sit. 20. Situs quibus rebus determinetur. 21. Situs similis quis, Figura quid, & Figuræ similes quæ sint.

1. Linea inter duo puncta *minima* est, *cujus puncta extrema salva quantitate, id est, salva ratione ejus ad aliam quamlibet datam, diduci non possunt.* Magnitudo enim lineæ ex maxima quæ esse potest terminorum distantia æstimatur. Ita ut ejusdem lineæ, sive ea extensa, sive incurvata sit, eadem semper sit longitudo, quia distantia terminorum maxima est semper eadem.

Et quoniam actio qua lineam ex recta curvam, vel contra ex curva rectam facimus, alia non est quam adductio vel diductio terminorum ejus, Rectè definiemus lineam *curvam esse eam cujus termini diduci posse intelligimus, Rectam* autem *cujus termini diduci intelligi non possunt.* Et comparatè, *magis curvam* esse (modo longitudo sit æqualis) eam cujus termini magis diduci possunt. In omni autem linearum curvatione fit sinus quidam sive cavitas, quæ quandoque ad unam partem, quandoque ad aliam spectat, adeo ut eadem curva possit habere cavitatem

tatem suam omnem ad easdem partes, vel partim ad unam, partim ad contrarias spectantem.

Quibus rebus intellectis, intelliguntur simul rectæ & curvæ comparationes quæ sequuntur.

1. Si rectæ & curvæ termini ambo sint communes, curvam recta majorem esse. Diductis enim curvæ extremis quantum fieri potest, fiet ex curva recta, cujus pars erit ea quæ à principio recta erat; ideoque minor erat recta quam curva ipsi contermina. Propter eandem causam, curvarum etiam terminos ambos habentium communes (si cavitas utriusque omnis easdem partes spectet) major erit ea quæ exterior est.
2. Rectam & curvam in nulla omnino, ne minima quidem parte, congruere posse; quia si congruerent, haberet recta & curva aliqua, ambo extrema puncta communia, simulque propter congruentiam æquales inter se essent, quod jam ostensum est fieri non posse.
3. Inter duo puncta data, rectam unicam intelligi posse. Quia inter eadem puncta intelligi non possunt duæ longitudines sive intervalla minima. Nam si una earum minima sit altera cum ea vel coincidit, & fient una recta, vel si non coincidat, per extensionem ad rectam applicata eosdem terminos non habebit sed diductiores, & proinde à principio curva erat.
4. Quod duæ rectæ superficiem non includunt sequitur ex 3ª. Nam si utrumque terminum communem habent, coincidunt; si unum tantum, vel neutrum, superficiem non claudunt, sed eam relinquunt ex parte dis-junctorum terminorum apertam & interminatam.
5. Quod omnis pars rectæ, est recta, quia cùm unaquæque pars rectæ, minima est quæ inter suos terminos duci potest, nisi omnes partes constituerent unam rectam, essent omnes simul totâ majores.

2. Planum sive *superficies plana, ea est quæ describitur à lineâ rectâ ita motâ ut singula ejus puncta singulas describant lineas rectas.* Itaque recta linea necessariò tota jacet in eo plano quod ab ipso describitur. Etiam rectæ omnes quas singula puncta rectæ planum describentis faciunt, in eodem plano sunt. Præterea si linea quæcunque in plano moveatur, omnes lineæ quæ ab ipsa describuntur in eodem plano erunt.

Superficies cæteræ quæ planæ non sunt, *curvæ* vel *gibbæ* dici solent. Sunt autem superficierum planæ & curvæ comparationes

nes eædem quæ linearum rectæ & curvæ. Nam

1. Si Planum & Gibbum iisdem terminetur lineis, Gibbum plano majus est. Quia si lineæ ex quibus constant extendi intelligantur, intelligetur eas quæ in Gibbo sunt, longiores esse quam illæ quæ sunt in Plano, quæ propter rectitudinem extendi non possunt.
2. Planum & continuò Gibbum ne in minima quidem parte congruere. Essent enim si congruerent æquales, imò eadem superficies plana & curva esset, quod est impossibile.
3. Inter eosdem undiquaque terminos unica esse potest superficies plana; nam unica potest esse minima.
4. Duæ superficies planæ solidum non includunt, nam si eosdem ubique terminos habeant unica fit superficies, si non habent relinquitur hiatus.
5. Omnis pars Plani est plana, nam cùm tota superficies plana minima est superficierum omnium eosdem undiquaque habentium terminos, & unaquæque etiam pars, minima omnium superficierum habentium eosdem undiquaque terminos cum illa parte, nisi omnis pars plana esset, non essent omnes plani partes simul sumptæ, toti æquales.

3. Rectitudinis sive in lineis, sive in superficiebus, una est species, Curvitatis autem plures; nam curvarum, aliæ *congruæ* sunt, id est, quæ mutuo sibi applicatæ coincidunt; aliæ *incongruæ*. Rursus aliæ ὁμοιομερεῖς sive uniformes sunt, id est, quarum partes æquales utcunque sumptæ sunt congruæ; aliæ ἀνομοιομερεῖς, sive pluri-formes. Præterea curvarum aliæ sunt *continuò curvæ*, aliæ *partes habent non curvas*.

4. Si recta linea in plano existens ita moveatur, ut manente uno termino, tota simul circumferatur donec redeat in locum unde moveri cæperat, descripta erit superficies plana, undiquaque terminata à linea curva, eâ scilicet quam describit terminus circumlatus. Vocatur autem ea superficies *circulus*. Et punctum immotum circuli illius *centrum*. Linea autem curva circulum terminans, circuli *Perimeter*; & pars ejus quælibet, *circumferentia* & *arcus*. Recta generans *Semidiameter*, & *Radius*; recta per centrum terminata utrinque in circumferentia, *Diameter* appellatur. Præterea Radii describentis circulum unumquodque punctum Perimetrum eodem tempore describit propriam, terminantem circulum proprium, qui cæteris omnibus (quoniam commune cum illis habet centrum) dicitur *concentricus*.

1. Itaque in circulo omnes rectæ à centro ad circumferentiam

tiam sunt æqnales; nam singulæ coincidunt cum eodem radio generante.
2. Et diameter dividit tum perimetrum, tum circulum ipsum in duas partes æquales. Si enim duæ illæ partes sibi mutuò applicentur, cùm habeant diametrum communem, si semiperimeter altera alteri congruit æquales sunt; tum ipsæ, tum etiam semicirculi, quia congruent & illi; si semiperimetri non congruent, recta aliqua eadem à centro (quæ in diametro est) ab iis secabitur in duobus punctis, itaque, quum à centro ad circumferentiam rectæ omnes sint æquales. Erit ejusdem rectæ pars æqualis toti, quod est impossibile.
3. Propter eandem causam erit perimeter circuli uniformis, id est, pars ejus quælibet cuilibet parti sibi æquali congruet.

5. Præterea colligitur hinc lineæ rectæ proprietas hæc; nempe, si termini ejus in aliquo existant plano, etiam totam in eodem plano esse. Nam cùm duo ejus termini in plano sint, recta quæ planum ipsum describit transibit per utrumque terminum; sumpto autem utrovis puncto pro centro, & intervallo dictorum terminorum ut descripta circumferentia, cujus radius sit recta quæ planum describit, per alterum terminum transibit. Est ergo inter duos terminos propositos recta una (ex definitione circuli,) tota in plano proposito. Si ergo alia recta inter eosdem terminos duci posset quæ in eo plano non esset, possent inter eadem puncta duci duæ lineæ rectæ, quod ostensum est esse impossibile.

Colligitur etiam si duo plana se mutuò secuerint communem sectionem esse lineam rectam. Nam duo sectionis termini sunt in utroque plano secante, & inter ipsa duci potest linea recta, sed recta inter duo puncta in eodem est plano cum ipsis punctis, quæ cum sint in utroque plano etiam recta illa in utroque erit, & propterea est eorum communis sectio. Omnis autem alia linea inter eadem puncta cum ea coincidet, id est, eadem erit, vel non coincidet & proinde extra alterum vel utrumque planum ibit.

Intelligi facile potest, ut sicut recta circa punctum immotum ut centrum, ita planum circa immotam lineam rectam, ut axem, circumduci posse. Ex quo manifestum est quælibet tria puncta in eodem esse aliquo plano. Nam duo puncta quælibet si recta connectantur, sunt in eodem plano in quo est ipse recta. Si igitur planum illud super illam rectam circumducatur,

tur, excipiet revolvendo punctum quodlibet tertium ubicunque positum; itaque erunt omnia in eodem plano, & proinde etiam tres rectæ quæ ipsa connectunt.

6. Duæ lineæ *contingere* se mutuò dicuntur, *quæ cùm ad idem punctum ducantur quantumvis tamen productæ (productæ dico eodem modo quo sunt generatæ) altera alteram non secabit.* Itaque duæ rectæ si se mutuò contingant, per totam ipsarum longitudinem contiguæ erunt. Idem facient duæ lineæ continuè curvæ, si & congruæ sint, & prout congruæ sunt ita una alteri admoveatur; alioqui, sicut & curvæ omnes, incongruæ non contingent se mutuo, nisi in uno tantùm puncto. Id quod ex eo manifestum est, quòd continuè curva cum recta congruere non potest; nam si posset, eadem linea & recta esset & curva. Præterea recta quæ curvam contingit, si tantillum super puncto contactûs circumferatur curvam secabit, nam in uno tantùm puncto contingens, si inclinet ad utramvis partem, plus quàm tanget, hoc est, congruet vel secabit, at prius non potest, ergo secabit.

7. *Angulus* generalissimè dictus est, *quando duæ lineæ, vel plures superficies in uno solo puncto concurrentes, cætera divergentes, divergentiæ illius quantitas.* Species autem Anguli primùm duæ sunt, vel enim à concurrentibus fit lineis, tunc *Angulus superficialis* est, vel ex concurrentibus superficiebus, qui vocatur Angulus solidus.

Rursus superficialium angulorum pro duobus modis quibus divergentia duarum linearum fieri potest duæ sunt species. Nam applicatis sibi mutuo duabus rectis ut per totam longitudinem contiguæ sint, potest una ab alia, manente concursu in uno puncto distrahi, vel motu circulari, cujus centrum est ipsum concursûs punctum, ita ut maneat earum rectitudo; & hujus distractionis sive divergentiæ quantitas vocari soler simpliciter *Angulus.* Vel potest distrahi per continuam flexionem sive curvationem in omni ejus puncto imaginabili; distractionis autem hujus quantitas vocatur *Angulus contingentiæ.*

Præterea angulorum superficialium simpliciter dictorum, qui in plana superficie sunt, plani sunt; qui in alia superficie sunt, ab illâ denominantur.

Postremo qui rectis continentur lineis, rectilinei; qui curvis, anguli curvilinei sunt; qui recta & curva continentur, mixti.

8. Duorum circulorum concentricorum arcus duo, inter duos radios intercepti, habet inter se eandem rationem, quam habent perimetri totæ.

Sint enim (fig. 1.) centro A descripti duo circuli BCD, EFG. Inter radios autem AEB, AFC, intercepti sint arcus BC, & EF. Dico, rationem BC arcûs, ad EF arcum eandem esse quam habet CBD perimeter, ad EFG perimetrum. Intelligatur enim radius AFC moveri motu circulari super centro A uniformi, id est velocitate ubique eâdem, describet punctum C in certo tempore perimetrum CBD, & in parte ejus temporis arcum CB. & quoniam velocitates sunt æquales quibus & arcus & perimeter tota describuntur, ratio magnitudinis perimetri CBD ad magnitudinem arcûs CB determinatur à sola differentia temporum; similiter probabitur quod ratio magnitudinis perimetri FEG ad magnitudinem arcûs FE determinatur à sola temporum differentia, quibus perimeter & arcus ille describuntur. At eodem tempore describuntur ambæ perimetri, & eodem tempore ambo arcus, est ergo ratio perimetri CBD ad arcum CB, & perimetri FEG ad arcum FE determinata ab eadem causa, sunt ergo CBC. CB :: FEG. FE. proportionales (per artic. 6. cap. præcedentis) & permutando CBD. FEG :: CB. FE sunt proportionales. Quod erat demonstrandum.

9. Ad quantitatem anguli neque longitudo neque æqualitas aut inæqualitas linearum quæ angulum comprehendunt quicquam faciunt, idem enim angulus est qui comprehenditur inter AB & AC, cum eo qui comprehenditur inter AE & AF vel inter AB & AF. Neque quantitas absoluta arcûs cui angulus subtenditur angulum auget aut diminuit, quia eidem Angulo subtenditur tum arcus BC major, tum etiam arcus EF minor; quantitas enim anguli ex quantitate arcûs cum perimetri totius quantitate comparatione æstimatur. Itaque quantitatem anguli simpliciter dicti sic definiemus.

Quantitas Anguli est *arcus sive circumferentia circuli determinata per rationem ejus ad totum perimetrum.* Tantus itaque est angulus, quanta portio est totius perimetri arcus inter duas rectas è centro interceptus. Ex quo intelligitur dum lineæ angulum continentes sunt ambæ rectæ, quantitatem anguli in qualibet distantia à centro sumi posse; quod si altera linearum angulum continentium vel utraque curva sit, anguli quantitas in minima à centro sive à concursu distantia æstimanda est; nam minima distantia (quia linea curva intelligi nulla potest, qua recta non sit minor) tanquam recta linea consideranda est. Quamquam autem minima recta dari non potest, sed semper dividi, pervenietur tamen ad partem non consideran-

randam, id quod vocamus punctum; quod punctum jacere intelligitur in recta quæ curvam contingit propterea quod angulus genitus est, per motum circularem, rectam ab alia recta ipsam contingente (ut supra articulo 7. diximus) distrahentem. Angulus igitur quem faciunt duæ lineæ curvæ, idem est cum eo quem faciunt earum rectæ contingentes.

10. Unde sequitur angulos verticales (fig. 2.) esse inter se æquales, quales sunt A B C, D B F. Nam ex duabus semiperimetris, D A C, F D A, inter se æqualibus auferatur communis arcus D A, restabunt arcus A C. D F æquales.

Angulus autem alius *Rectus*, alius *Obliquus* dicitur. Rectus quidem *cujus quantitas est quarta pars perimetri*. Lineæque quæ angulum rectum faciunt, dicuntur sibi invicem *Perpendiculares*. Obliquorum qui recto major est, *Obtusus*; qui minor, *Acutus* appellatur. Ex quo intelligitur omnes angulos possibiles ad idem punctum constitutos simul sumptos æquales esse quatuor rectis; quia quantitas eorum simul sumptorum est perimeter tota. Etiam omnes angulos ad idem punctum, & ad easdem partes rectæ in qua punctum illud positum est, esse æquales duobus angulis rectis, quia recta illa diameter erit circuli, à cujus circumferentia quantitas anguli determinatur, diameter autem perimetrum in duas partes dividit æquales.

11. Si contingens fiat diameter circuli cujus centrum sit punctum contactus. Recta è centro circuli prioris ad centrũ posterioris ducta faciet duos angulos cum contingente (hoc est cum diametro circuli posterioris) duobus rectis (per art. 10.) æquales. Et quoniam contingens æqualiter (art. 6.) utrinque ad circulum inclinatur uteriis angulus rectus est, & Semidiameter ad contingentem sui circuli perpendicularis.

Eadem Semidiameter rectarum omnium quæ à centro ad contingentem duci possunt minima est. Est enim ea Semidiameter; sed alia omnis, ut ad contingentem pertrahi possit, circulo egredietur, & proinde semidiametro major est. Similiter rectarum à centro usque ad contingentem euntium ea quæ cum perpendiculari majorem facit angulum major est. Quod quidem descripto alio circulo, centro quidem eodem, Semidiametro verò quanto est longitudo rectæ perpendiculari propioris, ductâque ad ipsam perpendiculari (id est contingente) fiet manifestum.

Quapropter manifestum etiam est, quæ æqualibus angulis à perpendiculari utrinque discedunt rectæ, eas ad contingentem usque productas æquales esse.

12. Paral-

12. Parallelarum rectarum definitionem aliquam habemus apud Euclidem, sed Parallelarum in universum definitionem nusquam invenio. Itaque earum Definitio Universalis esto hæc. Duæ *lineæ quæcunque* (sive rectæ, sive curvæ) atque etiam duæ superficies, *Parallelæ sunt, in quas duæ lineæ rectæ ubicunque incidentes, facientesque cum utravis ipsarum angulos æquales, sunt inter se æquales*; Cujus definitionis consectaria sunt.

Primùm duas rectas, in duas alias rectas, sed parallelas incidentes, intercipientesq; in utrâque, partes æquales, ipsas quoque esse æquales, & parallelas; ut si (in fig. 3.) A B, C D, incidant in parallelas A C, B D, sintque A C, B D, æquales, erunt quoque A B, C D, æquales & parallelæ. Ductis enim perpendicularibus B E, D F, erunt anguli E B D, F D H recti æquales; quare, cùm E F, B D sint parallelæ, erunt B E, D F, æquales; jam si recta D C rectæ B A non sit æqualis; ducatur à puncto D, quæcunque alia quæ ipsi B A æqualis sit, ea vero non cadet in punctum C, cadat ergo in G. major ergo vel minor est A G, quàm B D, non ergo intercipiuntur parallelæ æquales, ut erat suppositum. Sunt ergo A B, C D, æquales. Quod est primum; Et faciunt (per artic. 11.) angulos cum perpendicularibus E B, D F æquales, quare angulus C D H æqualis est angulo A B D. Et per allatam parallelarum definitionem erunt B A, C D, Parallelæ, quod est secundum. Planum autem quod duabus utrinque parallelis inclusum est *Parallelogrammum* vocatur.

Coroll. 1. Ostensum est jam angulos A B D, C D H, esse æquales, id est, rectam (ut B H) incidentem in duas parallelas (ut A B, C D) facere angulum internum A B D, æqualem externo & opposito C D H.

2. Atque hinc rursus sequitur angulos alternos quos efficit recta incidens in duas parallelas, æquales esse. Hoc est (in fig. 4.) angulum A G F æqualem esse angulo G F D. Cùm enim G F D æqualis sit externo opposito E G B, æqualis quoque erit Verticali ejus A G F, qui est ipsi G F D alternus.

3. Angulos internos ad easdem partes incidentis F G æquales esse duobus rectis. Nam anguli ad F, nempe G F C, G F D, æquales sunt duobus rectis, sed angulo G F D, æqualis est alternus A G F, quare ambo G F C, A G F, qui sunt interni ad easdem partes incidentis F G, duobus rectis æquales erunt.

4. Trianguli plani rectilinei tres anguli simul sumpti duobus rectis æquales sunt; & producto quolibet latere angulus externus duobus internis oppositis erit æqualis. Nam lateri cuivis A B per trianguli plani A B C fig. 5. verticem ducatur parallela, anguli A & B erunt alternis suis F, E, æquales, & angulus C est communis. Sed tres anguli E, C, F (per art. 10.) æquales sunt duobus rectis; quare & tres anguli trianguli æquales sunt iisdem; quod est primum. Deinde duo anguli B, D, æquales sunt duobus rectis (art. 10.) ablata ergo B, restabunt anguli A, C, æquales angulo D. quod est secundum.

5. Si anguli A & B sunt inter se æquales, etiam latera A C, C B, æqualia erunt, quia AB, E F, sunt parallelæ. Et contrà, Si A C, C B, latera sunt æqualia, erunt anguli A, B æquales; nam si non sunt æquales, sint anguli B, G æquales; quoniam ergo GB, EF, sunt parallelæ, & anguli G, B, æquales, erunt G C, C B rectæ æquales, & quia ponuntur æquales C B, A C, erunt C G, C A, rectæ æquales, quod fieri non potest (per art. 11.)

6. Ex quo intelligitur duos circuli radios rectâ connexos facere cum connectente angulos utrinque æquales, adjectoque segmento circuli cujus subtensa sit eadem recta, radiorum terminos connectens, etiam duos angulos quos radii illi cum circumferentia faciunt æquales esse; nam recta arcum quemlibet subtendens, angulos cum ipso æquales efficit, quia divisis bifariam arcu & subtensa ejus, duæ medietates segmenti propter uniformitatem tum circuli circumferentiæ, tum lineæ rectæ, sibi invicem congruent.

13. Circulorum perimetri sunt inter se ut eorundem semidiametri. Sint (in fig. 1.) duo circuli quicunque B C D major, EFG minor, habentes centrum commune A; Eorum semidiametri sint AC, AE. Dico quam rationem habet Perimeter BCD ad Perimetrum EFG, eandem habere CA ad AE. Nam magnitudo semidiametrorum C A, A E, determinatur à distantiis punctorum C & E à centro A, quæ distantiæ acquiruntur motu uniformi puncti ab A ad C; ita ut temporibus æqualibus distantiæ acquisitæ sint æquales. Sed & Perimetri B C D, E F G, determinantur ab iisdem distantiis punctorum C & E, ab eodem centro A, habent igitur tam perimetri B C D, E F G, quam semidiametri C A, A E, eandem causam suas magnitudines determinantem, eamque talem quæ temporibus æqualibus

æqualia faciat spatia. Sunt itaque (per cap. 13. art. 6.) Circulorum perimetri & Semidiametri proportionales; quod erat probandum.

14. Si duæ rectæ angulum constituentes rectis secentur parallelis, erunt interceptæ parallelæ, ut partes abscissæ à vertice. Sint (in fig. 6.) rectæ A B, A C, constituentes angulum ad A, sectæ duabus rectis parallelis B C, D E. Quæ abscindant à vertice in utravis rectâ, putâ in A B, partes A B, A D. Dico interceptas B C, D E, esse inter se ut A B, A D. Secetur A B in quotvis partes æquales A F, F D, D B, ducanturque per F & D, F G, D E, parallelæ basi B C, secantes A C, in G & E, Et rursus per puncta G, E, ducantur aliæ rectæ, parallelæ ipsi A B, secantes B C in H & I. Si jam punctum A, intelligatur moveri uniformiter per A B. Et puncta F, D, B, uniformiter & æquè velociter per F G, D E, B C; quo tempore autem A transit A F, eodem tempore B, transeat B H æquale F G. Erunt A F, F G, ut velocitates quibus ipsæ sunt descriptæ; & quando A est in F. D erit in K; quando A est in D, D erit in E, & eodem modo prout A procedit per puncta F, D, B, Punctum B procedet per puncta H, I, C. quia & velocitates per omnes parallelas supponuntur æquales, & rectæ F G, D K, K E, B H, H I, I C, propter parallelismum sunt æquales, erit itaque A D, ad D E, ut velocitas per A B, ad velocitatem per B C, & A B ad B C, ut velocitas per A B, ad velocitatem per B C, hoc est singulæ parallelæ ad singulas abscissas à vertice erunt ut A F, ad F G; quare AF. FG : : A D. D E : : A B. B C sunt proportionales.

Subtensæ angulorum æqualium in diversis circulis (ut rectæ B C, F E (in fig. 1.) sunt inter se ut arcus quibus subtenduntur. Nam angulorum æqualium arcus sunt ut perimetri (articul. 8.) perimetri autem ut semidiametri (art. 13.) Sed & subtensæ B C, F E, propter angulorum quos faciunt cum Semidiametris æqualitatem, erunt parallelæ inter se, ergo & illi (per præcedentem) erunt semidiametris, hoc est perimetris, hoc est arcubus quos subtendunt, proportionales.

15. Si in circulo ponantur deinceps subtensæ quotlibet inter se æquales, ducaturque à termino subtensæ primæ, ad terminos omnium cæterarum, rectæ lineæ. Producta prima subtensa faciet cùm secunda externum angulum duplum ejus quem facit contingens circulum in termino primæ cum ipsa prima; & subtensa duorum arcuum producta facit cum tertia angulum externum triplum ejusdem, & sic deinceps.

Sit enim circulus (in fig.7.) descriptus radio A B, in quo ponantur quotlibet subtensæ æquales, B C, C D, D E, quæ productæ utcunque in G, H, I, faciant angulos, cum subtensis succedentibus nempe angulos G C D, H D E. Ducta etiam sit contingens K B, faciens cum prima subtensâ angulum K B C. Dico angulum G C D, duplum esse anguli K B C, & angulum H D E ejusdem K B C triplum. Nam si ducatur A C, secans B D in M, & ad punctum C ponatur L C ipsi perpendicularis, erunt L C, M D, propter angulos rectos ad C & M parallelæ. Anguli ergo L C D, B D C, alterni sunt æquales; item propter æqualitatem rectarum B C, C D, anguli B D C, C B D, sunt æquales. Anguli ergo C B D, vel C D B duplus est angulus G C D. Est ergo angulus G C D duplus anguli L C D, hoc est anguli K B C. Rursus C D est parallela B E, propter angulorum C B E, D E B, & rectarum C B, D E æqualitatem, quare anguli G C D, G B E sunt æquales, & per consequens tam G B E, quam D E B, duplus est anguli K B C. Sed angulus externus H D E æqualis est utrique interno D E B, D B E, est ergo angulus H D E anguli K B C triplus, *&c.* quod erat probandum.

Coroll. Constat hinc angulos K B C, C B D, & denique omnes comprehensos à duabus rectis in circuli circumferentia concurrentibus, insistentibusque æqualibus arcubus esse inter se æquales.

Coroll. 2. Si contingens B K centro B semper moveatur uniformiter secundum circumferentiam, æqualibus temporibus æquales abscindet arcus; totamque perimetrum transibit eodem tempore quo ipsa super centro B describit semiperimetrum.

Coroll. 3. Intelligitur etiam hinc quæ ratione determinatur recurvatio rectæ in circumferentiam circuli, nempe per fractionem semper crescentem secundum rationem numerorum deinceps ab unitate. Nam fracta recta indefinita K B, in B, juxta angulum quemcunque K B C, & rursus in C secundum angulum duplum ejus, & in D secundum angulum triplum, & in E secundum angulum quadruplum, & sic deinceps, erit descripta figura quidem rectilinea; quod si partes fractæ intelligantur esse minimæ, hoc est totidem puncta, erit descripta non figura rectilinea sed circuli circumferentia.

Corollar. 4. Ex iis quæ dicta sunt in præsente articulo ostendi & hoc potest, *angulum in centro duplum esse anguli in circumferentia, modo arcus intercepti sint æquales.*

cùm

Cùm enim recta quæ angulum motu suo determinat, æqualibus temporibus æquales arcus transit, tam è centro quàm è circumferentia, ea autem quæ è circumferentiâ est, decurrens per semiperimetrum, transit eodem tempore per totam ejus quæ è centro est perimetrum, arcus quos abscindet in perimetro aliena dupli erunt eorum quos iisdem temporibus describit in semiperimetro propriâ. Sed ut arcus ita anguli in circulis æqualibus.

Ostendi item potest, quod angulus externus à productâ subtensâ & proximâ subtensâ sibi æquali contentos æqualis sit angulo centri, insistenti eidem arcui, ut in diagrammate proximè præcedente, angulum G C D æqualem esse angulo C A D; Nam angulus G C D externus est duplus anguli C B D, & angulus C A D, insistens eidem arcui C D, duplus quoque est ejusdem C B D, vel K B C.

16. Angulus contingentiæ si conferatur cùm angulo quantulocunque simpliciter dicto, rationem ad ipsum habet eam quam punctum ad lineam, hoc est, neque rationem neque quantitatem ullam. Primò enim angulus contingentiæ fit flexione continuâ, ita ut in generatione ejus nullus omnino fiat motus circularis, in quo consistit natura Anguli simpliciter; itaque cum illo comparari secundum quantitatem non potest. Secundò quia angulus externus subtensæ productæ, & subtensæ proximæ, æqualis est angulo centri super eundem arcum (ut in figura præcedente angulus G C D æqualis est angulo C A D) erit angulus contingentiæ æqualis angulo ex centro qui continetur inter A B, & eandem A B; quia contingentis pars nulla subtendere arcum potest, sed ut ipsum punctum contactus pro subtensa, ita angulus contingentiæ pro angulo externo habendus sit, & æqualis angulo cujus arcus sit idem punctum B.

Quoniam autem Angulus in genere definitur, ut sit apertio sive divergentia duarum linearum in uno puncto concurrentium; est autem una apertio major quam alia, etiam per generationem anguli contingentiæ, negari non potest quin angulus ille quantitas sit, ubicunque enim est majus & minus ibi quoque est quantitas. Sed quantitas hæc consistit in majore & minore flectione. Nam quo major est circuli circumferentia eo magis accedit ad naturam lineæ rectæ; siquidem tota curvatio (quæ fit dum è recta fit circuli peripheria) major est applicata ad minorem rectam. Ideoque quando plures circuli contingunt eandem rectam, major est angulus contingentiæ qui fit

cum

cum minore circulo, quam qui fit cum majore.

Nihil ergo addunt neque adimunt angulo simpliciter dicto, additi vel ademptí quotcunque anguli contingentiæ; & sicut alter alteri æqualis non est, sic neque major nec minor est.

Ex quo sequitur angulum segmenti, id est, quem facit recta quælibet cum arcu quolibet, æqualem esse angulo qui fit ab eadem recta, & linea quæ contingit circulum in eodem cum ipsa puncto, ut in præcedente figura, angulus qui fit inter G B & B K, æqualis est angulo qui fit inter G B & arcum B C.

17. Angulus quem faciunt duo plana planorum illorum *Inclinatio* appellari solet. Et quoniam plana ubique æqualiter inclinantur, pro inclinatione sumitur angulus qui comprehenditur a duabus rectis, altera in uno, altera in altero plano, sed ambabus ad communem sectionem perpendicularibus.

18. Angulus solidus duobus modis intelligi potest. 1. Pro aggregato omnium angulorum qui fiunt per motum rectæ lineæ quæ uno extremo quiescente, circumfertur circa figuram aliquam planam, in qua punctum quiescens non est. Atque in hoc sensu accipi videtur ab Euclide. Manifestum autem est quantitatem anguli solidi ita accepti, aliam non esse quam omnium angulorum in superficie sic descripta, id est in superficie solidi Pyramidalis aggregatum. Secundo modo intelligi potest pro ratione superficiei sphæricæ subtendentis pyramidis vel coni verticem in sphæræ centro positam, ad totam superficiem sphæræ. In qua acceptione, anguli solidi ita erunt inter se, ut solidorum verticem habentium in sphæræ centro bases in sphæræ superficie comprehensæ.

19. Omnis duarum linearum ad se invicem respectus, sive positionis varietas contineri videtur quatuor generibus; nam duæ lineæ quælibet, aut parallelæ sunt; aut angulum (si opus est productæ) faciunt; aut contingunt se invicem (modo satis sint magnæ;) aut denique Asymptotæ sunt. De parallelis, angulis & contingentibus, quænam sit earum natura jam diximus. Declarabimus ergo breviter naturam etiam Asymptosiæ.

Asymptosia dependet ab eo quod quantitas divisibilis est in infinitum; Ex quo sequitur datâ quacumque lineâ, à cujus termino mobile aliquod versus alterum terminum moveatur, possibile esse (nempe sumendo gradus velocitatis semper minores, in ea ratione qua sumuntur semper minores partes lineæ perpetuò sectæ) ut mobile illud super lineam illam procedat semper, ad finem verò perveniat nunquam. Itaque manifestum est, si recta aliqua ut A F (in fig. 8.) secetur vtcunque in B, & rursus B F in C, & C F in D, & D F in E, atque ita æternum, & à puncto F ducatur recta F F in angulo A F F quocunque, ordinenturque in eadem ratione qua secta est linea AF, spatia A F, B F, CF, DF, E F, &c. ad rectam A F parallelos, fore ut curva A B C D E sit rectæ F F Asymptota, hoc est, ut propiùs ad eam semper accedens numquam tamen attingat. Quoniam autem linea quælibet secari potest in perpetuum secundum rationes segmentorum ad se invicem, alias atque alias, varietate infinita, iccirco etiam Asymptotæ diversæ species numero infinitæ sunt, de quibus hoc loco dicendum non est.

20. Situs est relatio loci ad locum. Determinatur autem plurium locorum situs quatuor rebus; *distantiis inter se. Distantiis singulorum à loco dato. Ordine rectarum à dato ad cætera ductarum*; Et *angulis quos sic ductæ comprehendunt.* Nam si distantiæ, & ordo, & anguli, dati (id est) certi sunt, etiam loca singula certa sunt, ut alia esse non possint.

21. Puncta autem quotlibet, similem inter se situm habent ac puncta alia numero totidem, quando rectæ omnes ab uno aliquo puncto ad hæc omnia ductæ, ad rectas omnes, ab uno item puncto ad illa omnia ductas, sub æqualibus deinceps angulis, eandem habent rationem. Sint enim puncta quotlibet A, B, C, (in fig. 9.) ad quæ ab uno aliquo puncto ut D ductæ sint rectæ, D A, D B, D C. Sint & alia totidem puncta E, F, G, ad quæ ab uno etiam puncto H, ductæ sint rectæ HE, HF, HG, ita ut anguli A D B, B D C, æquales sint angulis deinceps E H F, F H G; & rectæ D A, D B, D C, rectis H E, H F, H G proportionales; Dico tria puncta A, B, C, tribus punctis E, F, G, similem inter se situm obtinere, sive similiter posita esse. Nam si intelligatur H E super imposita esse D A; ut punctum H sit in D, cadet punctum F in recta DB, propter æqualitatem angulorum A D B, E H F; & punctum G in recta D C, propter æqualitatem angulorum B D C, F H G; rectæ autem A B, E F erunt parallelæ, sicut & B C, F G, propterea quod A D, E D :: B H, F H :: C D, C G ponuntur proportionales; erunt ergo distantiæ punctorum A, B, & punctorum B, C, proportionales, erunt ergo distantiæ punctorum A, B, & punctorum B, C, proportionales distantiis punctorum E, F, & punctorum F, G. In situ ergo punctorum A, B, C, & situ punctorum E, F, G, æquales sunt anguli, eodem ordine; differunt ergo sola distantiarum inter se, & distantiarum à punctis D & H inæqualitate; sunt autem inæqualitates illæ utrobique æquales, propterea quod tum A B, B C :: E F, F G, distantiæ punctorum utrobique

utrobique inter se, tum etiam DA, DB, DC : HE, HF, HG, distantiæ earundem ab assumptis punctis D & H sunt inter se proportionales; sola ergo differentia est in distantiarum magnitudine, sed per *Similium* definitionem quæ tradita est Capite 11. art. 2. quæ solâ magnitudine differunt *Similia* sunt; habent ergo puncta A, B, C, situm inter se similem ejus quem habent puncta, E, F, G; id est, similiter posita sunt, quod erat probandum.

22. Figura est quantitas, punctorum suorum extremorum omnium situ, sive positione determinata. Extrema autem voco puncta illa quæ externo loco sunt contigua. Itaque in linea & superficie puncta omnia extrema sunt, in solido vero puncta superficiei intra quam solidum includitur omnia.

Et similes figuræ sunt, quorum puncta omnia extrema unius, similiter sunt posita ac puncta omnia extrema alterius. Differunt enim figuræ tales sola magnitudine.

Similes autem figuræ similiter positæ sunt, cùm utriusque figuræ rectæ homologæ, id est rectæ quæ connectunt puncta comparata, parallelæ sunt.

Et quoniam recta omnis omni rectæ, & planities planitiei, dum planities tantùm consideretur, similis est; cognitis linearum quæ plana, vel superficierum quæ solida includunt proportionibus, cognoscere, an figura propositæ figuræ similis sit an dissimilis, non est difficile.

Hactenus in Philosophia prima versati sumus, proximus locus Geometriæ est, in qua figurarum quantitates ex linearum proportionibus & angulis investigantur. Est itaque Geometriam aggressuro quæ sit quantitatis, proportionis, angulorum, & figuræ natura præcognoscendum, & propterea capitibus tribus proximè præcedentibus, eorum naturas explicatas, Philosophiæ primæ quam hic dimitto adjungendam esse judicavi.

CAP.

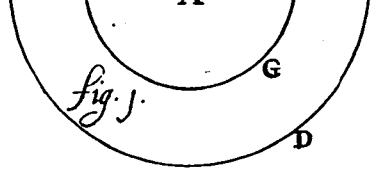
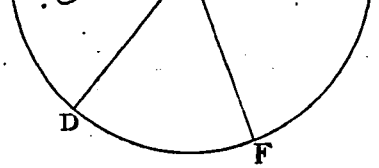
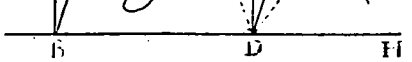


fig. 1.





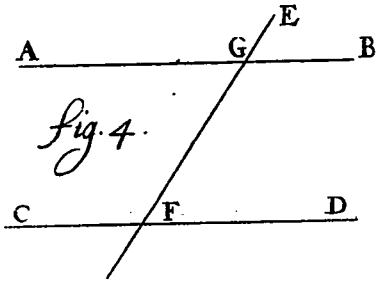


fig. 4.

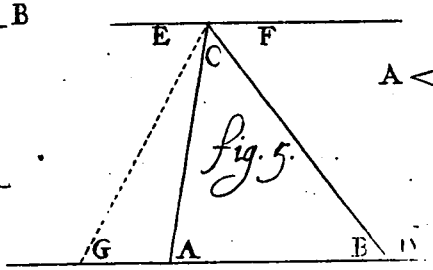


fig. 5.

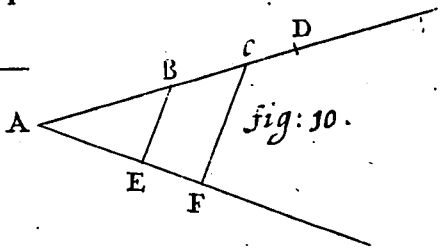


fig: 10.

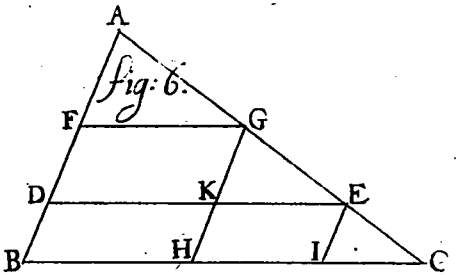


fig: 6.

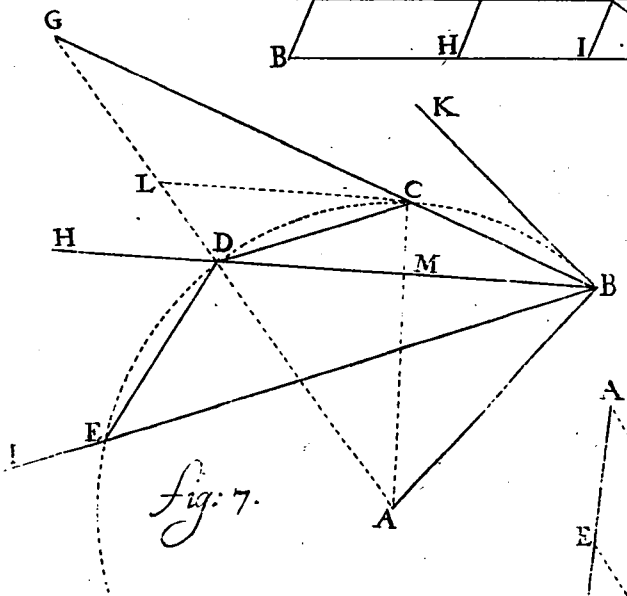
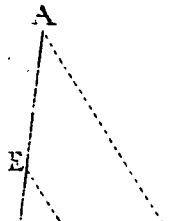


fig: 7.



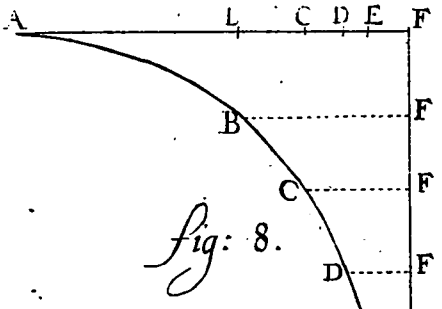


fig: 8.

CAPUT XV.

De Natura, Proprietatibus, & variis Considerationibus, Motûs & Conatûs.

1. Principiorum doctrinæ de Motu superiùs traditorum Repetitio. 2. Alia ipsis addita. 3. Theoremata quædam, de Natura Motûs. 4. Diversæ Motûs considerationes. 5. Via per quam tendit Conatus Mobilium primus. 6. In motu ex concursu, deficiente uno Moventium, conatum fieri secundum viam alterius. 7. Conatum mobilis ejus quod dum fertur per circuli circumferentiam ab ea abrumpitur, fieri secundùm lineam contingentem. 8. Movens quo majorem habet vel velocitatem, vel magnitudinem, eo majoris efficaciæ est in corpus in quod impingit.

1. PRoxima ordine tractatio est, de *Motu & Magnitudine*, Corporum Accidentibus maximè Communibus. Itaque locum hunc sibij vindicant magnà ex parte proprium sibi Elementa Geometriæ. Quoniam autem pars ista Philosophiæ ab excellentissimis omnium temporum ingeniis exculta uberiorem tulit Segetem, quàm ut in angustias propositi operis nostri contrudi possit; Lectorem ad hunc locum accedentem admonendũ esse censui, ut Euclidis, Archimedis, Apollonii, aliorumque tum antiquorum tum recentiorum scripta in manus sumat. Quorsum enim actum agere? Ego vero de rebus Geometricis pauca tantum & nova, & ea præsertim quæ Physicæ inserviunt proximis aliquot Capitibus dicturus sum.

Principiorum autem doctrinæ hujus partem aliquam, in Cap. 8. & 9. jam explicatam, ut magis ex propinquo progressuris lucem præbeat in hunc locum conferemus. Primo igitur (Cap. 8. Art. 10.) definitur Motus in hunc modum, *Motus est unius loci privatio, & alterius acquisitio Continua.*

Secundò, ostensum est ibidem, *Quicquid Movetur, in Tempore Moveri.*

Tertiò (capite eodem Art. 11.) definivimus, *Quietem esse, quando Corpus in eodem loco est per aliquod Tempus.*

Quartò ostensum ibidem est, *Quod movetur, nusquam esse in loco certo, idemque & motum esse, & moveri, & motum iri.* Ita ut

in omni parte spatii per quod fit motus tria tempora considerari possunt, *Præteritum, præsens, & Futurum.*

Quintò (Cap. eodem, Artic. 15.) definivimus, *Velocitatem esse motum consideratum ut Potentiam, qua Mobile tempore certo, Certam potest transmittere longitudinem.* Quod & breviùs enunciari potest sic, *Velocitas est quantitas Motûs per Tempus & Lineam determinata.*

Sextò (Cap. eodem. Art. 16.) Ostensum est *Motum esse Mensuram Temporis.*

Septimò (cap. eodem, Art. 17.) definivimus *Motus Æquiveloces esse, quibus, æqualibus Temporibus æquales transmittuntur longitudines.*

Octavò (Cap. eodem, Art. 18.) definivimus, *Motus Æquales esse quando Velocitas unius Mobilis per omnem ejus Magnitudinem Computata, æqualis est alterius Mobilis velocitati etiam per omnem ejus magnitudinem computatæ.* Notandum itaque est *Motus æquales* & *Motus æqviveloces*, non significare eandem rem. Nam duorum Equorum ad Currum junctorum motus major est quam unius eorum utriusvis, quum tamen velocitas amborum simul, velocitati unius sit æqualis.

Nonò (Cap. eodem, Art. 19.) Ostensum est, *Quod quiescit, semper quieturum esse, nisi existat aliud, extra ipsum, quo supposito, quiescere amplius non possit*; & *Quod movetur, motum iri semper, nisi existat aliud extra ipsum quod motum ejus impediat.*

Decimò (Cap. 9. Art. 7.) Ostensum est, *Motûs omnis (ex quiete antecedente) causam immediatè efficientem esse in aliquo corpore moto & contiguo.*

Undecimò, Ostensum est ibidem, *Quidquid movetur, eadem celeritate & per eandem viam, semper progressurum esse, nisi à corpore moto & contiguo impediatur.*

2. Quibus Principiis adjiciemus, hoc loco, ea quæ sequuntur. Primò, definiemus *Conatum esse Motum per spatium & Tempus minus quàm quod datur, id est determinatur, sive expositione vel numero assignatur*, id est, per *punctum*, & in *Instanti.* Ad cujus definitionis explicationem meminisse oportet per punctum non intelligi id quod quantitatem nullam habet, sive quod nulla ratione potest dividi (nihil enim est ejusmodi in rerum natura) sed id cujus quantitas non consideratur, hoc est, cujus neque quantitas neque pars ulla inter demonstrandum computatur; ita ut punctum non habeatur pro indivisibili; sed pro indiviso. Sicut etiam *instans* sumendum est pro tempore indiviso, non pro indivisibili.

Similiter

Similiter Conatus ita intelligendus est, ut sit quidem motus, sed ita ut neque temporis in quo fit, neque lineæ per quam fit quantitas, ullam comparationem habeat in demonstratione cum quantitate temporis vel lineæ cujus ipsa est pars; quamquam sicut punctum cum puncto, ita Conatus cum Conatu comparari potest, & unus altero major vel minor reperiri. Nam si duorum angulorum puncta verticalia comparentur inter se, erunt in ratione ipsorum angulorum æqualia vel inæqualia, vel si linea recta secet plures circulorum concentricorum circumferentias, puncta sectionum erunt inæqualia in ratione ipsarum perimetrorum. Eodem modo si sint duo motus simul incipientes & simul desinentes, Conatus eorum erunt æquales vel inæquales in ratione velocitatum; quemadmodum videmus majore conatu descendere pilam plumbeam, quam laneam.

Secundò, definiemus, *Impetum esse ipsam velocitatem, sed consideratam in puncto quolibet temporis in quo fit transitus.* Adeo ut impetus nihil aliud sit quam quantitas sive velocitas ipsius Conatûs.

Tertiò, definiemus *Resistentiam esse, in contactu duorum Mobilium Conatum conatui, vel omnino, vel ex aliqua parte contrarium. Contrarium* (dico) quando duo illa Mobilia Conantur per eandem rectam à terminis ejus diversis. *Contrarium ex parte*, quando Conantur ambo per lineas concurrentes extra rectam à cujus terminis proficiscuntur.

Quartò, ut definiamus quid sit *Premere, Duorum Mobilium alterum premere dicimus quando Conatu suo unum eorum facit ut alterum vel pars ejus loco cedat.*

Quintò *Restituere se corpus pressum, nec dimotum dicimus, quando sublato premente, partes ejus motæ, propter ipsam corporis internam constitutionem in suum quæque locum redeunt*; id quod fieri videmus in Elateriis, in vesicis inflatis, & in multis aliis corporibus quorum partes conatui corporis prementis, primò quidem appulsu plus vel minus cedunt, posteà verò (pemoto premente) vi aliqua interna se restituunt, & toti corpori figuram suam priorem reddunt.

Sextò, *Vim* definiemus *esse impetum multiplicatum sive in se, sive in magnitudinem Moventis, qua Movens plus vel minus agit in corpus quod resistit.*

3. His positis, demonstrabimus primò. *Quod punctum quiescens, cui aliud punctum quantulocunque impetu usque ad Contactum admovetur, ab eo impetu movebitur.* Nam si ab eo impetu à loco suo nihil omnino removetur, neque ab eo impetu duplicato removebitur,

vebitur, quia duplum nihil, nihil est; & per eandem rationem, neque ab eo impetu, quantumvis multiplicato, removebitur, quia nihil, utcunque multiplicatum, semper est nihil; quare punctum quiescens si non cedat impetui quantulocunque, nulli cedet, & per consequens impossibile est, ut quod quiescit unquam moveretur.

Secundò, *Quod si punctum motum quantulocumque impetu incidat in punctum corporis quiescentis cujuscunque, etiam durissimi, ipsum appulsu primo cedere aliquatenus coget.* Nam si impetui dato, quantuluscunque is sit, nihil omnino cedat, neque impetui cedet punctorum quotcunque volueris, quæ habent singula impetus singulos ipsi æquales; nam cum omnia illa puncta æqualiter agant, unum autem eorum nullam habeat effectum, etiam aggregatum omnium simul habebunt toties nullum effectum quot sunt accumulata puncta, id est nullum. Et per consequens essent aliqua corpora ita dura ut nulla vi frangi possent, id est, duritiés finita, id est, vis finita infinitæ non cederet, quod est absurdum.

Coroll. Manifestum ergo est, *quietem inertem atque efficaciæ omnis expertem esse; motum autem solum esse qui motum & quiescentibus dat, & motis adimit.*

Tertiò, *Quod cessatio moventis non cogit cessare id quod ab ipso motum est.* Nam (per numerum 11. Art. 1. hujus Capitis) quicquid movetur perseverat eadem celeritate & viâ quamdiu à moto in contrarium non impeditur; manifestum autem est quod cessatio moventis non est motus in contrarium, sequitur ergo cessante motore non necesse esse ut cesset mobile.

Coroll. Falluntur ergo qui remotionem impedimenti, sive resistentiæ, inter causas motûs numerare solent.

4 In rationes autem infertur motus variis nominibus, Primò ut in corpore *Indiviso* (id est, considerato tanquam punctum) vel in *Diviso*. Ut indiviso, quando supponimus viam per quam fit motus esse lineam. Ut in Diviso, quando computamus motum singularium corporis partium, ut partium.

2. A diversitate regulæ, motus corporis ut indivisi alius est *Uniformis* alius *Pluriformis*. *Vniformis* est quo iisdem temporibus æquales semper percurruntur lineæ. *Pluriformis* quando uno tempore plus, alio minus spatii transmittitur. Et pluriformium motuum alii sunt in quibus accelerationis vel retardationis gradus procedunt per easdem rationes, quas habent transmissa spatia; vel duplicatas, vel triplicatas, vel per quemcunque numerum multiplicatas.

3. A

3. A numero moventium, motus alius est qui ab uno movente, alius qui à concursu plurium efficitur.

4. A positione lineæ in qua fertur mobile, respectu lineæ cujuspiam alterius. Unde motus alius *Perpendicularis*, alius *Obliquus*, alius *Parallelus* dici potest.

5. A positione Moventis respectu Moti; unde motus alius *Pulsio*, alius *Tractio* est. *Pulsio* ubi Movens facit ut Mobile antecedat. *Tractio* ubi facit ut Mobile subsequatur. Rursus Pulsionis alia species est, quando Moventis & Moti motus simul incipit, quæ *Trusio*, & *Vectio* dici potest, alia quando Movens priùs Movetur, Mobile autem posteriùs, qui Motus *Percussio* appellatur.

6. Consideratur Motus aliquando in solo effectu quem habet Movens in Mobile, & tunc vocari *Momentum* solet. Est autem *Momentum* excessus Motûs Corporis Moventis, super Motum, vel Conatum corporis Resistentis.

7. Considerari potest pro diversitate Medii, ut alius in *Vacuo*, alius in *Fluido*, alius in *Consistente*, id est, in medio cujus partes vi aliqua ita consistunt seu cohærent, ut nulla ejus pars nisi cedente toto, moventi cedat.

8. Quando mobile consideratur ut habens partes, nascitur Motûs distinctio alia, Alius enim *Simplex* est, alius *compositus*. *Simplex* quando partes ejus singulæ singulas describunt lineas æquales. *Compositus* quando inæquales.

5. Conatus autem omnis tendit eo versum, id est, per eam viam quam determinat motus moventis, si Movens unum sit, vel (si plura sint Moventia) quam motus determinat qui fit ex eorum Moventium Concursu. Exempli causa si Mobile Motu feratur recto, primus Conatus ejus erit in linea recta; si feratur Motu Circulari etiam Conatus ejus primus erit in Circumferentia circuli. Et si quidem dum fertur Mobile in lineâ qualibet motu qui fit à concursu duorum Moventium, in eo puncto ubi primùm destituitur à vi unius Moventis, mutabitur Conatus ejus in Conatum per lineam Moventis alterius.

6. Itaque si mobile aliquod feratur à concursu duorum ventorum, cessante vento altero, Conabitur & Movebitur Mobile in lineâ qua ferretur à vento qui perseverat solo. Et in circulo ubi Motus determinatur à Movente per tangentem & à Radio retinente mobile in certâ à Centro distantiâ, Conatus ejus qui priùs erat in circuli circumferentia, si auferatur retentio Radii, erit postea in tangente sola, id est, in linea rectâ.

Cùm

Cùm enim Conatus estimatur in parte circumferentiæ minore quam quæ dari possit, id est, in puncto, erit via mobilis per circumferentiam composita ex lineis rectis, quarum una quæque minor est quam quæ dici possit, numerò infinitis, & quæ ob eam rem appellantur puncta. Procedet itaque mobile, postquam à retentione Radii liberatum est, secundum eandem rectam, id est secundum Tangentem.

7. Conatus autem omnis, sive fortis, sive debilis, propagatur in infinitum. Est enim Motus; si quidem ergo in vacuo fiat, procedet mobile eadem semper velocitate, quia supposito vacuo supponitur nullam motui ejus adhiberi Resistentiam, itaque (per Cap. 9. art. 7.) per eandem viam, eademque celeritate semper progredietur, & siquidem in Pleno fiat, tamen cum Conatus sit Motus, id quod in via ejus proximè obstat removebitur, & Conabitur ulteriùs, & hujus Conatus removebit rursus id quod sibi proximè obstat, & sic in infinitum. Generatio ergo Conatûs à parte in partem pleni, procedit in infinitum. Pertingit etiam ad distantiam quantamcunque in Instante; nam eodem Instante quo prima pars medii Pleni removet partem sibi proximam, pars secunda partem rursus sibi proximè obstantem removet. Procedit ergo omnis Conatus sive in Vacuo sive in Pleno, non tantum ad distantiam quantamvis, sed etiam in tempore quantulocunque, id est, in instanti. Neque refert quod Conatus procedendo debilior fiat, ita ut tandem sensum omnem fugiat; motus enim fieri potest ita exiguus ut sensum excitare non possit. Nos autem non de sensu & experientia, sed de ratione rerum hoc loco agimus.

8. In corpus quod Motui resistit, Major est Moventis Vis (pari magnitudine) ejus quod Velociùs quàm ejus quod tardiùs movetur. Item Moventis Majoris (pari velocitate) quàm minoris. Nam quod (pari magnitudine) majore velocitate impingit in mobile majorem ipsi imprimit motum. Et quod (pari velocitate) majore mole impingit in idem punctum, vel eandem partem mobilis, minus deperdit velocitatis; propterea quod corpus resistens agit in eam partem Moventis solam quam contingit, ejus ergo partis solius impetum retundit, cùm interea partes non tactæ procedant & vires suas integras conservent, quoad & illæ ad contactum veniant, ubi vires earum effectum suum obtinent aliquem. Itaque exempli causa, arietando, lignum longius quàm brevius eadem crassitudine & velocitate, & crassius quàm exilius eadem longitudine & velocitate plus operatur in parietem.

CAP.

CAP. XVI.

De Motu accelerato, & Uniformi, & de Motu per concursum.

1. *Velocitas mobilis per quodlibet Tempus Computata, est id quod fit ex ductu Impetûs in Tempus.* 2. &c. *In omni motu longitudines percursæ sunt inter se, ut facta ex impetu in Tempus.* 6. *Si duo mobilia uniformiter lata, percurrant duas longitudines, erunt longitudines percursæ in ratione compositâ ex rationibus Temporis ad Tempus, & impetûs ad impetum directè sumptis.* 7. *Si duo mobilia uniformiter lata percurrant duas longitudines, erunt Tempora inter se in ratione compositâ ex rationibus longitudinis ad longitudinem & impetûs ad impetum reciprocè sumptis. Item impetus inter se erunt in ratione compositâ ex rationibus longitudinis ad longitudinem & Temporis ad Tempus reciprocè sumptis.* 8. *Si mobile feratur à duobus simul moventibus uniformiter, quæ in quolibet angulo concurrunt, erit linea quæ percurritur, recta angulum subtendens.* 9. &c. *Si mobile feratur à duobus simul moventibus quorum alterum movet uniformiter, alterum acceleratè, invenire lineam quam describit mobile, modo ratio longitudinum percursarum ad tempora in quibus percurruntur numeris explicari possit.*

1. VElocitas cujuscumque corporis per aliquod tempus moti tanta est, quantum est quod fit ex impetu (quem habet in puncto temporis) ducto in tempus ipsius motûs.

Cùm enim velocitas (per def. Cap. 8. art. 5.) sit potentia qua mobile certo tempore certam potest percurrere longitudinem: Impetus autem (per Cap. 15. art. 2. numero 2.) sit velocitas in uno tantùm puncto temporis sumpto, erunt impetus omnes simul sumpti eadem res cum velocitate per singula puncta temporis computata; hoc est, cum Impetu in totum tempus ducto, sive cum ipsâ totius motûs velocitate.

Coroll. Si impetus ubique idem sit & sumatur recta quælibet pro mensura Temporis, impetus ad illam rectam ordinatim applicati, designabunt parallelogrammum, quod repræsentabit velocitatem totius motûs. Sin impetus à quiete incipiens crescat

crescat uniformiter, id est, in eadem semper ratione cum temporibus consumptis, tota velocitas motûs erit representata per triangulum cujus unum latus est totum tempus, alterum Impetus maximus eo tempore acquisitus; vel etiam per parallelogrammum cujus unum latus est totum tempus lationis, alterum vero impetûs maximi dimidium; vel denique per parallelogrammum cujus unum latus est medium proportionale inter impetum maximum, (sive ultimò acquisitum) & impetus ejusdem maximi semissem. Nam duo hæc parallelogramma & inter se, & triangulo quod fit ex tempore toto, & impetu crescente sunt æqualia, ut in Elementis Geometriæ est demonstratum.

2. In omni motu uniformi longitudines transcursæ sunt interse, ut factum ab impetu in tempus unius, ad factum ex impetu in tempus alterius.

Sit enim (in Figurâ prima,) AB Tempus AC Impetus quibus mobile percurrit longitudinem DE. Sitque Temporis AB, pars quæcunque AF, qua parte Temporis supponatur percurri longitudinem DG; ducanturque FH, BI, parallelæ & æquales rectæ AC. Dico esse DE ad DG ut parallelogrammum AI, hoc est, ut factum ex Impetu AC ducto in Tempus AB, ad AH factum ex eodem Impetu AC in Tempus AF. Est enim ut velocitas per Tempus AB ad velocitatem per Tempus AF, ita longitudo percursa tempore AB ad longitudinem percursam tempore AF; propterea quod cum impetus supponatur ubique idem, longitudines percursæ sunt in ratione temporum) sed ut Tempus AB ad Tempus AF ita est parallelogrammum AI ad parallelogrammum AH, hoc est factum ab impetu AC in Tempus AB, ad factum ex impetu eodem AC, in Tempus AF. Est autem Tempore AB, impetu AC percursa longitudo DE, quare longitudo percursa tempore AF impetû AC erit DG, ad quam (per constructionem) DE habet eandem rationem, quam habet parallelogrammum AI ad parallelogrammum AH. Sive factum ex impetu AC in tempus AB, ad factum ex eodem impetu AC in Tempus AF, quod erat demonstrandum.

Coroll. Quoniam ostensum est in motu uniformi longitudines percursas esse ut parallelogramma ex impetu ducto in tempora, id est (propter æquales impetus) ut ipsa tempora, erit quoque permutando ut Tempus ad longitudinem ita tempus ad longitudinem, Et in universum, habent hic locum omnes Analogismorum proprietates & Metamorphoses

phoses quas Capite sexto enumeratas demonstravimus.

3. In motu uniformiter à quiete accelerato (hoc est ubi impetus continuò crescunt in ratione temporum) erit quoque longitudo percursa uno tempore, ad longitudinem percursam alio tempore, ut factum ex Impetu in Tempus ad factum ex impetu in Tempus.

Sit (in eadem figurâ primâ) Tempus AB, in cujus temporis initio A impetus sit ut ipsum punctum A, sed procedente tempore crescat impetus uniformiter donec in ultimo puncto temporis B acquisitus sit impetus quicunque BI. Rursus sit tempus aliud AF, in cujus temporis initio A, impetus sit ut ipsum punctum A, sed procedente tempore crescat impetus uniformiter donec in temporis AF ultimo puncto F acquisitus sit impetus GK. Longitudo autem percursa tempore AB impetu uniformiter crescente sit DE. Dico longitudinem DE, esse ad longitudinem percursam tempore AF, ut tempus AB ductum in impetum BI, ad tempus AF, ductum in impetum FK.

Quoniam enim triangulum ABI est velocitas tota motû tempore AB donec acquiritur impetus BI, & triangulum AFK velocitas tota motû tempore AF impetu crescente donec acquiritur impetus FK, erit longitudo DE ad longitudinem acquisitam tempore AF impetu crescente à quiete in A, donec acquisitus sit impetus FK, ut triangulum ABI, ad triangulum AFK, hoc est in ratione temporis AB ad AF duplicata. Fiat ergo ut AB ad AF, ita DE ad DG, & rursus ut DE ad DG, ita DG ad DP, eritque longitudo percursa tempore AB, impetu crescente usque ad BI, ad longitudinem percursam tempore AF impetu crescente usque ad FK, ut triangulum ABI, ad triangulum AFK; Est autem triangulum ABI, factum ex tempore AB ducto in impetum crescentem usque ad BI, & triangulum AFK factum ex tempore AF, ducto in impetum crescentem usque ad FK quare longitudo DE percursa tempore AB impetu crescente usque ad BI, est ad longitudinem DP percursam tempore AF in impetum crescentem usque ad FK ut factum ex tempore AB in impetum suum ad factum ex tempore AF in impetum suum. Quod erat probandum.

Coroll. 1. In motu uniformiter accelerato longitudines percursæ sunt in ratione temporum duplicata. Nam ut longitudo DE ad DP, ita triangulum ABI ad triangulum AFK; sed ABI ad AFK duplicatam habet rationem

temporis

temporis A B ad Tempus A F, ergo D E ad D P habet etiam duplicatam rationem temporis A B ad Tempus A F.

Coroll. 2. Longitudines percursæ æqualibus temporibus deinceps ab initio motus sumptis, in motu uniformiter accelerato, sunt ut differentiæ numerorum quadratorum incipientium ab unitate, nimirum ut 3. 5. 7. &c. Nam si primo tempore percurratur longitudo ut 1. in duobus temporibus percurretur longitudo ut 4. quod est quadratum binarii, in tribus longitudo ut 9. quadratum ternarii, & sic deinceps, quorum quadratorum differentiæ sunt 3. 5. 7. &c.

Coroll. 3. In motu uniformiter accelerato, longitudo percursa est ad longitudinem eodem tempore, impetu autem quantus est ultimo tempore acquisitus uniformi percursam, ut triangulum ad Parallelogrammum, quorum altitudo & basis est communis. Cum enim (in eadem fig. prima) velocitate ut triangulum A B I percurratur longitudo D E, necesse est ut velocitate, ut parallelogrammum A I, percurratur longitudo dupla ipsius D E, propterea quod parallelogrammum A I duplum est trianguli A B I.

4. In motu à quiete ita accelerato ut impetus continuò crescant in ratione temporum consumptorum duplicata; erit quoque longitudo percursa uno tempore ad longitudinem alio tempore percursam, ut factum ex impetu in Tempus unius motus, ad factum ex impetu in Tempus alterius motus.

Sit enim (in Figura secunda) Tempus A B, in cujus temporis initio A, impetus sit ut ipsum punctum A, sed procedente tempore crescat impetus continuò in ratione temporum duplicatâ donec in ultimo puncto Temporis B acquisitus sit impetus B I, & in A B tempore, sumpto ubicunque puncto F, ordinatim applicetur impetus eo tempore acquisitus F K; Quoniam ergo F K ad B I supponitur habere rationem duplicatam ejus quam habet A F ad A B, habebit A F ad A B rationem subduplicatam ejus quam habet F K ad B I, & A B ad A F duplicatam ejus quam habet B I ad F K, & proinde erit punctum K in sinea Parabolica cujus Diameter est A B, & basis B I. & simili ratione in quocunque puncto temporis A B applicetur impetus eo tempore acquisitus, erit recta eum impetum designans in eadem parabolica A K I, quare impetus ductus in totum tempus A B erit parabola A K I B, quæ æqualis est parallelogrammo A M cujus unum quidem latus est A B tempus, alterum autem Impetus A L duæ tertiæ impetus B I. Est enim omnis parabola æqualis duabus tertiis paral-

parallelogrammi, altitudinem & basim habentis eandem. Tota ergo velocitas per A B, ut quæ fit ab impetu A L, in Tempus A B, erit parallelogrammum A M. Similiter si sumatur F N, quæ sit $\frac{2}{3}$ Impetus F K, compleatur que parallelogrammum F O, erit F O tota velocitas per tempus A F ut quæ fit ab impetu A O, sive F N uniformi ducto in tempus A F. Sit autem longitudo percursa tempore A B, velocitate A M, recta D E. Postremò supponatur longitudo percursa tempore A F velocitate A N esse D P. Dico, esse ut A M ad A N, sive ut parabola A K I B ad parabolam A F K; ita D E ad D P. Fiat ut A M ad F L, (hoc est, ut A B ad A F) ita D E ad D G. Jam ratio A M ad A N componitur ex rationibus A M ad F L, & F L ad A N. Sed ut A M ad F L, ita est (per constructionem) D E ad D G. & ut F L ad A N (quia tempus utrobique idem est, nempe A F) ita longitudo D G ad longitudinem D P. nam eodem tempore percursæ longitudines sunt ut velocitates; quare ex æquo ut A M ad A N, hoc est, ut impetus A L, ductus in tempus suum A B, ad impetum A O ductum in tempus suum A F, ita D E ad D P. Quod erat probandum.

Coroll. 1. Longitudines percursæ motu ita accelerato ut impetus continuo crescant in ratione temporum duplicata, sunt in ratione suorum temporum triplicata. Nam ut longitudo D E ad D P, ita est parallelogrammum A M ad parallelogrammum A N, & ita parabola A B I K, ad parabolam A F K. sed parabola A B I K est ad parabolam A F K, in ratione triplicata ejus rationis quam habet A B tempus ad A F tempus, quare etiam ratio D E ad D P est triplicata rationis A B ad A F.

Coroll. 2. Longitudines percursæ æqualibus temporibus deinceps ab initio sumptis in motu ita accelerato ut impetus sint in duplicata ratione temporum (sive in motu bis accelerato) sunt ut differentiæ numerorum cuborum incipientium ab unitate, hoc est ut 7. 19. 36. &c. nam si primo tempore longitudo ponatur 1. in fine secundi temporis erit longitudo 8. in fine tertii 27. in fine quarti 64. &c. qui sunt numeri cubi quorum differentiæ sunt 7. 19. 36. &c.

Coroll. 3. In motu uniformiter accelerato longitudo quælibet percursa est ad longitudinem eodem quidem tempore percursam sed impetu ubique quantus est ultimo acquisitus, est ut parabola ad parallelogrammum ejusdem altitudinis & basis, id est, ut 2. ad 3. nam parabola A B I K est impetus cres-

cens ductus in A B tempus, & parallelogrammum A I est impetus maximus & uniformis ductus in idem tempus A B, & proinde longitudines percursæ erunt ut parabola ad parallelogrammum, hoc est, ut 2. ad 3.

5. Si uellemus cæteros motus persequi ubi impetus crescunt in ratione temporum triplicata, quadruplicata, quintuplicata, &c. exiret labor in infinitum non necessarius. Nam qua methodo longitudines percursas impetu simpliciter, & dupliciter crescente computavimus, poterit quis eadem methodo longitudines percursas impetu crescente tripliciter, quadrupliciter, & quotupliciter velit computare.

Inveniet autem, ubi impetus crescunt in ratione temporum triplicata, totam velocitatem designari per parabolastrum primum, & longitudines percursas esse in ratione temporum quadruplicata. Et ubi impetus crescunt in ratione temporum quadruplicata, totam velocitatem designari per Parabolastrum secundum, & longitudines percursas esse in ratione temporum quintuplicata, & sic in infinitum.

6. Si duo mobilia uniformiter lata percurrunt duas longitudines utrumque suo impetu & tempore, erunt longitudines percursæ in ratione compositâ ex rationibus Temporis ad Tempus & impetûs ad impetum directè sumptis.

Sint enim (in Figura tertia) duo mobilia, quorum alterum moveatur Tempore A B, Impetu A C, alterum Tempore A D, impetu A E. Dico longitudines percursas esse inter se in ratione compositâ ex rationibus A B ad A D, & A C ad A E. Percurrat enim mobile Tempore A B, impetu A C, longitudinem quamcunque Z. Mobile vero aliud Tempore A D Impetu A E longitudinem X. Et compleantur parallelogramma A F, A G. Quoniam ergo (per art. 2.) Z ad X est ut impetus A C ductus in tempus A B, ad Impetum A E ductum in tempus A D, hoc est, ut A F ad A G, Componetur ratio Z ad X ex iisdem rationibus ex quibus componitur ratio A F ad A G. Sed ratio A F ad A G componitur ex rationibus A B lateris ad A D latus, & A C lateris ad A E latus (ut constat in Elementis Euclidis) hoc est ex rationibus A B temporis ad A D tempus, & A C Impetûs ad A E impetum, quare & ratio Z ad X componitur ex rationibus A B Temporis ad A D Tempus, & A C Impetûs ad A E impetum. Quod erat demonstrandum.

Coroll. 1. In motu uniformi duorum mobilium si Tempora & impetus sint reciprocè proportionalia, erunt longitudines percursæ

percursæ æquales. Siquidem enim (in eadem figura tertia) esset ut A B ad A D ita reciprocè A E ad A C. Componeretur ratio A F ad A G ex rationibus A B ad A D, & A C ad A E, hoc est ex rationibus A B ad A D, & A D ad A B, essent ergo A F ad A G ut A B ad A B hoc est æqualia, & proinde factum utrobique ex impetu in Tempus æquale, & per consequens Z & X essent æquales.

Coroll. 2. Si duo mobilia ferantur eodem tempore diverso Impetu, erunt longitudines percursæ ut Impetus ad impetum. Nam si Tempus utrobique sit A D, impetus autem diversi A E, A C. erit ratio A G ad D C composita ex rationibus A E ad A C, & A D ad A D, hoc est ex rationibus A E ad A C, & A C ad A C, & proinde erit ratio A G ad A C, id est ratio longitudinis percursæ ad longitudinem percursam ut A E ad A C, hoc est ut impetus ad impetum. Similiter si duo mobilia ferantur uniformiter utrumque eodem impetu, sed in temporibus diversis, erit ratio longitudinum percursarum, ut Tempora. Nam si impetus utrobique sit A C, tempora diversa A B, A D, Componetur ratio A F ad D C, ex rationibus A B ad A D, & A C ad A C, hoc est ex rationibus A B ad A D, & A D ad A D; idcoque ratio A F ad D C, hoc est longitudinis percursæ ad longitudinem percursam erit eadem quæ A B ad A D, hoc est Temporis ad Tempus.

7. Si duo mobilia motu uniformi percurrant duas longitudines, tempora lationum erunt inter se in ratione composita ex rationibus longitudinis ad longitudinem, & impetus ad impetum reciprocè sumptis.

Sint enim (in eadem figurâ tertia) duæ longitudines datæ Z & X, quarum altera percursa sit Impetu A C, altera impetu A E. Dico Tempora lationum esse in ratione composita ex ratione Z ad X & ex ratione A E (quo impetu fit X) ad A C (qui est impetus quo percursa est Z.)

Quoniam enim A F est productum ex ductu impetus A C in Tempus A B, erit Tempus lationis per Z longitudo quæ oritur ex applicatione Parallelogrammi A F ad rectam A C, est autem ea longitudo A B, quare ipsa A B est Tempus lationis per Z; similiter quia A G est productum ex ductu impetus A E in Tempus A D, erit Tempus lationis per X longitudo quæ oritur ex applicatione A G ad rectam A D, ea verò longitudo est A D, quare A D est Tempus lationis per X. Sed A B est ad A D in ratione composita ex rationibus A F parallelogrammi ad A G parallelogrammum, & A E impetûs ad A C impetum. Quod sic ostendi-

tur,

tur. Ponantur ordine A F, AG, DC; Parallelogramma eritque manifestum rationem A F ad D C compositam esse ex rationibus A F ad A G; & A G ad D C, Sed A F est ad D C, ut A B ad A D; quare etiam ratio A B ad A D componitur ex rationibus A F ad A G, & A G ad D C. Et quia ut A F ad A G ita est Z ad X, & ut A G ad D C, ita impetus A E ad impetum A C, erit ratio A B ad A D composita ex rationibus longitudinis Z ad longitudinem X, & impetûs A E ad impetum A C, quod erat ostendendum.

Eadem ratione probari potest quod in duabus lationibus uniformibus impetus sunt in ratione compositâ ex rationibus longitudinis percursæ ad longitudinem percursam, & Temporis ad Tempus reciprocè sumptis.

Nam si (in eadem fig. tertia.) supponamus A C esse Tempus, & A B impetum quibus percurritur Z, & A E esse Tempus, & A D impetum quibus percurritur X, proceder demonstratio ut in articulo præcedente.

8. Si mobile feratur à duobus simul moventibus, quorum utrunque movetur motu recto uniformi, in dato quolibet angulo concurrentibus, linea quam mobile percurrit erit recta.

Sit enim (in fig. quarta) movens rectâ uniformiter A B, quod moveatur donec veniat ad locum C D, sit autem & aliud movens rectâ item & uniformiter A C, faciens cum movente A B angulum datum quemcunque C A B, intelligaturque moveri eodem tempore ad D B. Sit autem mobile positum in puncto concursûs A. Dico lineam quæ describitur à mobili esse rectam. Compleatur enim Parallelogrãmum ABDC, cujus diagonalis sit A D recta, & in recta A B, Sumatur quodlibet punctum E, à quo ducatur E F, rectis A C, B D parallela, secans A D in G, & per G ducatur H I, rectis A B, C D, parallela. Sitque mensura temporis sumpta A C. Quoniam ergo vterque motus eodem fit tempore, quando A B est in C D, erit quoque mobile in C D. Etiam quando A C est in B D, erit mobile in B D. Sed A B est in C D, eodem tempore quo A C est in B D; est ergo mobile eodem tempore in C D & B D; est ergo in communi puncto D. Rursus quoniam motus ab A C ad B D est uniformis, hoc est spatia percursa sunt in ratione temporum in quibus sunt percursa, quando A C est in E F, ratio A B ad A E erit eadem quæ E F ad E G, id est temporis A C ad Tempus A H; quo tempore igitur A I est in E F eodem tempore erit A B in H I, erit ergo mobile eodem tempore in E F & H I, & proinde in puncto G. Eodem modo

fiet vbiunque inter A & B ponatur punctum E. Itaque mobile semper invenietur in diagonali A D. Quod erat demonstrandum.

Coroll. Manifestum hinc est eandem rectam A D, percurri quanquam motus non sit uniformis modò uterque motus similiter acceleratus sit; semper enim erit ratio A B ad A E, eadem quæ A C ad A H.

9. Si mobile feratur à duobus simul moventibus in dato quolibet angulo concurrentibus, quorum alterum movetur uniformiter, alterum motu à quiete uniformiter accelerato (hoc est ut impetus sint in ratione temporum) id est ut ratio longitudinum, sit rationis temporum duplicata donec impetum acquisierit acceleratione impetui motus uniformis æqualem, linea in qua fertur mobile erit linea curva semiparabolæ, cujus basis est impetus ultimò acquisitus.

Sit enim (in fig. quinta), recta A B, quæ moveri intelligatur motu uniformi ad C D, sit autem & aliud movens rectâ, nempe A C, quod moveri intelligatur eodem tempore ad B D, sed motu uniformiter accelerato, id est, ut spatia transcursa sint perpetuo in ratione temporum duplicata, donec impetus acquisitus sit B D æqualis rectæ A C, fiatque semiparabola A D. Dico per concursum amborum simul moventium fieri ut mobile percurrat curvam semiparabolicam A D. Compleatur Parallelogrammum A B D C, & in recta A B sumatur quodlibet punctum E, à quo puncto ducatur E F, secans curvam in G, & per punctum G ducatur H I, rectis A B, C D Parallela. Quoniam ergo ratio A B ad A E, per hypothesim duplicata est rationis E F ad E G, hoc est, temporis A C ad Tempus A H, quando A C est in E F, erit A B in H I; Ideoque mobile erit in communi puncto G. Similiter accidet ubicunque fuerit punctum E, sumptum inter A & B. Et proinde mobile invenietur semper in parabolica A G D, quod erat demonstrandum.

10 Si mobile feratur à duobus simul moventibus in dato quolibet angulo concurrentibus quorum alterum movetur uniformiter, alterum à quiete donec impetum acquisierit impetui motûs uniformis æqualem ita acceleratur ut ratio longitudinum percursarum sit ubique rationis temporum in quibus percurruntur triplicata, linea in qua fertur mobile erit curva semiparabolastri ex mediis duabus primi, cujus basis est impetus ultimò acquisitus.

Sit enim (in fig. sexta.) recta A B, quæ moveatur uniformi-

ter ad C D, sit autem & aliud movens A C, quod eodem tempore movetur ad B D motu ita accelerato ut longitudinum percursarum ratio, rationis temporum sit ubique triplicata, impetus autem ultimò acquisitus sit B D æqualis rectæ A C. Fiatque curva semiparabolastri ex duabus mediis primi A D. Dico per concursum amborum simul moventium fieri ut mobile percurrat curvam illam A D. Compleatur parallelogrammum A B D C, & in recta A B sumatur punctum quodlibet E, à quo puncto ducatur E F, secans curvam in G, & per punctum G ducatur H I rectis A B, C D parallela. Quoniam igitur ratio A B ad A E (per hypothesim) est triplicata rationis E F ad E G, hoc est temporis A C ad Tempus A H. quando A C est in E F, erit A B in H I, quare mobile erit in communi puncto G. Atque idem demonstratur ubicunque (inter A & B) sumatur punctum E. Et per consequens semper erit mobile in curva A G D. Quod erat demonstrandum.

11. Eadem methodo ostendi potest, quæ linea sit quam percurrat mobile actum à duobus moventibus per concursum quibuscunque, quorum quidem unum moveatur uniformiter, alterum autem acceleratè, sed secundum rationes spatiorum & temporum numeris explicabiles, quales sunt rationes duplicata, triplicata, & sic deinceps, vel quales sunt quæ quocunque numero fracto designari possunt. Regula autem est hujusmodi.

Numeri duo, longitudinis, & temporis, simul addantur, horum summa sit fractionis denominator, cujus numerator sit numerus longitudinis. Fractionem hanc quære in Tabella articuli tertii Cap. 17. eritque linea quæsita, ea quæ pertinet ad Trilineum à sinistra ascriptum, & speciem ejus quæ supra ipsam fractionem numeratur. Exempli causa. Sit Concursus duorum moventium quorum alterum movetur uniformiter, alterum motu ita accelerato, ut spatia sint ad Tempora in ratione 5. ad 3. Fiat fractio cujus denominator est summa ex 5 & 3. numerator autem 5. Est igitur fractio illa $\frac{5}{8}$; adi Tabellam, invenies $\frac{5}{8}$ in ordine cui ascribitur Trilineum ex mediis quatuor, & in eo ordine tertium. Itaque linea quæ percurritur ab hujusmodi moventium concursu erit linea curva parabolastri ex mediis quatuor tertii.

12. Si motus fiat per concursum moventis uniformiter, & moventis motu ut cunque accelerato, Movens uniformiter minus

nus promovebit mobile in singulis spatiis parallelis, quam si uterque motus esset uniformis, & eo minus quo motus magis est acceleratus.

Sit enim (in Fig. 7.) mobile positum in A, quod moveatur à duobus moventibus, altero quidem uniformiter moto ab A B rectâ ad C D rectam sibi parallelam; altera autem utcunque acceleratè moto à recta A C ad D B rectam sibi parallelam, & sumatur in Parallelogrammo A B D C spatium inter duas quaslibet parallelas E F, G H. Dico, quod dum movens A C, permeat latitudinem quæ est inter E F, G H, minus promoveri mobile ab A B versus C D, quam si motus ab A C ad B D fuisset uniformis.

Supponamus enim quod quo tempore mobile virtute moventis ab A C versus B D descendit ad parallelam E F, eodem tempore idem mobile virtute moventis ab A B ad C D, perveniat ad punctum in E F quodcunque F; ducatur recta A F, & producatur indeterminatè, secans G H in H. Quoniam ergo est ut A E ad A G ita E F ad G H; si modo A C descenderet versus B D uniformiter, mobile in tempore G H (facimus enim A C & parallelas ejus mensuram temporis) invenirètur in puncto H. Sed quoniam A C, supponitur moveri versus B D motu semper accelerato, id est in ratione spatii ad spatium majore quam Temporis ad Tempus, erit mobile tempore G H in parallela aliqua ulteriore puta inter G H & B D; sit ergo mobile ad finem temporis G H in parallela I K, sumaturque in I K recta I L, ipsi G H æqualis; ergo mobile cum est in parallela I K erit in puncto L. Quare mobile cum erat in parallela G H, erat in puncto aliquo inter G & H; puta in M, erat autem quando uterque motus erat uniformis in ipso puncto H. Itaque dum movens A C percurrit latitudinem quæ est inter E F, G H minus promovetur mobile ab A B versus C D, quam si uterque motus esset uniformis, Quod erat demonstrandum.

13. Data longitudine percursâ dato tempore motu uniformi, longitudinem invenire quæ percurretur eodem tempore motu uniformiter accelerato, id est, ita ut longitudines percursæ sint ubique in ratione temporum duplicatâ, & impetus ultimo acquisitus æqualis sit Tempori.

Sit (in figura 8.) longitudo A B percursa motu uniformi, tempore A C, oportet longitudinem aliam invenire quæ percurratur motu uniformiter accelerato, eodem tempore, ita ut

ut impetus ultimò acquisitus æqualis sit rectæ AC.

Compleatur parallelogrammum ABDC, & dividatur BD bifariam in E, & inter BE, BD sumatur media proportionalis BF, ductaque AF producatur ad occursum CD productæ in G, compleaturque parallelogrammum ACGH. Dico AH esse longitudinem quæsitam.

Fiat enim ut ratio duplicata ad rationem simplicem, ita AH ad aliam AI, eritque AI semissis AH, ducaturque IK parallela rectæ AC, secans diagonalem AD in K, & rectam AG in L. Quoniam ergo AI est semissis AH, erit quoque IL semissis BD, id est æqualis BE, & IK æqualis BF. Cum enim BD (id est GH) BF, BE (id est IL) sint continuè proportionales, erunt quoque AH, AB, AI, continuè proportionales, sed ut AH ad AI, hoc est, ut AH ad AB ita BD ad IK, & ita etiam GH (id est BD) ad BF, sunt ergo BE, IK æquales. Jam ratio AH ad AI duplicata est rationis AB ad AI, hoc est rationis BD ad IK, sive GH ad IK, erit ergo punctum K in parabola cujus diameter est AH, basis autem GH æqualis AC. Quare mobile procedens à quiete in A, motu uniformiter accelerato tempore AC, longitudine percursa AH acquiret impetum GH æqualem Tempori AC, id est, impetum quo mobile percurret tempore AC ipsam longitudinem AC. Data ergo longitudine, *&c.* quod erat propositum.

14. Datâ longitudine dato tempore motu uniformi percursâ, longitudinem invenire quæ percurretur eodem tempore motu ita accelerato ut longitudines percursæ, ubique sint in ratione temporum triplicatâ, utque impetus ultimò acquisitus æqualis sit dato tempori.

Sit (in Fig. 9.) data longitudo AB percursa motu uniformi tempore AC. Invenienda autem est longitudo quæ eodem tempore percurratur sed motu ita accelerato ut longitudines percursæ ubique sint in ratione temporum in quibus percurruntur, triplicatâ, & impetus ultimò acquisitus sit tempori quod datum est æqualis.

Compleatur parallelogrammum ABDC, & dividatur BD in E, ita ut BE sit pars tertia totius BD, & inter BD, BE sumatur media proportionalis BF, ducta autem AF producatur ad occursum rectæ CD in G, & compleatur Parallelogrammum ACGH. Dico AH esse longitudinem quæsitam.

Fiat enim ut ratio triplicata ad rationem simplicem, ita AH ad aliam AI, eritque AI tertia pars totius AH; ducatur IK parallela rectæ AC secans diagonalem AD in K, & rectam AG

AG in L; fiat deinde ut AB ad AI, ita AI ad aliam AN. Et à puncto N ducatur NO parallela AC secans AG, AD, & productam FK, in P, M, O. Postremo ducantur EO, LM æquales & parallelæ rectis BN, IN. His constructis erunt AH, AB, AI, AN. Longitudines percursæ continuè proportionales. Similiter tempora GH, BF, IL, & NP, hoc est NQ, NO, NM, NP, erunt continuè proportionalia, in eadem ratione in qua sunt AH, AB, AI, AN. Est ergo ratio AH ad AN eadem quæ ratio BD, id est NQ, ad NP, & ratio NQ ad NP triplicata rationis NQ ad NO, hoc est triplicata rationis BD ad IK; quare ratio longitudinis AH ad longitudinem AN triplicata est rationis temporis BD ad tempus IK; quare curva trilinei ex duabus mediis primi, cujus diameter est AH, & basis GH æqualis AC, transibit per punctum O; & proinde percurretur AH tempore AC, habebitque impetum ultimò acquisitum GH æqualem AC, & rationem longitudinum quibuslibet temporibus acquisitarum, rationis ipsorum temporum triplicatam. Erit ergo AH longitudo quam oportebat invenire.

Eadem methodo, si detur longitudo quolibet dato tempore motu uniformi percursa, inveniri potest longitudo eodem tempore percursa motu accelerato secundum rationem longitudinum rationis temporum quadruplicatam, quintuplicatam, & sic deinceps in infinitum. Nam si BD dividatur in E, ita ut BD sit ad BE, ut 4. ad 1. & inter BD, BE sumatur media FB, & fiat ut AH ad AB ita AB ad tertiam, & rursus, ita tertia illa, ad quartam, & quarta ad quintam AN, ita ut ratio AH ad AN sit quadruplicata rationis AH ad AB; & completo parallelogrammo NBFO, transibit per O trilineum ex mediis tribus primum, & proinde mobile acquiret impetum GH æqualem AC, in ipso tempore AC, & sic de cæteris.

15. Etiam si ratio longitudinum percursarum, ad rationem temporum sit ut numerus quilibet ad numerum quemlibet, longitudo eo motu & tempore percursa eadem methodo invenietur.

Sit enim (in Figurâ 10.) tempus AC, in quo mobile A perveniat motu uniformi ad B, & completo Parallelogrammo ABDC, invenienda est longitudo quam mobile ab A eodem tempore AC, percurrat motu ita accelerato, ut longitudines percursæ ubique sint in ratione temporum sesquialtera, hoc est ut 3. ad 2.

Dividatur BD in E, ita ut BD sit ad BE ut 3. ad 2., & inter

inter B D, B E, sumatur media B F, ductaque A F producatur ad occursum C D in G, & sumpta inter A H, A B media A M, fiat ut A M ad A B, ita A B ad A I, eritque ratio A H ad A I sesquialtera rationis A H ad A B (nam quarum rationum A H ad A M est una, ratio A H ad A B est duæ, & ratio A H ad A I tres) & proinde etiam sesquialtera rationis G H ad B F, & (ductâ F K parallelâ B I secante A B in K) sesquialtera rationis G H seu B D ad I K. Sunt ergo longitudines A H, A I in ratione, quæ est ad rationem temporum B D, I K ut 3. ad 2. & proinde si mobile tempore A C, ita ut propositum est, acceleretur donec acquisierit impetum H G, æqualem A C, erit longitudo eodem tempore percursa A H.

16. Quod si ratio longitudinum rationis temporum fuisset ut 4. ad 3. sumendæ essent inter A H, A B duæ mediæ proportionales, & earum ratio continuanda esset una vice ulterius ita ut A H ad A B haberet tres rationes quarum A H ad A I haberet quatuor, cætera autem peragenda essent ut antè. Modus autem medias quaslibet inter datas lineas interponendi nondum traditus est. Hoc tamen in universum pronunciari potest. *Si detur tempus, & longitudo eo tempore, motu uniformi, percursa, verbi gratia A C tempus, A B longitudo, recta A G determinans longitudinem C G vel A H percursam eodem tempore A C motu accelerato quocunque, secabit B D ita in F ut B F sit media proportionalis inter B D, & partem ejus B E. ita sumptam ut ratio longitudinis ad longitudinem sit ubique ad rationem temporis ad tempus ut B D tota, ad B E partem.*

17. Si tempore dato mobile percurrat duas longitudines, alteram motu uniformi, alteram motu accelerato in quacunque ratione longitudinum ad tempora, & rursus in parte illius temporis iisdem motibus percurrat partes earundem longitudinum, erit excessus longitudinis totius supra totum, in eadem ratione cum excessu partis supra partem.

Sit exempli causa (in figura 8.) longitudo A B percursa tempore A C motu uniformi, & eodem tempore A H percursa motu uniformiter accelerato, ita ut impetus ultimò acquisitus sit G H æqualis A C, sumatur autem in A H pars quælibet A I, quæ percurratur in parte temporis A C motu uniformi; sumatur & alia pars A B, quæ percurratur in eadem temporis A C parte. Dico esse ut A H ad A B, ita A B ad A I. Ducatur I K parallela A C secans A D in K, compleaturque Parallelogrammum A I K M; divisâ autem I K bifariam in N, inter I N, I K sumatur media proportionalis I L, eritque ducta A L

A L in ipsâ rectâ A G (dividuntur enim I K, B F, in punctis E, F, & N, L, in easdem rationes.) Quare producta A L ad occursum M K productæ incidet in eam ad punctum F, & divisa A B bifariam in O, erit ut I K ad I N, ita A B ad A O. Quoniam ergo I L media est inter I K, I N, erit quoque A I media inter A B & A O ejus semissem. Est autem A B media inter A H & ejus semissem A I. Quare ut A H ad A B mediam inter A H, A I, ita est A B ad A I mediam inter A B, A O; & proinde ita excessus A H supra A B, (qui est B H) ad B I excessum A B supra A I, quod erat, &c. Simili demonstratione probari potest idem hoc Theorema, in quacunque alia accelerationum ratione numeris quidem explicabili.

18. In quolibet Parallelogrammo si duo latera angulum continentia eodem tempore moveantur ad latera sibi opposita; alterum quidem motu uniformi, alterum autem motu uniformiter accelerato; latus quod movetur motu uniformi, concursu suo per totam longitudinem suam, tantundem efficit, quantum efficeret si alter etiam motus esset uniformis, longitudo vero eodem tempore percursa, media proportionalis inter totam & dimidiam.

Sit (in fig. 11.) Parallelogrammum A B D C; intelligatur autem latus A B moveri motu uniformi donec jaceat in C D Sitque Tempus illius motus A C, sive B D. Eodem etiam tempore intelligatur moveri A C motu uniformiter accelerato donec jaceat in B D. Deinde divisâ A B bifariam in E, sumatur inter A B & A E media proportionalis A F, & ducta F G parallela ipsi A C, intelligatur idem latus A C, & eodem tempore, moveri motu uniformi donec jaceat in F G. Dico A B totam, tantum conferre ad velocitatem mobilis positi in A, quando motus A C est uniformiter acceleratus usque ad B D, quantum confert pars A F, quando motus lateris A C est uniformis eodem tempore usque ad F G.

Quoniam enim A F est media proportionalis inter totam A B, & semissem A E, erit impetus motûs ab A C ad B D acceleratione uniformi ultimò acquisitus (per art. 13.) ipsa B D; & proinde recta F B; est excessus quo longitudo ab A C percursa motu uniformiter accelerato superat longitudinem percursam ab eodem A C, eodem tempore, motu uniformi, cum impetu ubique ipsi B D æquali. Quare si tota A B moveatur uniformiter ad C D, eodem tempore quo A C movetur uniformiter

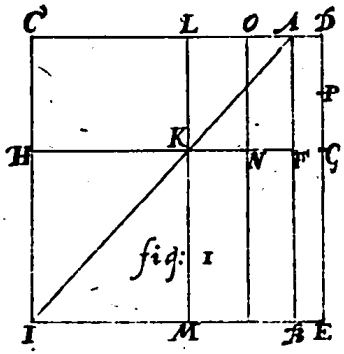
formiter ad F G, pars F B, cum non concurrat cum motu lateris A C quod supponitur consistere in F G, motui ejus nihil conferet. Rursus supposito quod latus A C moveatur ad B D motu uniformiter accelerato, latus A B motu suo uniformi ad C D minus promovet mobile in singulis parallelis acceleratum, quam non acceleratum, & tanto minus quanto major est acceleratio (ut ostensum est art. 12.) Itaque quando A C est in F G, per motum acceleratum, mobile non erit in latere C D ad punctum G, sed ad punctum D, ita ut G D sit excessus quo longitudo facta motu accelerato ad B D superat longitudinem factam motu uniformi ad F G. Effugit ergo mobile acceleratione sua actionem partis A F, ita ut perveniat ad latus C D tempore quidem A C, sed in longitudine C D quæ est longitudini A B æqualis. Quare tempore A C motus uniformis ab A B ad C D, in longitudine tota A B non plus agit in mobile uniformiter acceleratum ab A C ad D B, quam si esset AC mota eodé tempore motu uniformi ad FG; differentia in eo solo consistit, quod cùm A B agit in mobile uniformiter motum ab A C ad F G, id quo motus acceleratus superat uniformem, totum simul est in F B vel G D; sed quando eadem A B agit in mobile acceleratum, id quo motus acceleratus superat uniformem, dispergitur per totam longitudinem A B sive C D, sed tamen ut totum collectum æquale sit eidem F B sive G D. Itaque in quolibet parallelogrammo &c. Quoderat demonstrandum.

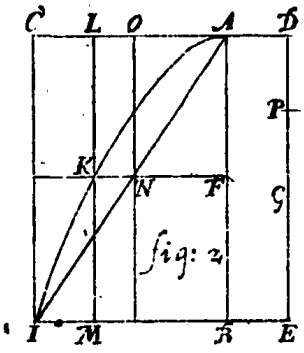
19. Eadem methodo si longitudines percursæ habeant aliam quamcunque ad tempora sua rationem numeris explicabilem, & latus A B divisum sit in E, ita ut A B sit ad A E, ut ratio longitudinum ubique percursarum, ad rationem temporum quibus percurruntur, sumaturque inter A B & A E media proportionalis A F, ostendi potest, latus quod movetur motu uniformi, concursu suo per totam longitudinem A B tantundem efficere quantum efficeret si alter etiam motus uniformis esset, longitudo vero eodem tempore A C percursa esset media illa A F.

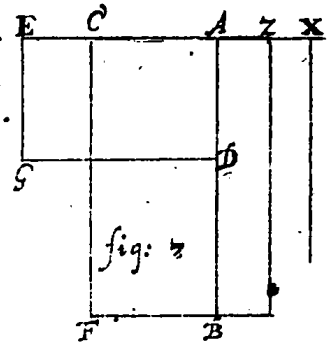
Atque hactenus de motu per concursum.

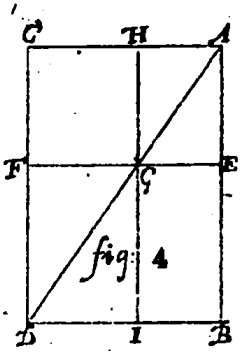
Cap.

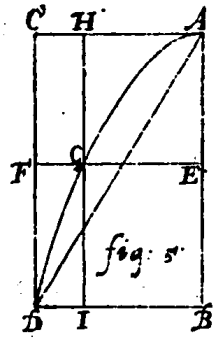
AD CAP. XVI

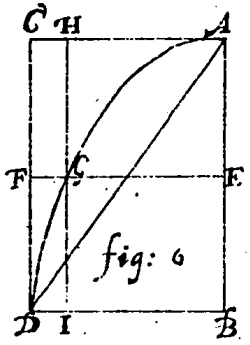

C L O A D
P
H K N F G
fig: 1
I M B E

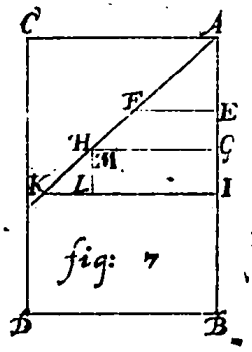

C L O A D
P
K N F
G
fig: 2
I M B E

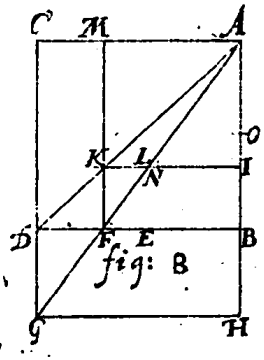

E C A Z X
G D
fig: 3
F B

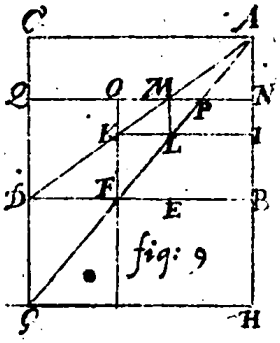

C H A
F G E
fig: 4
D I B

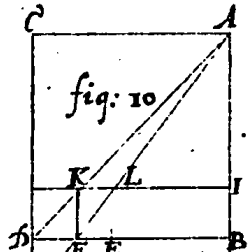

C H A
F G E
fig: 5
D I B

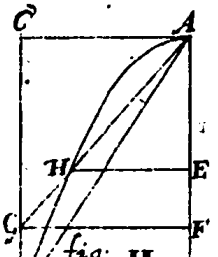

C H A
F G E
fig: 6
D I B


C A
F E
H G
M
K L I
fig: 7
D B


C M A
O
K L N I
D F E B
fig: 8
G H


C A
Q O M N
P
K I
L
D F B
E
fig: 9
G H


C A
fig: 10
K L I
D E F B


C A
H E
G F
fig: 11

Caput XVII.

De Figuris Deficientibus.

1. Figuræ Deficientis, Completæ, Complementi, Rationum proportionalium & commensurabilium Definitiones. 2. Figuræ deficientis ad complementum suum ratio. 3. Figurarum deficientium in Parallelogrammo descriptarum ad complementa sua rationes, in tabella expositæ. 4. Earundem figurarum descriptio & productio. 5. Earundem Tactio. 6. In qua ratione eædem figuræ excedunt triangulum rectilineum ejusdem altitudinis & basis. 7. Figurarum deficientium solidarum in cylindro descriptarum Tabella. 8. In qua ratione eædem figuræ excedunt Conum ejusdem altitudinis & basis. 9. Figura plana deficiens in Parallelogrammo quomodo ita describatur, ut sit ad triangulum ejusdem basis & altitudinis, ut alia deficiens (sive plana sive solida) bis sumpta, ad eam ipsam deficientem una cum figura completa in qua describitur. 10. Translatio proprietatum quarundam quas habent dictæ figuræ descriptæ in Parallelogrammo, ad rationes spatiorum variis gradibus velocitatis transmissorum. 11. De figuris deficientibus descriptis in circulo. 12. Propositionis demonstratæ, Art. 2. confirmatio quædam ex Philosophia prima. 13. De æqualitate inter superficiem portionis Sphæræ, & circulum. 14. Quomodo ex descriptis Figuris deficientibus in Parallelogrammo, interjici possunt inter duas lineas rectas quotlibet mediæ proportionales.

1. *Figuras deficientes eas appello quas generari posse intelligimus à quantitate aliquâ uniformiter motâ, simulque decrescente donec tota evanescat.*

Figuram completam deficienti respondentem illam appello, quæ ab eadem quantitate semper integrâ, eodem tempore generatur quo generatur deficiens.

Figuræ deficientis complementum illa figura est quæ deficienti additâ ipsam completam facit.

Rationes proportionales, sunt quatuor rationes, quarum prima est ad secundam, ut tertia ad quartam.

Exempli gratia, si prima ratio sit rationis secundæ duplicata, & rursus ratio tertia rationis quartæ duplicata, dicentur illæ rationes proportionales.

Rationes autem commensurabiles sunt quæ habent inter se rationem quam habet numerus ad numerum; ut si rationis datæ ratio una quidem duplicata sit, alia verò triplicata, erit duplicata ad triplicatam ut 2. ad 3; ad datam vero ut 2. ad 1. & propterea tres illas rationes appello commensurabiles.

2. Figura deficiens facta à quantitate continuò decrescente donec evanescat, secundum rationes ubique proportionales & commensurabiles, est ad complementum suum, ut ratio totius altitudinis, ad altitudinem quolibet tempore diminutam, ad rationem quantitatis integræ quæ figuram describit, ad eandem tempore eodem diminutam.

Sit quantitas A B (in fig. primâ) quæ mota per altitudinem A C describat figuram A D completam; eadem vero decrescens donec in puncto C tota evanescat describat figuram deficientem A B E F C, cujus complementum erit figura B D C F E; intelligaturque motum esse A B donec jaceat in G K, ut altitudo diminuta sit G C; atque A B diminuta, sit G E, sitque ratio A C totius altitudinis, ad G C altitudinem diminutam, rationis A B sive G K quantitatis integræ ad G E quantitatem diminutam, verbi gratia, triplicata. Similiter sumatur H I æqualis G E, quæ diminuta fiat H F; sitque ratio G C ad H C rationis H I ad H F triplicata, & sic perpetuò fiat & in omni parte rectæ A C possibili; ducaturque linea per B, E, F, C, &c. Dico figuram deficientem A B E F C esse complementi sui B D C E F triplam, sive ut ratio quæ est inter A C, G C ad rationem quæ est inter A B sive G K & G E.

Ducatur enim C B secans G K in L, & per L ducatur M N parallela rectæ A C; erunt ergo parallelogramma G M, L D æqualia. Dividatur jam L K in tres partes æquales, nimirum ut totupla sit partis unius, quotupla est ratio inter A C, G C, sive inter G K, G L, rationis quæ est inter G K, G E. Erit itaque L K ad unam ex illis tribus partibus, ut ratio Arithmetica quæ est inter G K, G L, ad rationem Arithmeticam quæ est inter G K & G E, sive G K multatam E K tertiâ parte rectæ L K. Quoniam autem altitudo A G vel M L supponenda est ob decrescentiam continuam minor omni quantitate data, etiam L K (intercepta inter C B diagonalem, & latus B D) erit omni data quantitate minor; & proinde differentia inter A B, G L, omni etiam data quantitate minor.

Quare (per Coroll. artic.27. cap.13.) mediæ inter A B. (sive G K) & G L Arithmeticæ, a mediis inter easdem G K, G L Geometricis, non different; est ergo ratio inter A C, G C, rationis inter G K, G E triplicata in ratione Arithmetica; quare ipsa E K est tertia pars ipsius L K, & proinde si ducatur E O rectæ B D parallela, erit spatium E D tertia pars spatii L D, hoc est tertia pars spatii A L, est ergo spatium A L triplum spatii E D. Et quoniam (ut diximus) latitudo utriusque spatii est indivisibilis, spatium L B (per cap.13.coroll. art.28.) erit punctum. Itaque quod in prima parte motûs fit (nempe A L) triplum est E D, nempe ejus quod eodem tempore infectum relinquitur. Rursus intelligatur motum esse G E donec jaceat in H I, simulque diminuta, fiat H F; sitque ratio quæ est inter G C & C H, rationis quæ est inter H I, & H F, sicut ante, triplicata, (supponimus enim rationes eas semper esse proportionales), fiatque ut G C ad H C ita G E vel H I ad H P (quod fit ducendo diagonalem C E quæ secabit H I in P), ducaturque F Q parallela rectæ A C. Eadem qua antè methodo demonstrari potest spatium G P triplum esse spatii F O, & sic de cæteris spatiis ad eundem modum generatis. Itaque linea quæ fit ex spatiis L B, P E, &c. quæ in totidem abeunt puncta quot sunt indivisibilia spatia ex quibus figura tota componitur, constituent lineam quandam qualis est B E F C, quæ dividet figuram completam A D in duas partes, quarum altera A B E F C quam appellavimus figuram deficientem, tripla est alteriûs, nempe B D C F E quam appellavimus complementum ejus. Erat autem ratio inter Altitudines, rationis inter quantitates decrescentes ubique triplicata. Eodem modo si esset ratio altitudinum ubique rationis quantitatum decrescentiû quadruplicata, ostenderetur quoque figuram deficientem esse complementi sui quadruplam; & sic secundum quaslibet allas rationum comparationes. Quare figura deficiens facta à quantitate continuò decrescente donec tota evanescat, &c. quod erat demonstrandum.

3. Per hanc propositionem comparari possunt figuræ omnes deficientes (quarum rationes quibus continuò decrescunt bases, sunt proportionales rationibus quibus decrescunt altitudines) cum magnitudinibus suorum complementorum, & per consequens cum magnitudinibus figurarum completarum. Invenientur autem ita se habere ut in tabulis sequentibus, ubi primò cum parallelogrammo comparantur trilinea, quorum primum est triangulum rectilineum quod fit ex base linea recta

recta decrescente ita ut altitudines sint semper in eadem ratione qua bases; ideoque æquale est triangulum rectilineum suo complemento, sive rationes altitudinum & basium sunt ut 1 ad 1, unde fit ut triangulum illud sit parallelogrammi dimidium. Secundum est trilineum quod fit à decrescente base in ratione altitudinum ubique subduplicata, & proinde erit figura deficiens sui complementi dupla, parallelogrammi autem subsesquialtera. Deinde ratio altitudinum rationis basium potest esse triplicata, & tunc figura deficiens erit complementi sui tripla, parallelogrammi vero subsequitertia. Potest etiam ratio altitudinum rationis basium esse sesquialtera, & tunc figura deficiens erit complementi sui sesquialtera, parallelogrammi vero subdupla subsesquialtera sive $\frac{2}{5}$; & sic ulterius, ut in tabula proxima sequente, prout plures mediæ sumuntur proportionales, id est, prout rationes multiplicantur. Exempli causa, si bases decrescant ita ut ratio altitudinum ubique sit ad rationem basium ut 5. ad 2., quæritur quænam sit ratio figuræ factæ ad parallelogrammum, quod ponitur esse unum; quoniam ubi ratio quinquies sumitur quatuor sunt media, vide trilinea ex mediis quatuor; deinde (propter numerum 2.) vide in parte superna ordinem secundum, in concursu habetur $\frac{5}{7}$ quod indicat figuram deficientem esse ad Parallelogrammum ut $\frac{5}{7}$ ad 1, sive ut 5. ad 7.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
Parallelogrammum	1						
Triang. Rectilineum	$\frac{1}{2}$						
Trilineum ex media una . . .	$\frac{2}{3}$						
Trilineum ex duabus mediis	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{5}$					
Trilineum ex mediis tribus . .	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{4}{7}$				
Trilineum ex mediis quatuor	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{9}$			
Trilineum ex mediis quinque	$\frac{6}{7}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{6}{11}$		
Trilineum ex mediis sex . . .	$\frac{7}{8}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{7}{11}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{7}{13}$	
Trilineum ex mediis septem	$\frac{8}{9}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{8}{11}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{8}{13}$	$\frac{8}{14}$	$\frac{8}{15}$

4. Ut autem natura dictorum trilineorum meliùs intelligatur, ostendemus quomodo per puncta describi possunt; & primo de iis quæ sunt in tabellæ columna prima. Descripto

(in

(in fig. secunda) parallelogrammo quocunque A B C D, ducatur diagonalis B D, & habemus triangulum rectilineum B C D parallelogrammi dimidium. Deinde ducantur lateri B C parallelæ plures E F, secantes diagonalem B D in G, fiatque ubique ut E F ad E G, ita E G ad aliam E H, & per omnia puncta H ducatur linea D H H B, habebimusque trilineum B H H D C, quod voco ex media una, quia in tribus proportionalibus ut E F, E G, E H, unica est media, nempe E G; estque trilineum hoc Parallelogrammi $\frac{2}{3}$, nempe parabola. Rursus fiat ut E G ad E H, ita E H ad aliam E I, ducaturque linea B I I D, habeburque trilineum B I I D C quod est parallelogrammi tres quartæ, vocaturque à nonnullis parabola cubica. Eodem modo si rationes in E F sumptæ ulterius continuentur, emergent trilinea cætera columnæ primæ. Quod verum esse ostendemus hoc modo. Ducantur rectæ basi D C parallelæ ut H K, G L; quoniam ergo E F est ad E H in duplicata ratione E F ad E G, sive B C ad B L, hoc est C D ad L G, sive K M ad K H, erit B C ad B K in duplicata ratione K M ad K H; sed ut B C ad B K, ita D C sive K M ad K N, est ergo K M ad K N in duplicata ratione K M ad K H, idque ubicunque ponatur recta parallela K M, est ergo figura B H D C dupla complementi sui B H D A, & proinde totius Parallelogrammi $\frac{2}{3}$. Eodem modo si ducatur O P I Q, ostendi potest rationem O Q ad O P, id est B C ad B O triplicatam esse rationis O Q ad O I, & proinde figuram B I D C esse triplam complementi sui B I D A, & per consequens totius parallelogrammi tres quartas, &c.

Secundò, ut describantur trilinea quæ sunt in quolibet ordinum transversorum, faciendum est hoc modo. Sit parallelogrammum (in fig. 3.) A B C D, cujus diagonalis B D; volo in eo describere trilinea quæ in tabella præcedente appello trilinea ex mediis tribus. Duco igitur E F parallelam D C, toties quoties opus erit, secantem B D in G, & sumo inter E F, E G tres medias proportionales E H, E I E K. Itaque ductis lineis per omnia puncta H fiet figura B H D C, ex istis trilineis primum; & per omnia puncta I. fiet B I D C ex iisdem trilineis secundum; & per omnia puncta K, fiet trilineum tertium B K D C. Horum primum (quia ratio E F ad E G quadruplicata est rationis E F ad E H) erit ad complementum suum ut 4 ad 1, & ad parallelogrammum ut 4 ad 5. Secundum (quia ratio E F ad E G, ad rationem E F ad E I est ut 4. ad 2.) erit complementi sui duplum, & parallelogrammi sive subsequialterum. Tertium (quia ratio E F ad E G, ad rationem E F ad E K est ut 4 ad 3) erit complementi sui sesquitertium, sive ut 4. ad 3 parallelogrammi verò quatuor septimæ, sive ut 4 ad 7.

Descripta harum figurarum quælibet, produci potest quantum quis voluerit, hoc modo. Sit A B C D (in fig. 4.) parallelogrammum, in quo descripta sit figura B K D C eadem quæ in figura proximè præcedente, nempe ex mediis tribus tertium. Producatur B D utcunque in E, & fiat E F parallela basi D C secans A D productam in G; sumatur jam in G E punctum H, ita ut ratio F E ad F G sit quadruplicata rationis F E ad F H, (quod fiet si F H sit trium proportionalium inter F E & F G interjectarum maxima) transibit linea curva B K D producta, per punctum H. Ductâ enim B H rectâ secante C D in I, & H L parallelâ rectæ G D, quæ occurrat C D productæ in L, erit C L ad C I, ut F E ad F G, hoc est in ratione F E ad F H, sive C D ad C I quadruplicata. Quare punctum D est in linea B K D producta in H, secundum generationem ipsius B K D.

5. Tangitur autem dictarum figurarum quælibet in quolibet puncto hoc modo. Sit linea (in fig. 4.) BKDH tangenda in puncto D. Iungantur puncta B, D, ducaturque D A æqualis & parallela B C; & quia figura hæc ponitur exempli causa ex tribus mediis tertia, sumantur in A B tria puncta quibus ipsa A B dividitur in quatuor partes æquales, ex quibus partibus sumantur tres nempe A M, ut A B sit ad A M, ut figura B K D C ad suum complementum; ducta recta M D tanget figuram in puncto D. Ducatur enim parallela R Q utcunque inter A B & D C, secans B D rectam, B D curvam, M D rectam, & A D rectam in punctis P, K, O, Q; erit ergo R K (per constructionem) trium Geometricè mediarum inter R Q & R P minima. Itaque (per Coroll. art. 28. cap. 13.) minor est R K quam R O; cadit ergo M D extra figuram. Continuetur jam M D in N, & erit F N trium mediarum inter F E & F G maxima in ratione Arithmeticâ, & F H trium mediarum maxima quoque inter easdem F E, F G in ratione Geometrica; quare (per dictum Corollarium art. 28. cap. 13.) minor erit F H quam F N; cadet ergo D N extra figuram, tangetque figuram recta M N in unico puncto D.

6. Cognita ratione deficientis figuræ ad complementum suum cognoscitur quoque ratio trianguli rectilinei, ad excessum quo ipsum figura deficiens superat. Harum itaque tabellam adjunximus, in qua si quæras (exempli causa) quantum trilineum ex mediis quinque quartum superat triangulum ejusdem altitudinis & basis, invenies in concursu columnæ quartæ, cum trilineis ex mediis quinque $\frac{2}{10}$; quo significatur trilineum illud superare triangulum duabus decimis sive quintâ parte ipsius trianguli.

		1i.	2di.	3ii.	4ti.	5ti.	6ti.	7i.
	Triangulum	1	:	:	:	:	:	:
Excessus	Trilinei ex media unica	$\frac{1}{3}$		:	:	:	:	:
	Trilinei ex mediis duabus	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$		:	:	:	:
	Trilinei ex mediis tribus	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{7}$		:	:	:
	Trilinei ex mediis quatuor	$\frac{4}{6}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{9}$		:	:
	Trilinei ex mediis quinque	$\frac{5}{7}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{11}$		:
	Trilinei ex mediis sex	$\frac{6}{8}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{13}$	
	Trilinei ex mediis septem	$\frac{7}{9}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{5}{11}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{2}{14}$	$\frac{1}{15}$

7. Conus autem & Conoeides Trilineorum dictorum sic se habent ut in Tabella proxima, scilicet comparata cum Cylindro. Exempli gratia, in concursu columnæ secundæ cum trilineis ex mediis quatuor, invenitur $\frac{5}{9}$; ex quo intelligendum est Conoeides ex trilineo ex mediis quatuor secundum, esse ad Cylindrum ut $\frac{5}{9}$ ad unitatem, sive ut 5 ad 9.

Cylindrus

		1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
	Cylindrus	1	:	:	:	:	:	:
	Conus	$\frac{1}{3}$		:	:	:	:	:
Conoeides	Trilinei ex media unica	$\frac{2}{4}$			:	:	:	:
	Trilinei ex mediis duabus	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{7}$			:	:	:
	Trilinei ex mediis tribus	$\frac{4}{6}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{10}$			:	:
	Trilinei ex mediis quatuor	$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{11}$	$\frac{5}{13}$			:
	Trilinei ex mediis quinque	$\frac{6}{8}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{6}{14}$	$\frac{6}{16}$		
	Trilinei ex mediis sex	$\frac{7}{9}$	$\frac{7}{11}$	$\frac{7}{13}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{7}{17}$	$\frac{7}{19}$	
	Trilinei ex mediis septem	$\frac{8}{10}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{8}{14}$	$\frac{8}{16}$	$\frac{8}{18}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{8}{22}$

8. Denique excessus conoeidum ex trilineis dictis supra conum ejusdem cum illis altitudinis & basis, habentur in tabula quæ sequitur.

		1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
	Conus	1	:	:	:	:	:	:
Excessus conoeidum supra conum	Conoeidis trilineæ ex media unica	$\frac{6}{12}$		:	:	:	:	:
	Conoeidis trilineæ ex mediis duabus	$\frac{12}{15}$	$\frac{6}{21}$		:	:	:	:
	Conoeidis trilineæ ex mediis tribus	$\frac{18}{18}$	$\frac{12}{24}$	$\frac{6}{30}$		:	:	:
	Conoeidis trilineæ ex mediis quatuor	$\frac{24}{21}$	$\frac{18}{27}$	$\frac{12}{33}$	$\frac{6}{39}$		:	:
	Conoeidis trilineæ ex mediis quinq;	$\frac{30}{24}$	$\frac{24}{30}$	$\frac{18}{36}$	$\frac{12}{42}$	$\frac{6}{48}$		:
	Conoeidis trilineæ ex mediis sex	$\frac{36}{27}$	$\frac{30}{33}$	$\frac{24}{39}$	$\frac{18}{45}$	$\frac{12}{51}$	$\frac{6}{57}$	
	Conoeidis trilineæ ex mediis septem	$\frac{42}{30}$	$\frac{36}{36}$	$\frac{30}{42}$	$\frac{24}{48}$	$\frac{18}{54}$	$\frac{12}{60}$	$\frac{6}{66}$

9. Si figura deficiens (ut in fig. 5.) quælibet earum de quibus proximè supra dictum est, A B C D, inscripta sit in figura completa B E, habens complementum A D C E; Fiat autem triangulum A B I, compleaturque parallelogrammum B K, ductæque sint rectæ C I parallelæ innumeræ M F, quarum unaquæque secet figuræ deficientis curvam in D, rectas vero A C, A B, A I, in H, G, L; fiatque ut G F ad G D, ita G L ad aliam G N, perque omnia puncta N ducatur linea A N I, orietur figura deficiens A N I B, cujus complementum erit A N I K. Dico esse figuram A N I B ad triangulum A B I, ut dupla figuræ deficientis A B C D, ad eandem deficientem

una cum completa B E. Nam ut ratio A B ad A G, hoc est, ut ratio G M ad G L, est ad rationem G M ad G N, Ita est magnitudo figuræ A N I B ad complementum suum A N I K (per articulum 2. hujus capitis.)

Sed per eundem articulum

Ut ratio A B ad A G, hoc est G M ad G L, est ad rationem G F ad G D, hoc est per constructionem G L ad G N, ita est figura A B C D ad complementum ejus A D C E.

Et componendo. Ut ratio G M ad G L, una cum rationē G L ad G N, est ad rationem G M, ad G L, ita est completa B E ad figuram A B C D.

Et convertendo. Ut ratio G M ad G L, ad rationes ambas G M ad G L, & G L ad G N, hoc est ad rationem ex utraque compositam, G M ad G N, ita est figura A B C D ad completam B E.

Erat autem, Ut ratio G M ad G L, ad rationem G M ad G N, ita figura A N I B ad complementum suum A N I K.

Sunt ergo A B C D, B E : : A N I B, A N I K proportionales.
Et componendo A B C D † B E, A B C D : : B K, A N I B sunt proportionales.

Et duplando consequentia { A B C D † B E. 2 A B C D : : B K. 2 A N I B sunt proportionales.

Et sumendo tertiæ & quartæ dimidia. { A B C D † B E. 2 A B C D : : A B I. A N I B sunt proportionales. Quod erat probandum.

10. Ex iis quæ de figuris deficientibus in parallelogrammo descriptis dicta sunt, inveniri possunt spatiorum quæ determinatis temporibus motu accelerato percurruntur, ad ipsa tempora rationes, prout uno vel pluribus gradibus velocitas mobilis singulis augetur temporibus.

Sit enim (in fig. 6.) parallelogrammum A B C D, in qua descriptum sit trilineum D E B C; ductaque basi parallela ubicunque F G secet B D diagonalem in H, curvam B E D in E; sitque ratio B C ad B F rationis F G ad F E, exempli causa, triplicata; erit ergo figura D E B C complementi sui B E D A tripla. Similiter ductâ I E parallelâ ipsi B C, figura trilinea E K B F erit tripla complementi sui B K E I. Erunt igitur inter se

se figuræ deficientis partes à vertice abscissæ à rectis basi parallelis (nempe D E B C, E K B F,) ut parallelogramma A C, I F, id est, in ratione composita altitudinum & basium; quoniam ergo altitudo B C ad altitudinem B F ponitur esse in ratione basium D C, F E triplicata, erit figura D E B C ad figuram E K B F in ratione D C ad F E quadruplicata. Eadem methodo inveniri potest ratio cujuslibet ex trilineis prædictis ad partem ejusdem quamcunque abscissam à vertice rectâ basi parallelâ.

Jam sicut figuræ dictæ descriptæ intelliguntur ex basi, puta C D decrescente donec desinat in puncto, ut in B, ita etiam descriptæ eædem intelligi possunt à puncto, ut B, crescente donec acquirat magnitudinem quamlibet, ut C D.

Intelligatur igitur à puncto B crescente in magnitudinem C D, descripta B E D C. Quoniam ergo B C est ad B F in ratione C D ad F E triplicata, erit invertendo (ut mox ostendemus) F E ad C D in ratione B F ad B C triplicata. Siquidem ergo recta B C sumatur pro mensura temporis in quo movetur punctum B, repræsentabit figura E K B F summam omnium velocitatum crescentium tempore B F, & figura D E B C repræsentabit summam omnium velocitatum crescentium tempore B C. Quoniam igitur figura E K B F est ad figuram D E B C in ratione altitudinum & basium compositâ; estque ratio F E ad C D triplicata rationis B F ad B C, erit figura E K B F ad figuram D E B C in ratione B F ad B C quadruplicata, hoc est, summa velocitatum qua itur tempore B F, est ad summam velocitatum qua itur tempore B C, in ratione B F ad B C quadruplicata. Itaque si mobile in B moveatur velocitate ita crescente ut velocitas tempore B F acquisita, sit ad velocitatem tempore B C acquisitam, in ratione ipsorum temporum B F, B C triplicata, atque ipsum tempus quo mobile B fertur ad F, sit B F, feretur idem mobile tempore B C, per lineam quæ erit in ratione continuâ B F ad B C quinta. Eadem ratione spatia transcursa juxta velocitatis incrementa, determinari possunt.

Restat ut ostendamus rationem F E ad C D, esse rationis B F ad B C triplicatam. Quia ratio (C D hoc est) F G ad F E subtriplicata est rationis B C ad B F, erit quoque ratio F G ad F E subtriplicata rationis F G ad F H; quare ratio F G ad F H est triplicata rationis F G (id est C D) ad F E; sed in quatuor continuè proportionalibus quarum prima est minima, ratio primæ ad quartam (per cap. 13. art. 16.) sub-

subtriplicata est rationis tertiæ ad ultimam; quare ratio F H ad F G subtriplicata est rationis F E ad C D; itaque ratio F E ad CD triplicata est rationis F H ad F G, hoc est, B F ad B C; quod erat probandum.

Colligi potest ex iis quæ jam ostensa sunt, quod ubi velocitas alicujus mobilis crescit in eadem ratione cum temporibus, gradus velocitatis augeri, ut numeri deinceps ab unitate, 1.2. 3.4.&c. Ubi vero augetur velocitas in ratione temporum duplicatâ, ibi augeri, ut numeri ab unitate, omissis alternis, ut 1.3.5.7.&c. Denique ubi rationes velocitatum sunt in ratione temporum triplicata, ibi graduum progressionem esse ut numeri ab unitate, omissis duobus intermediis, ut 1.4.7.10.&c. & sic deinceps. Nam ubi propoportionales Geometricè in omni puncto sumptæ sunt, eædem sunt cum proportionalibus Arithmeticè.

11. Notandum præterea est, quod sicut in quantitatibus quæ fiunt à decrescente magnitudine, rationes figurarum sunt inter se ut rationes altitudinum ad rationes basium, ita quoque esse in iis quæ fiunt à decrescente motu, qui motus nihil aliud est quàm potentia qua figuræ illæ majores minoresve describuntur. Itaque in describenda Helice Archimedea per diminutionem continuam semidiametri circuli, eadem ratione qua diminuitur circumferentia, fiet spatium à semidiametro & Helice circumscriptum tertia pars totius circuli; propterea quod semidiametri circulorum, quatenus ex iis aggregatis circulus ipse fieri seu compleri intelligitur, totidem sunt sectores; Unde fit ut sector qui Helicem describit diminuatur in ratione circumferentiæ circuli in quo inscribitur, duplicata; ideoque complementum Helices, hoc est spatium illud quod in circulo est extra Helicem, duplum sit spatii ipsius Helices. Eodem modo si sumatur media proportionalis ubique inter semidiametrum circuli Helicem continentis, & partem ejusdem semidiametri illam quæ est intra Helicem, orietur figura, quæ totius circuli semissis erit. Denique quæcunque spatia describi possunt a linea vel superficie decrescente sive magnitudine sive potentia, eandem subeunt regulam; ita ut si rationes quibus decrescunt commensurabiles sint rationibus temporum in quibus decrescunt, cognitæ erunt figurarum quas describunt magnitudines.

12. Propositionis jam artic. 2. demonstratæ veritas (quæque est eorum quæ diximus de figuris deficientibus fundamentum) originem habere videtur in Philosophia primâ, nempe in eo, quod omnem inter duos effectus æqualitatem & inæqualitatem (id est omnem rationem) proficisci & determinari ab eorundem effectuum causis æqualibus & inæqualibus, sive à ratione quam habent causæ concurrentes ad unum effectum, ad causas quæ concurrunt ad effectum alterum; ideoque quantitatum quoque rationes easdem esse rationibus causarum suarum. Quoniam ergo in duabus figuris deficientibus (quarum altera est alterius complementum) altera fit per motum certo tempore & ratione decrescentem, altera per motûs jacturam iisdem temporibus factam, causæ quæ quantitates sive rationes utriusque figuræ faciunt determinantque ut aliæ quam sunt, esse non possint, non differunt inter se, nisi in eo, quod rationes juxta quas quantitas generans procedendo ipsam figuram describit, (id est rationes temporum, sive altitudinum ubique residuarum) aliæ esse possunt quàm rationes juxta quas eadem quantitas generans decrescendo facit complementum, (id est, quâm rationes quantitatis generantis ubique diminutæ.) Itaque ut ratio temporum in quibus fit jactura motûs, est ad rationem quantitatum decrescentium quibus generatur figura deficiens; ita erit defectus, sive complementum, ad ipsam figuram factam.

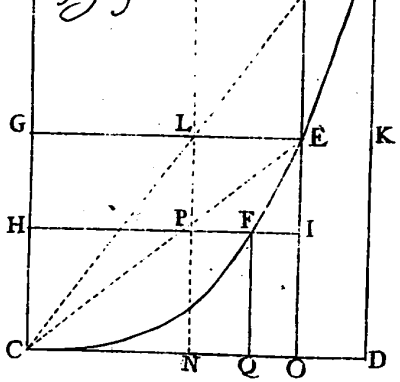
13. Sunt etiam aliæ quantitates ex cognitione causarum suarum, nimirum ex comparatione motuum à quibus fiunt, determinabiles, facilius etiam quàm ex communibus Geometriæ Elementis. Exempli gratia (in fig. 7.) Quod superficies cujuslibet portionis sphæræ, æqualis sit circulo cujus radius est ducta à polo portionis ad basis circumferentiam linea recta, probabimus hoc modo. Sit portio Sphæræ, B A C, cujus axis A E, basis B C, demissa à polo A ad basem in B, sit A B, cui æqualis ponatur A D tangens circulum maximum B A C in polo A; probandum est circulum à radio A D æqualem esse superficiei portionis B A C. Super Axem A E revolvi intelligatur planum A E B D, describet recta A D circulum; sed A B arcus, superficiem portionis sphæræ; denique subtensa, superficiem coni recti. Quoniam jam eadem est conversio A B rectæ, & A B arcûs, habeantque ambæ eosdem terminos A & B, causa quare superficies sphærica, quam facit arcus, major est quam superficies conica quam facit subtensa, est quòd A B arcus major est quam A B recta; causa autem quare major est, in eo consistit, quòd, etsi ducantur ambæ ab A ad B, recta tamen rectè ducitur, arcus verò secundum angulum, quem facit ipse arcus cum subtensâ, qui angulus angulo D A B est æqualis (nam

(nam angulus contactûs angulo segmenti nihil addit, ut ostensum est cap. 14. art. 16.) Quare anguli D A B magnitudo, causa est quare superficies portionis quam describit A B arcus, major est quam superficies coni recti quam describit A B subtensa.

Rursus causa quare circulus quem describit tangens A D major est quam superficies coni recti quam describit chorda A B, (cum ipsa tamen tangens ipsi subtensæ sit æqualis, & tempus lationum idem) est, quod A D ad axem recta est, sed A B est obliqua; obliquitas autem illa consistit in eodem angulo D A B. Cum ergo quantitas anguli D A B faciat excessum tum superficiei portionis, tum etiam circuli, à radio A D, super superficiem coni recti, quam describit subtensa A B; tantum superabit circulus à radio A D superficiem Conicam, quantum eandem superabit superficies sphærica ab arcu A B. Sunt igitur circulus ab A D sive A B, & superficies sphærica ab arcu A B, inter se æquales. Quod erat probandum.

14. Si figuræ deficientes quas descripsimus in parallelogrãmo exquisite describi possent, possent inde inter duas rectas datas tot interponi mediæ proportionales quot quis voluerit. Exempli gratia in parallelogrammo ABCD, sit descriptum (ut in fig. 8.) trilineum ex mediis duabus B E D C, (quod vocatur à nonnullis parabola cubica) sintque datæ duæ rectæ R & S, oporteatque invenire inter R & S duas medias proportionales; hoc modo fiet. Fiat ut R ad S, ita B C ad aliam B F, tum ducatur F E parallela B A secans, lineam curvam in E, deinde per E ducatur G H parallela & æqualis rectæ A D, secans diagonalem B D in I; eritque inter G H & G E duarum mediarum maxima G I, ex descriptione figuræ tradita artic. 4. si fiat igitur ut G H ad G I, ita R ad aliam T, erit T duarum mediarum inter R & S maxima. Itaque si rursus fiat ut R ad T, ita T ad aliam X, factum erit quod propositum fuit.

Eodem modo si trilineum ex quatuor mediis descriptum sit, inveniri possunt mediæ proportionales quatuor; & sic de cæteris.



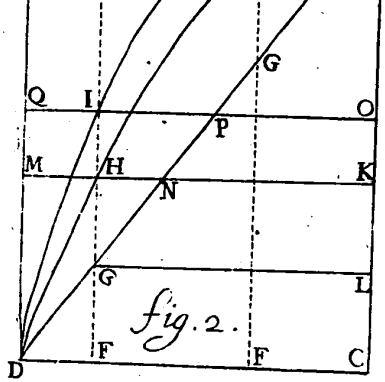


fig. 2.

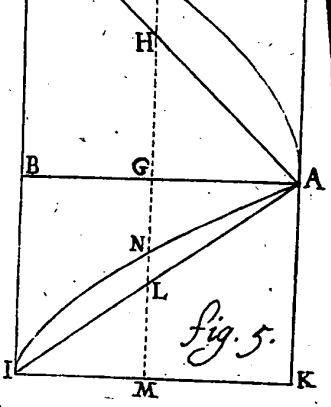


fig. 5.

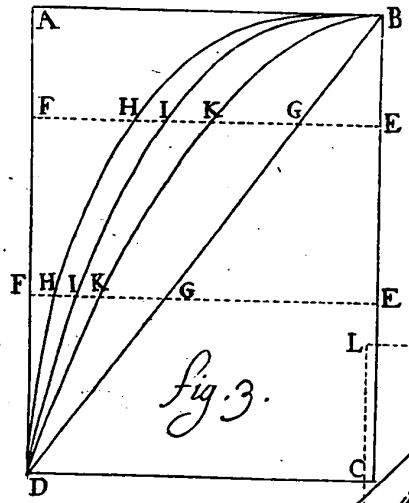


fig. 3.

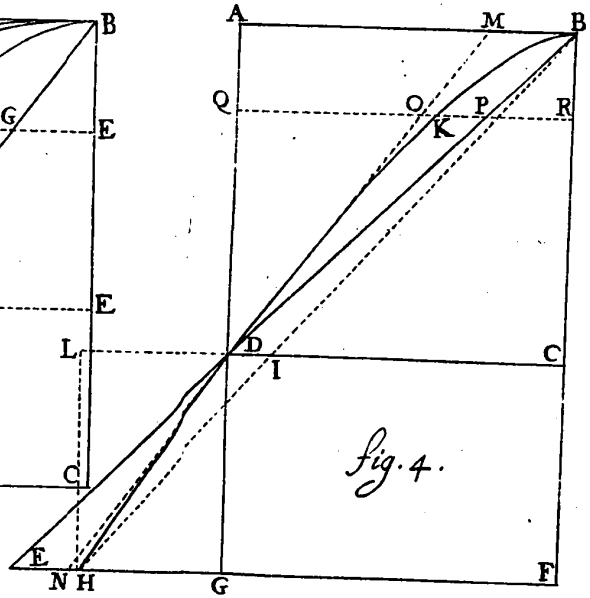


fig. 4.

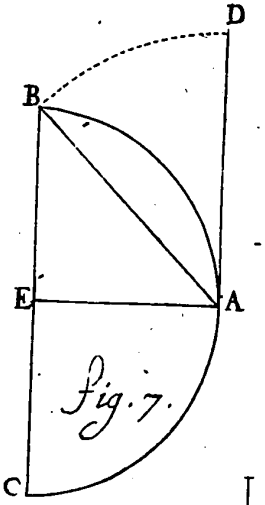
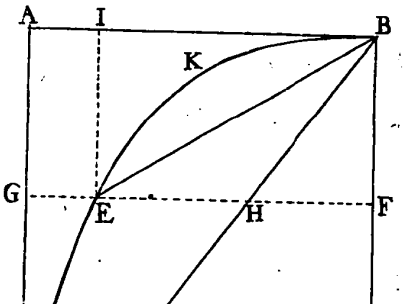
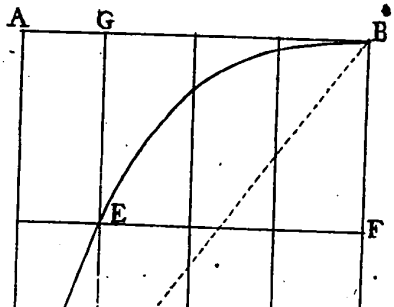
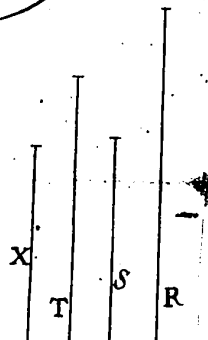


fig. 7.







CAPUT XVIII.

De Rectarum & Paraboliformium linearum Æquatione.

1. Datæ lineæ Parabolicæ æqualem exhibere rectam. 2. Datæ lineæ curvæ Parabolastri primi, sive Parabolæ cubiformis, rectam invenire æqualem. 3. De rectis inveniendis cæteris ex genere Parabolico curvis lineis æqualibus methodus Generalis.

1. *Datæ lineæ Parabolicæ æqualem exhibere rectam.*

SIt linea Parabolica data ABC; (in fig. 1.) Inveniatur Diameter AD, ducaturque Basis DC, & compleatur Parallelogrammum A D C E, jungaturq; A C, & divisa A D bifariam in F, sumatur inter AD, AF, media proportionalis A G, ducaturque G H, æqualis & parallela Basi C D. Postremò jungatur AH. Dico duas rectas AH, H C, in directum positas constituere totam æqualem lineæ curvæ parabolicæ A B C.

Quoniam ABCD est semiparabola, generabitur ea ex concursu duorum motuum, quorum alter quidem est in rectis basi CD parallelis, alter in rectis parallelis Diametro A D, ita ut qui est in parallelis basi, uniformis sit, qui verò in parallelis Diametro est, uniformiter acceleretur, & eodem tempore incipiat, & eodem tempore finiatur uterque motus. Illud enim ostensum est (cap. præcedente, Art. 8.) Quia vero motus per parallelas basi est uniformis, sit A E (quæ ipsarum una est) mensura temporis; itaque mobile ab A procedit à Diametro A D, versus latus oppositum E C, temporibus æqualibus æqualiter; & ductis ubicunq; F I, K M basi æqualibus & parallelis, quæ secant A B C, in L & N, erunt F L, K N, ipsa tempora in quibus describuntur. Et quoniam A K ad A F duplicatam habet rationem ejus quam habet K N ad F L, propter ABCD parabolam, habebit eadem A K ad A F duplicatam rationem temporum quibus & K N, F L, & ipsæ A K, A F percurruntur. Et quoniam A G est media proportionalis inter A D & A F, habebit A G ad A F, vel A D ad A G eandem rationem quam habet tempus per A G ad tempus per A F, sive tempus per A D ad tempus per A G; & quo tempore mobile fertur ab A ad D motu accelerato, eodem tempore (per cap. 16. artic. 13.) feretur per E H motu uniformi.

Ductâ

Ductâ igitur diagonali A H, agetur mobile à concursu duorum motuum per A E & A G ad punctum H in recta A H uniformiter, idque in tempore A E, id est, in tempore in quo moveretur uniformiter accelerate suo solo motu ad D. Et quia in eodem tempore, motus per A E, æqualibus temporibus mobile ab A D versus E C æqualiter promovet (nihil enim agit motus ille transversus ab A D versus E C, præterquam ut ipsum ferat inter A D, E C parallelas uniformiter) tantundem contribuet motus transversus per A E motui qui fit ex concursu motus accelerati per A D, & uniformis per A E, quantum contribuit motui qui fit eodem tempore ex concursu duorum motuum uniformium per A E & A G. Habemus igitur duas lineas, alteram A H rectam, factam ex concursu duorum motuum per A G & A E; alteram parabolicam A B C, factam ex concursu motus per eandem A E, cum motu accelerato per A D uniformiter. Ablato igitur motu communi per A E, restat ex una parte motus per A G seu E H uniformis, ex altera parte motus per A D uniformiter acceleratus; tanto igitur major est motus qui fit in A B C parabolica, quàm qui fit in A H rectâ, quanto motus per A D major est quàm motus per A G vel E H, (nam à duabus quibuscunque quantitatibus inæqualibus, si auferantur æqualia, idem erit excessus (sive differentia) residuorum, qui erat Totorum.) Sed quoniam A D, E H percurruntur eodem tempore, quanto major est motus per A D quam per E H, tanto major est ipsa recta A D quàm E H; Quanto ergo linea parabolica A B C, major est quàm recta A H, tanto A D major est quam E H; sed A D major est quàm E H quantitate H C; major ergo est A B C curva quàm A H recta, eâdem quantitate H C, quare A H unà cum H C æqualis est parabolicæ A B C. Datæ igitur Lineæ parabolicæ æqualem rectam exhibuimus; quod erat faciendum.

Coroll. Linea parabolica à vertice ad basim, æqualis est rectæ diagonali parellelogrammi cujus unum latus est latus parabolæ, alterum est recta media proportionalis inter diametrum totam & semissem, una cum excessu diametri supra mediam proportionalem inter diametrum totam & dimidiam. Quòd si parti parabolicæ cuilibet C B, cujus terminus non est in vertice A recta exhibenda sit æqualis, potest unus terminus illius vertex fieri, scilicet inveniendo Diametrum à termino B ducendam, diametro A D parallelam, & procedetur ut supra. Idem fit ducendo per B ordinatam ad Diametrum, & inventis (ut supra) duabus rectis, duabus parabolicis A C, A B æqualibus; nam minor recta substracta à majore relinquet rectam æqualem parti B C.

2. *Lineæ curvæ Parabolastri primi, sive parabolæ cubicæ, rectam invenire æqualem.*

SIt Linea curva Parabolastri primi (in fig. 2.) ABC, & Semiparabolaster ipse ABCD, in quo Triangulum super eandem basim, & ejusdem altitudinis ACD, & circa Semiparabolastrum fiat Parallelogrammum A C D E, & sumatur A F tertia pars diametri A D, et inter rectas AF. A D sumatur media proportionalis A G, & ducta G H æquali & parallela C D, jungatur A H. Dico duas rectas A H, H C, simul sumptas constituere rectam æqualem curvæ A B C.

Linea curva ABC, cum sit Parabolastri primi, generabitur ea ex concursu duorum motuum quorum alter movet mobile à recta A D versus rectam E C uniformiter & Basi C D parallelas, alter verò à recta A E versus basim C D & lateri A D parallelas, sed motu crescente in ratione temporum duplicata, ita ut eodem tempore ab ambobus motibus concurrentibus sistatur tandem mobile in C. Sumantur in recta A D duo puncta quælibet, ut F & K, & ab ipsis ducantur ordinatim ad lineam curvam basi C D parallelæ rectæ F L, K N; & erit ratio A K ad A F rationis K N ad F L per ipsam curvæ A B generationem triplicata, ut (cap. 17. art. 3.) ostensum est. Et quia motus per basi parallelas (quarum una est A E) est uniformis, sit A E mensura temporis, eritque ratio A K ad A F triplicata rationis K N ad K L, ubicunq; puncta F, K, collocentur. Et propterea Rectæ K N, F L sunt inter se ut tempora in quibus tàm ipsæ, quàm rectæ A K, A F, describuntur. Et quoniam A G est media proportionalis inter totam A D & tertiam ejus partem A F, quo tempore mobile percurrit Diametrum A D motu, ita ut supponitur accelerato, eodem tempore (ut ostensum est cap. præcedente Artic. 14.) motu uniformi percurret E H, & ductâ diagonali A H agetur mobile à concursu duorum motuum (per A E, E H) per A H rectam uniformiter eodem tempore quo agitur mobile ad C à concursu duorum motuum, quorum alter est per A E uniformis, alter per A D acceleratus. Habemus ergo duas lineas, alteram A H rectam, alteram A B C curvam eodem tempore descriptas, in quarum generatione motus per A E est communis.

nis. Auferatur ergo utrinque motus ille communis, restabit ex una parte A E factus motu uniformi, & A D factus motu accelerato tempore eodem. Quantò autem motus per A D major, i.e. velocior est quàm per E H, tantò major est motus per curvam A B C quàm per rectam A H (Nam ab inæqualibus motibus per A B C & A H, si auferatur motus communis, nimirum, motus per A E, excessus residuorum idem est qui totorum); tantum ergo motus per A B C superat motum per A H, quantò motus per A D superat motum per E H; id est, tantum superat curva A B C rectam A H quantum recta A D vel E C superat A G vel E H; Itaque ad A H si addatur H C, erit tota A H C æqualis curvæ A B C. Quare lineæ curvæ Parabolastri primi rectam invenimus æqualem, Quod erat faciendum.

Eâdem methodo si linea curva sit parabolastri secundi, nimirùm ubi partes in Diametro à vertice abscissæ sunt in quadruplicata ratione ordinatim ductarum, & inter diametrum totam & partem ejus quartam, sumatur media proportionalis, diagonalis Parallelogrammi ex media & parabolæ base, una cum excessu diametri supra mediam, probabitur esse æqualis lineæ curvæ parabolastri secundi; & sic deinceps.

3. Denique quamcunque rationem partes diametri à vertice abscissæ habent ad suas contiguas ordinatim ductas, si diameter ita dividatur, ut tota sit ad partem, ut ratio inter se partium diametri à vertice abscissarum est ad rationem quam habent inter se suæ ordinatæ contiguæ, & inter totam diametrum & partem illam sumatur media, & compleatur Parallelogrammum ex ea media & basi, erit diagonalis ejus unà cum excessu totius diametri supra mediam æqualis lineæ curvæ illius parabolastri, verbi causâ, si (in figura 11. cap. 16.) ratio A B ad A E sit ad rationem inter A D & E H ut 3. ad 2, & inter A B, A E sumpta sit media A F, & ducta F G, A G, erit A G una cum G D æqualis curvæ A H D. demonstratio enim erit eadem quæ duorum proximè præcedentium Theorematum.

Exhibere itaque possumus curvis Parabolæ & Parabolastrorum omnium quæ sunt in Tabella artic. 3. cap. 17. rectas æquales, quamquam ante hac nemo ullam curvam cum ulla recta comparare potuit, & plurimi omnis sæculi Geometræ summo conatu id tentarunt. Cujus rei causa est quod cùm nulla æqualitatis definitio tradita sit ab Euclide, neque ullum

æqualitatis

AD CAP. XVIII

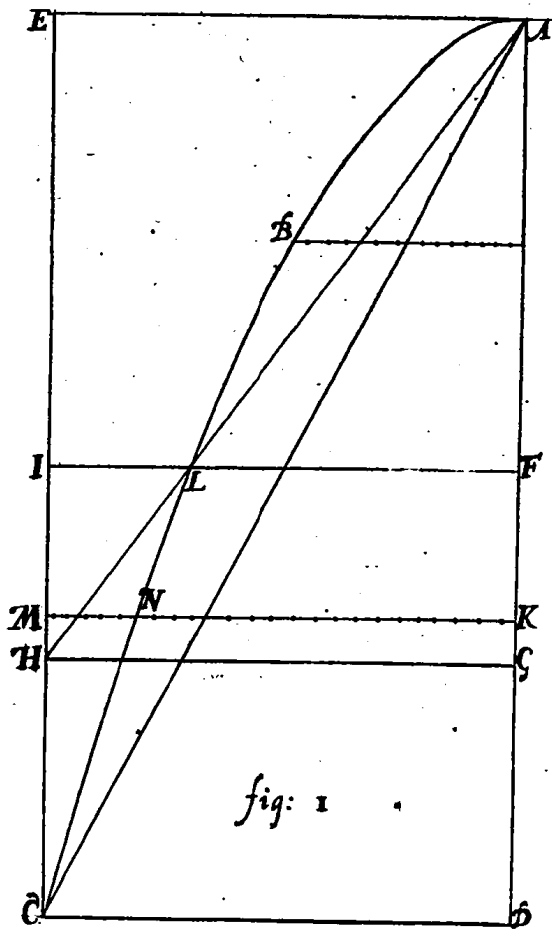


fig: 1

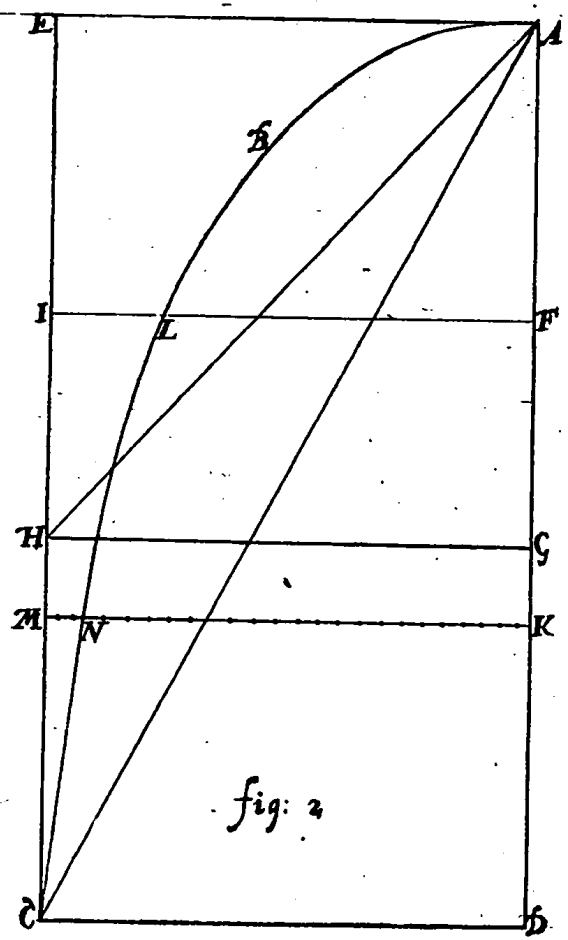


fig: 2

erit [illegible] ...um G D æqualis curvæ A H D. demonstratio enim erit eadem quæ duorum proximè præcedentium Theorematum.

Exhibere itaque possumus curvis Parabolæ & Parabolastrorum omnium quæ sunt in Tabella artic.3. cap.17. rectas æquales, quamquam ante hac nemo ullam curvam cum ulla recta comparare potuit, & plurimi omnis seculi Geometræ summo conatu id tentarunt. Cujus rei causa est quod cùm nulla æqualitatis definitio tradita sit ab Euclide, neque ullum

æqualitatis

æqualitatis κοινὴν ἔννοιαν præterquam (quod est in Axiom.8. primi El.) congruentia, quæ in comparatione curvi & recti nullius est usus. Posteriores, excepto Archimede & Apollonio, & nostris temporibus Bonaventura, nihil esse in Geometria ultra horum industriam existimantes, omnia ex eorum scriptis deducenda esse, aut inventu impossibilia putaverunt. Et disputatum est à quibusdam Antiquorum an æqualitas posset esse nisi inter rectas. Quam Quæstionem Archimedes, qui sumpsit esse aliquam rectam circulo æqualem, videtur meritò contempsisse. Sunt qui sentiunt inter rectam & curvam æqualitatem quidem aliquam esse, sed inveniri non posse nunc; nunc, inquiunt, post Adami lapsum, nisi speciali divinæ gratiæ auxilio.

M. CAPUT

Cap. XIX.

De Angulis Incidentiæ & Reflexionis æqualibus.

1. *Si duæ rectæ incidentes in rectam sint parallelæ, etiam reflexæ parallelæ erunt.* 2. *Si ab eodem puncto exeuntes duæ rectæ incidant in rectam, reflexæ earum productæ in alteram partem concurrent in angulo qui sit æqualis angulo facto ab incidentibus.* 3. *Si duæ rectæ parallelæ incidant in circuli circumferentiam, earum reflexæ productæ introrsum facient angulum duplum ejus qui fit à rectis à centro ductis ad puncta incidentiæ.* 4. *Si ab eodem puncto duæ rectæ incidant in circumferentiam, earum reflexæ productæ introrsum facient angulum æqualem duplo angulo qui fit à duabus rectis à centro ad puncta incidentiæ, unâ cum angulo incidentium.* 5. *Si ab uno puncto incidant duæ rectæ in concavam circuli circumferentiam facientes angulum minorem duplo angulo ad centrum, earum reflexæ facient angulum qui additus angulo incidentium æqualis fit duplo angulo ad Centrum.* 6. *Si per unum aliquod punctum duæ chordæ inæquales ducantur mutuò se secantes; Centrum autem circuli inter eas positum non sit, & earum reflexæ concurrant ubicunque, non ducetur à puncto unde priores duæ ductæ sunt, alia recta cujus reflexa transeat per duarum priorum reflexarum punctum commune.* 7. *Idem in Chordis æqualibus non est verum.* 8. *Datis in circuli circumferentia duobus punctis, ad ea puncta duas rectas ita ducere, ut earum reflexæ datum contineant angulum.* 9. *Si recta incidens in circuli circumferentiam producatur ad Semidiametrum, sitque pars ejus intercepta inter circumferentiam & semidiametrum æqualis parti semidiametri quæ est à concursu ad centrum, erit reflexa semidiametro parallela.* 10. *Si à puncto intra circulum ducantur duæ rectæ incidentes in circuli circumferentiam, quarum reflexæ coeunt in ipsius circuli circumferentia, angulus quem continent reflexæ erit tertia pars anguli quem continent incidentes.*

UTrum corpus incidens in corporis alterius superficiem, & ab ea reflexum, angulos ad illam superficiem æquales efficiat, non est hujus loci disputare; cum dependeat cognitio illa à

à causis Reflexionis naturalibus, de quibus hactenus nihil dictum, sed posteà dicendum est.

Itaque hoc loco supponamus angulum Incidentiæ angulo Reflexionis esse æqualem, ut ejus rei non caulas, sed consequentia aliqua investigemus.

Angulum Incidentiæ appellamus quem facit recta incidens, cum lineâ (sive recta sive curva) in quam incidit. Angulum autem Reflexionis angulum ipsi æqualem ad idem punctum constitutum, & contentum sub rectâ reflexâ, & reflectente.

1. Si duæ rectæ Incidentes in eandem rectam sint parallelæ, etiam Reflexæ illarum parallelæ erunt.

Sint (in fig. 1.) parallelæ incidentes in rectam E F ad puncta B & D, duæ rectæ A B, C D, quarum reflexæ sint B G, D H. Dico B G. D H esse parallelas.

Sunt enim Anguli A B E, C D E æquales propter parallelismum. His autem æquales sunt G B F, H D F, ex suppositione; cùm sint incidentium reflexæ. Sunt ergo B G, D H, parallelæ.

2. Si ab eodem puncto exeuntes duæ rectæ incidant in aliam rectam, reflexæ earum productæ in alteram partem concurrent in angulo, qui fit angulo facto ab *Incidentibus* æqualis. Ab eodem puncto A (in fig. 2.) exeant duæ rectæ A B, A D, incidantque in rectam E K, ad puncta B & D, quarum reflexæ sint B I, D G. Dico I B, G D divergere, easdemque ex altera parte productas concurrere, puta in F, atque angulum B F D, æqualem esse angulo B A D. Nam angulo Incidentiæ A B E, æqualis est angulus Reflexionis I B K, & huic æqualis est Angulus verticalis E B F. Est ergo angulus A B E æqualis angulo E B F. Rursus angulus A D E æqualis est angulo reflexionis G D K, hoc est verticali ejus E D F. Itaque trianguli A B D duo anguli A B D, A D B sunt æquales duobus angulis F B D, F D B trianguli F B D. quare etiam angulus tertius B A D æqualis est angulo tertio B F D. Quod erat probandum.

Coroll. ducta A F erit rectæ E K perpendicularis. Nam propter æqualitatem angulorum A B E, F B E & laterum A B, F B, erunt anguli ad E utrinque æquales.

Coroll. 2. si inter B & D, cadat utcunque recta A C, cujus reflexa sit C H, illa quoque producta ex parte C, cadet in F, eadem enim est demonstratio quæ supra.

3. Si in circuli circumferentiam à duobus punctis extra circulum sumptis incidant duæ rectæ parallelæ, earum

reflexæ productæ introrsum facient angulum duplum ejus qui fit à rectis à centro ductis ad puncta incidentiæ. Sint enim (in fig. 3.) duæ rectæ parallelæ A B, D C quæ incidant in circumferentiam B C ad puncta B & C. Centrum autem circuli sit E, reflectanturque A B per B F, & D C per C G. Producantur jam introrsum F B, G C, donec concurrant in H. Ducantur E B, E C. Dico angulum F H G duplum esse angulo F B E C. Quoniam A B, D C sunt parallelæ, & E B secat A B in B, eadem producta secabit D C alicubi; secet eam in D, & producatur D C utcunque in I. Angulus ergo I C H (triangulo C K H externus) erit æqualis duobus angulis C K H, C H K; Rursus I C E (triangulo C D E externus) æqualis est duobus angulis D & E; quare angulus I C H (qui duplus est anguli I C E) æqualis est angulis D & E bis sumptis. Sunt ergo duo anguli C K H, C H K, æquales duobus angulis D & E bis sumptis. Sed angulus C K H æqualis est angulis D, & A B D; id est, angulo D bis sumpto (nam cùm A B, D C sint parallelæ, anguli D & A B D sunt alterni ideoque æquales.) Quare C H K, hoc est angulus F H G æqualis quoque est angulo E bis sumpto. Quod erat probandum.

Coroll. si duæ rectæ parallelæ incidant in circumferentiam à duobus punctis intra circulum sumptis, earum reflexæ concurrent in angulo duplo ejus qui fit à rectis ductis à centro ad puncta incidentiæ. Nam L B, I C parallelæ incidentes in puncta B & C reflectuntur per B H & C H, facientes angulum H; quem duplum esse anguli E jamjam ostensum est.

4. Si ab eodem puncto extra circulum ductæ duæ rectæ incidant in circuli circumferentiam, earum reflexæ productæ introrsum, facient angulum æqualem duplo angulo qui fit à duabus rectis ductis à centro ad puncta incidentiæ, unâ cum angulo quem faciunt ipsæ incidentes. A puncto A (in fig. 4.) ad circumferentiam circuli, cujus centrum est D, sint ductæ duæ rectæ A B, A C, quarum reflexæ sint B E, C G, quæ productæ introrsum faciant angulum H. Sint etiam ductæ à centro D ad puncta incidentiæ B & C, duæ rectæ D B, D C. Dico angulum H æqualem esse duplo angulo ad D, unâ cum angulo ad A. Producatur enim A C, utcunque in I, erit angulus I C H (qui est externus triangulo C K H) æqualis duobus angulis C K H, C H K. Rursus angulus I C D (qui est externus triangulo C L D) erit æqualis duobus angulis C L D, C D L; sed angulus I C H duplus est anguli I C D, ergo erit æqualis angulis C L D, C D L, bis sumptis. Sunt ergo anguli C K H, C H K æquales angulis C L D, C D L bis sumptis. Sed angulus C L D (externus triangulo A L B) æqualis est duobus angulis L A B, L B A, & proinde C L D bis sumptus, æqualis L A B & L B A bis sumptis; quare C K H, C H K æquales sunt angulo C D L, una cum L A B & L B A bis sumptis. Angulus autem C K H æqualis est angulo L A B semel sumpto, una cum A B K, hoc est unâ cum L B A bis sumpto; quare angulus C H K æqualis est reliquo C D L (hoc est angulo ad D) bis sumpto, & angulo L A B (hoc est angulo ad A) semel sumpto. Quod erat probandum.

Coroll. Si duæ rectæ convergentes, ut I C, M B incidant in circuli circumferentiam ex parte concava, earum reflexæ ut C H, B H concurrent in angulo H, qui sit æqualis duplo angulo D, unâ cum angulo A, quem faciunt incidentes productæ. Vel si incidentes sint H B, I C, quarum reflexæ C H, B M concurrunt in N, erit angulus C N B æqualis angulo D bis sumpto unâ cum angulo incidentium C K H. Nam angulus C N B æqualis est angulo H, (hoc est, angulo D bis sumpto,) unâ cum duobus angulis A, & N B H, hoc est K B A; sed anguli K B A, & A, æquales sunt angulo C K H. est ergo angulus C N B æqualis angulo D bis sumpto, unâ cum angulo C K H, quem faciunt incidentes I C, H B productæ ad K.

5. Si ab uno puncto incidant duæ rectæ in concavam circuli circumferentiam, facientes angulum minorem duplo anguli ad centrum, earum reflexæ concurrentes facient angulum qui additus angulo incidentium, æqualis fiet duplo angulo ad centrum. Nam à puncto A (in fig. 5.) incidant duæ rectæ A B, A C in concavam circuli circumferentiam, cujus centrum est D; sintque earum reflexæ B E, C E, concurrentes in E; sitque angulus A, minor duplo angulo D. Dico angulos, A & E, simul sumptos, æquales esse duplo angulo D. Secet enim A B recta rectam D C in G; & recta E C rectam D B in H. Est ergo angulus B H C æqualis duobus angulis E B H, & E; idemque angulus B H C, est æqualis duobus angulis D & D C H. Similiter angulus B G C æqualis est duobus angulis A C D & A. Idemque angulus B G C æqualis est angulis duobus D B G & D. Quare quatuor anguli E B H. E. A C D. A. sunt æquales quatuor angulis D. D C H. D B G. D. jam auferantur utrinque æqualia, inde quidem anguli E B H & A C D; hinc autem D C H, D B G (nam angulus E B H æqualis est angulo D B G. & angulus A C D æqualis angulo D C H) restabunt

bunt utrinque æqualia; nempe, inde anguli A & E; hinc angulus D bis sumptus; sunt ergo anguli A & E simul sumpti æquales duplo angulo D.

Coroll. Si angulus A sit major duplo angulo D, earum reflexæ divergent. Nam (per Coroll. propos. 3.) si angulus A æqualis sit duplo angulo D, reflexæ B E, C E erunt Parallelæ; sin minor, concurrent ut jam ostensum est; si ergo major, reflexæ B E, C E divergent, & per consequens ex altera parte productæ concurrent, facientes angulum tantum, quanto angulus A superat duplum angulum D, ut constat ex articulo quarto.

6. Si per unum aliquod punctum duæ quælibet chordæ inæquales ducantur, mutuò se secantes, vel intra, vel (productæ) extra circulum, centrum autem circuli inter eas positum non sit, & earum reflexæ concurrant ubicumque, non ducetur à puncto unde priores illæ duæ ductæ sunt, alia recta, cujus reflexa transeat per duarum priorum reflexarum concursum.

Per punctum A (in fig. 6.) ducantur duæ chordæ quælibet B K, C H inæquales, in circulo B C. Sintque earum reflexæ B D, C E, concurrentes in F. Circuli autem centrum non sit inter A B & A C; ducatur autem ab A puncto, alia recta quæcunque incidens in circumferentiam inter B & C, quæ sit A G. Dico G N, quæ transit per F, concursum reflexarum B D, C E, non esse reflexam incidentis rectæ A G. Sumatur arcus B L æqualis arcui B G, & recta B M æqualis rectæ A B, ductaque L M producatur ad peripheriam in O.

Quoniam jam B A, B M sunt æquales, & arcus B L arcui B G æqualis, & angulus M B L angulo A B G æqualis, erunt quoque A G, M L æquales, & producta G A ad circumferentiam in I, tota L O, toti G I æqualis. Sed L O major est quam G F N (ut mox demonstrabitur) quare etiam G I major est quam G N. Itaque anguli N G C, I G B non sunt æquales, non est ergo G F N reflexa incidentis A G; & proinde recta nulla (præter A B, A C) ducta per punctum A, incidensque in peripheriam B C, reflectetur ad punctum F, quod erat ostendendum.

Restat ut probemus L O majorem esse quam G N. Quod sic faciemus. L O. G N secant se mutuo in P, & P L major est quam P G. Quoniam ergo L P. P G :: P N. P O sunt proportionales, erunt duæ extremæ, L P, P O simul, id est, L O, majores quam P G, P N simul, id est quam G N. quod probandum restabat.

7. Quod

7. Quod si per idem punctum intra circulum ductæ sint duæ chordæ æquales, quarum reflexæ concurrunt in alio puncto, Duci potest inter eas alia recta per punctum prius, cujus reflexa transibit per punctum posterius.

In circulo C D sit, punctum A (in fig. 7.) per quod sint ductæ duæ chordæ æquales B C, E D, quorum reflexæ concurrentes in F sint C H, D I. Diviso deinde arcu C D bifariam in G, ducantur chordæ (per A & F) G K, G L. Dico chordæ K G, reflexam esse G L. Nam quatuor chordæ B C, C H, E D, D I, sunt omnes, per hypothesim, inter se æquales. quare arcus B C H, æqualis est arcui E D I; & angulus B C H, angulo E D I; & angulus A M C, verticali suo F M D; & recta D M, rectæ C M; & propterea etiam recta A C, rectæ F D; ductæ etiam chordæ C G, G D sunt æquales; & anguli F D G, A C G, qui sunt in segmentis G D I, B C G sunt æquales; quare rectæ F G, A G sunt æquales; ergo angulus F G D æqualis est angulo A G C, id est angulus incidentiæ, angulo reflexionis; est ergo rectæ incidentis K G, reflexa G L. quod erat probandum.

Coroll. manifestum est ex ipsa figuræ inspectione, quod si G non sit punctum medium inter C & D, reflexam G L non esse transituram per F.

8. Datis in circuli circumferentia duobus punctis, ita ad ea puncta duas rectas ducere, ut earum reflexæ sint parallelæ, vel ut contineant datum angulum.

Detur (in fig. 8.) circulus cujus centrum A, & in cujus circumferentia sint duo puncta B & C, sitque imperatum duas incidentes ad puncta B & C ita ducere à punctis extra circulum sumptis, ut earum reflexæ primo sint parallelæ.

Ducantur A B, A C, & incidens utcunque D C, cujus reflexa sit C F. Tum fiat angulus E C D duplus anguli A. Parallela autem rectæ E C ducatur H B, quæ producatur ad occursum D C productæ in I. Postremò productâ A B utcunque in K, ducatur G B, ita ut angulus G B K æqualis sit angulo H B K, eritque G B reflexa incidentis H B. Dico jam D C, H B esse incidentes quarum reflexæ C F, B G sunt inter se parallelæ.

Quoniam enim E C D angulus, anguli B A C est duplus, angulus H I C, ejusdem anguli B A C (propter parallelas E C, H B) duplus erit; quare F C, G B (reflexæ incidentium D C, H B) sunt parallelæ. Factum igitur est quod erat imperatum primum.

Secundo, imperatum sit duas rectas ita ad puncta B & C incidentes ducere, ut reflexæ earũ contineant datum angulum Z. Angulo E C D addatur hinc D C L æqualis semissi anguli Z, illinc angulus E C M æqualis angulo D C L, & rectæ C M ducatur recta B N parallela. Anguloque N B K æqualis fiat angulus K B O. Eritque B O Incidentis N B Reflexa. Postremò, Incidentis L C ducatur Reflexa C O, secans B O in O, faciensque angulum C O B. Dico angulum C O B æqualem esse angulo Z. Producatur N B donec occurrat productæ L C in P. Quoniam ergo angulus L C M æqualis est (per constructionem) duplo angulo A, unâ cum angulo Z, angulus N P L (qui angulo L C M, propter M C, N P parallelas, æqualis est) æqualis quoque erit duplo angulo A, unâ cum angulo Z. Cumque duæ rectæ O C, O B ductæ ab O, incidant in B & C, & Reflexæ earum L C, N B concurrant in P, angulus N P L æqualis erit duplo angulo A, unâ cum angulo C O P. Sed ostensum modo est angulum N P L æqualem esse duplo angulo A, unâ cum angulo Z. Quare angulus C O P angulo Z æqualis est. Datis ergo in circumferentia circuli duobus punctis, &c. Quod erat faciendum.

Quod si incidentes ita ducendæ sunt à puncto intra circulum, ut reflexæ earum contineant angulum datum Z, eadem utemur methodo, nisi quod angulus Z non jam angulo duplo anguli A addendus sit, sed ab eo auferendus.

9. Si recta incidens in circuli circumferentiam producatur ad semidiametrum, sitque pars ejus intercepta inter circumferentiam & semidiametrum æqualis parti semidiametri quæ est à puncto concursus ad centrum, erit reflexa ejus semidiametro parallela.

Sit circulus cujus centrum A (in fig. 9.) semidiameter quæcunque A B, incidatque in circumferentiam B D recta C D, quæ protracta secet A B in E, ita ut E D, E A sint æquales; incidentis autem C D reflexa sit D F. Dico A B, D F esse parallelas.

Ducatur A G per punctum D. Quoniam jam E D, E A, sunt æquales, erunt anguli E D A, E A D æquales, sunt autem anguli F D G, E D A æquales (uterque enim dimidium est anguli E D H vel F D C) sunt ergo anguli F D G, E A D æquales, & proinde D F & A B sunt parallelæ. Quod erat probandum.

Coroll. si E A major sit quàm E D, tunc D F, A B protractæ concurrent; sin E A minor sit quam E D, tunc B A, D H protractæ concurrent.

10. Si à puncto intra circulum ducantur duæ rectæ incidentes

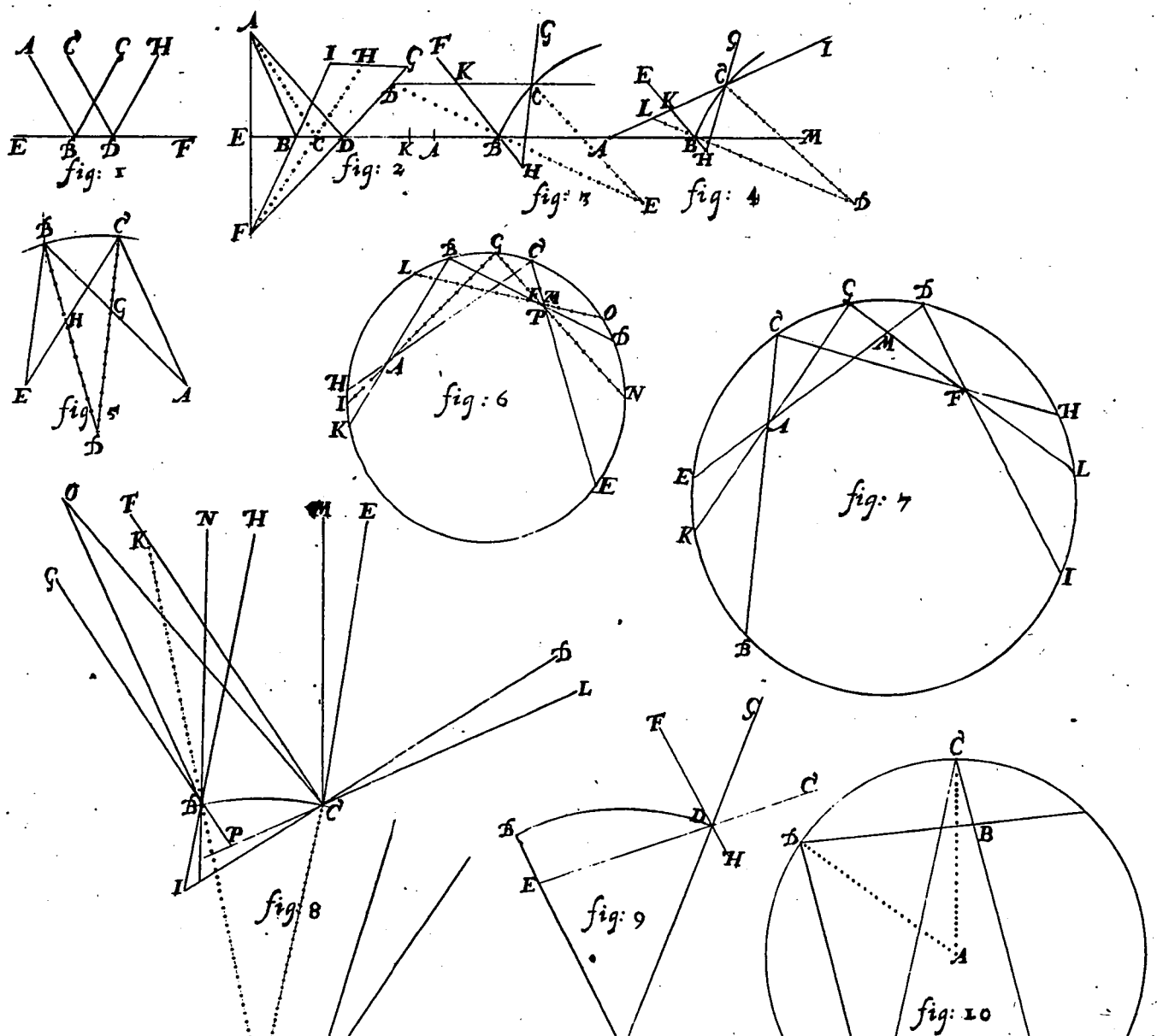


fig: 1
fig: 2
fig: 3
fig: 4
fig: 5
fig: 6
fig: 7
fig: 8
fig: 9
fig: 10

dentes in circuli circumferentiam, quarum reflexæ coeunt in ipsa circuli circumferentia, angulus quem continent Reflexæ, erit tertia pars anguli quem continent Incidentes.

In circulo cujus centrum A, (fig. 10.) sit punctum B, à quo ducantur duæ rectæ B C, B D, ad circumferentiam, quarum reflexæ C E, D E coeunt in circumferentia ad punctum E. Dico angulum C E D esse anguli C B D partem tertiam.

Ducantur A C, A D. Quoniam jam anguli C E D, C B D simul sumpti æquales sunt duplo C A D (ut ostensum est art. 5.) Duplus autem angulus C A D, quadruplus est anguli C E D, erunt anguli C E D, C B D simul sumpti æquales angulo C E D, quater sumpto. Dempto igitur utrinque angulo C E D restabunt æquales anguli C B D, & C E D ter sumpti, est ergo angulus C B D, anguli C E D triplus, id est, C E D est tertia pars anguli C B D, quod erat demonstrandum.

Coroll. Dato ergo puncto in plano Circuli, duæ rectæ ab eo ita duci possunt ad circumferentiam ejus, ut earum Reflexæ concurrant etiam in circumferentiâ. Fit enim hoc anguli C B D trisectione. Quomodo autem datus angulus trisecatur, demonstrabitur capite proximè sequente, articulo tertio.

Caput XX.

De Dimensione Circuli, & Arcuum sive Angulorum Sectione.

1. Quadratura Circuli falsa ex falsa hypothesi. 2. Inventio rectæ arcui quadrantis tam prope æqualis quàm quis velit. 3. Omnimoda Sectio anguli, & quadratura Circuli vera. 4. Quadratura Sectorum & Segmentorum. 5. Recta Spiralis Archimedea æqualis. 6 Digressio de Analytica Geometrarum.

1. Sit Quadrans circuli (in fig.1.) inscriptus in quadrato, sitque arcus B I grad. 30, & sinus ejus M I semiradius. Dividantur tum recta M I, tum arcus B I, quadrifariam, hic in punctis M, N, O; illa in P, Q, R. Per punctum N parallela rectæ B C ducatur S T æqualis chordæ arcûs B I; eritq; S T, bisecta in N. Ductæ rectæ I T, O N producantur utrinque, secantes B C, altera in V, altera in Y. Cum ergo S T, M I similiter sunt divisæ, concurrent B A, Y Q, V I, in eodem puncto, quod sit *q*. Si jam ducta *q* P transeat quoque per L & sic perpetuò rectæ ductæ à *q* dividant M I rectam proportionaliter, erit B V æqualis arcui B I.

Cùm enim rectæ B V, M I, & arcus B I dividantur à recta N Y in easdem rationes, rectæ autem B V, M I, à rectis per ipsas ductis à *q*, siquidem eædem rectæ secent quoque arcum B I illis proportionaliter, necesse est rectam B V arcui B I esse æqualem. Transibit enim *q* P per L & X; eritque B X ad B V, ut B L ad B I, & ut B I ad B L. Et quoniam si bisectio rectæ M P procedat quantum procedere potest, etiam minimæ partes tam arcûs B I quam rectarum B V, M I erunt semper à rectis ductis à *q* sectæ in easdem rationes; si per punctum L ducatur *a c* terminata utrinque in rectis M B, I V, & parallela B V, erit ut M I ad M P, ita *a* L ad *a c*. Major autem est B V quàm *a c*, id est, quàm quatuor sinus quartæ partis arcûs B I. Similiter si recta à puncto *q* abscindat partem ipsius M I quantulamcunque, abscindet quoque eandem partem in B I, donec tandem ipsum punctum B sit tum arcûs tum sinûs pars eadem. Ut autem B V major est quam A C, ita eadem B V major est quam sinus omnium punctorum quæ in arcu B I intelligi possunt, ut quorum aggregatum terminabitur in rectis M B, I V. infra B V. Minor ergo non est B V quam arcus B I Sed neque major. Sit enim B T æqualis arcui B I, minor tamen quam B V. Terminabitur ergo aliqua parallelarum in M B, I V infra B V, quæ secabit arcum B I; fietque ut sinus & arcus finitarum magnitudinum sint inter se æquales. Quod est impossibile.

Quoniam autem possibile est ducta perpendiculari L *q* P producta ipsam secet supra L, possibile quoque est ut *a* L major sit quam quarta pars rectæ *a c*. Non est ergo demonstratum B V rectam æqualem esse arcui B I. Deberent enim omnes parallelæ inter B V & M L proportionaliter secari in sedibus propriis. At rectam B V arcui B I præcisè æqualem esse penè edidissem pro demonstrato, nisi me præpropera malevolorum insultatio cohibuisset, fecisset que ut rem examinarem diligentiùs cum amicis.

2. Perimetrum circuli ita numeris Geometræ determinare possunt, ut minùs à vero aberrent quorunque errore proposito. Videamus autem an ductu linearum rectarum fieri possit idem. Sit ergo (in fig.2.) B D arcus quadrantis inscripti in quadrato A B C D divisus bifariam in E. Centro autem B, ducatur arcus C F grad. $22\frac{1}{2}$; intelligaturque arcus B E esse immobilis, & tam arcus B E quam tangens B C transmitti tanquam per annulum in puncto B, ita ut contineantur ne possint disjungi. Super centrum ergo B radius B C, motus uniformiter per arcum C F, faciet ut annellus eodem tempore percurrat etiam uniformiter arcum B E. Ex concursu ergo duorum, motuum quorum alter est à B ad A rectus, alter à C ad B circularis, uterque uniformis, in tempore dato quod sit C F, describetur arcus B E uniformiter. A puncto F ducatur ad B C perpendicularis F G, & per F, recta H I parallela & æqualis rectæ B C. Ducatur H C secans B F in K, & per K ducatur L M rectæ B C, parallela & æqualis; intelligaturque punctum B libere & uniformiter moveri in tempore C F, simulque descendere parallelas B C ad H I. Perveniet ergo punctum B per concursum horum motuum ad punctum I. Motus ergo quo generatur arcus B E, & motus quo generatur recta B I, habent

habent eandem longitudinem B C, & æquales latitudines B I, F G, perficiuntque eodem tempore C F. Differunt autem in eo, quod in generatione arcûs B E motus est circularis. Itaque cùm in motu per B C terminus B quiescit dum generatur B E, ac dum generatur B I uterque terminus B & C movetur, major fiet B I quàm arcus B E.

Perficiatur centro B arcus quadrantis C A, qui dividatur bifariam in e, & producatur A e ad arcum B D in f; ducaturque rectæ A D parallela recta b f occurrens rectæ C D in x. Ducta ergo A x æqualis est rectæ B I, & triangulum A D x æquale & simile triangulo H I C. Transferatur ergo triangulum A D x in triangulum H I G, & ex duobus motibus rectæ H I ad B C, & B H ad C I, generabitur motus per H C; quemadmodum ex duobus motibus per B C & C I generabitur motus per B I. Quoniam autem motus rectæ H I ad B C motui rectæ B C ad H I est contrarius, effectus amborum ubi sibi mutuo occurrunt, id est, intra triangulum K C I, quantum attinet ad motûs compositionem, destruitur. Restant ergo factæ tres rectæ B K, H K, & K M. Similiter, si ducatur alia chorda quæcunq; B T, quæ producatur ad arcum C A in V, ducaturque V X parallela rectæ F I, terminata in C D ad X, & producta ad B A in Y, ducaturque B X secans arcum T S in m, per motum compositum ex motibus per Y X, X C, & per motum compositum ex motibus per B C & C I, orietur recta tantum superans B X quantus est semiradius K M, (nam propter contrarietatem motûs rectæ Y X ad B C, motui rectæ B C ad Y X, tollitur uterque motus intra triangulum K I C, restatque motus per K M ad motûs quidem compositionem inutilis, ipse tamen per se computandus) superat autem B X chordam B T tantum quanta est recta m X. Centro B, radio B X ducatur arcus X y, & rectæ B y adjiciatur semiradius y Z. Per motum ergo compositum ex motibus Y X ad B C, & Y B ad X C; & per motum compositum ex motibus rectæ B C, ad Y X, & B Y ad C X nascetur linea B Z, addens chordæ B T vel B S rectam S Z æqualem duabus, rectis m X & K M; atque ita semper fit in quâcunque chordâ.

Sumatur arcus B n non major quâ B E & producatur ad arcũ C A in o ductaq; o p parallela B C, jungatur B p, eamq; arcus radio B n descriptus secet in r; erit r p unà cum semiradio major quàm chorda B r. Rursus ductâ chordâ B b, quæ æqualis

sit radio, ducatur b d rectæ B C parallela, & jungatur B d secans arcum C A in g; eritque g d unà cum semiradio minor quàm radius, id est, quam chorda B b. Applicari ergo potest chorda in arcu B D alicubi, ita ut ipsa augmento suo fit æqualis. Ubi autem hoc fit, ibi est chorda æqualis arcui B E.

Crescente enim altitudine triangulorum B C I & H I C, tum ea quæ componitur ex chordâ & interjecta & semiradio perpetuò crescit, crescitque etiam ipsa chorda; eodem autem tempore decrescit ea quæ fit ex interjectâ & semiradio. Impossibile ergo est unquam ita augeri totam ex chordâ, interjectâ, & semiradio, ut fiat chordæ dupla, nisi ea quæ componitur ex interceptâ & semiradio sit chordæ æqualis.

Supposito enim quod B T sive B m, id est, B S sit æqualis arcui B E, erit dupla B S, id est, B R tantò major quàm semiradius R Q quanto B Q major est quam B S vel B T. Sunt ergo B Q, B X æquales, & B T æqualis rectæ m X unà cum semiradio Q R.

Jam radio B C posito 10000000, notus erit C I sinus gr. $22\frac{1}{2}$ nempe 3826834. Quadrati autem compositi ex duobus quadratis à B C, C I, latus est B I (nempe 10707224) æquale B Q; cui additus semiradius Q R, facit 15707224, qui numerus intra terminos jam est ab Archimede positos, minor tamen quàm arcus B D; & recta C Q minor quàm excessus arcûs B D supra tres semiradios. Dividatur B R bifariam in S, & centro B radio B S ducatur arcus S T secans arcum B D in T, ducaturque recta B T, producaturque ad arcum C F productum in V, & fiat V X parallela F I, & centro B radio B X ducatur arcus X y secans B R in y, & rectæ B y adjiciatur semiradius y Z; eritque B Z quæ major est quàm B R, minor tamen quàm arcus B D; est enim B R minor quàm arcus B D; quare & B S sive B T minor est quam arcus B E. Itaque composita ex m X & semiradio, id est, tota S Z major est quam B E. Rursus Z B secetur bifariam in α, B α longior erit quàm B S tantò quanta est semissis rectæ R Z (quæ jam est quantitas insensibilis) arcusq; radio B α ductus secabit arcum B D ultra T in γ, cadetq; producta B γ in arcum C A infra V, & ducta inde rectæ B C parallela secabit C D infra X, & recta ducta à B ad punctum intersectionis ejus quæ est infra X major erit quàm B y, additoque semiradio, tota linea B y, unà cum semiradio major erit quàm B Z. Quapropter, ea quæ

componitur ex interceptâ & semiradio major est adhuc quam chorda, id est, quam semissis rectæ B Z. Minor ergo est semissis rectæ B Z quam arcus B E. Similiter si ultima illa recta quæ major est quam B *a* duplicata secetur bifariam, orietur chorda adhuc major, sed quam intercepta unà cum semiradio superabit; & proinde etiam chorda hæc minor erit quam quæ fit ab interceptâ & semiradio, & per consequens minor etiam quam arcus B E, sed multò magis insensibiliter. Potest ergo dari recta quam arcus quadrantis B D superet quidem, minore autem excessu quam sit data quælibet quantitas minima; hoc est, tam exactè arcui B D æqualis, ut error major non sit quam quantum ipse vis.

Coroll. Inventâ ergo B *a* æquali arcui B E rectangulum sub B *a*, B C æquale est areæ quadrantis A B C; & proinde, si inter B *a*, B C sumatur media proportionalis, erit ea media latus quadrati eidem areæ æqualis; eadem autem media duplicata latus erit quadrati æqualis circulo cujus A B est radius. Quæ est Quadratura circuli.

Scio Authorem libelli famosi cui titulus Vindiciæ Academiarum, quicunque celato nomine is fuerit, Academiarum quas nunquam læsi ineptum Vindicem, accusaterem meum mendacem, promissas mihi laudes non præstiturum, sed dicturum non deberi. Libenter autem illis careo, vel si debeantur condono; laudari ab homine illis moribus quam vituperari aliquanto minùs honestum esse judicans. Nam quem non norit, eum Iracundum, Plagiarium, Religionis inimicum, scripto in publicum edito appellare, etiamsi verum esset quod objicitur, tamen quia id nescit, nec prætendit scire præterquam ex auditu, quem facile fingere ipse potuit, & cum non ex quo audierit dicat, finxisse videtur, facere est, non dicam stultè, sed (etsi nulla nequitia sine stultitia est) sceleratè.

3. Arcũ circuli sive angulum datũ secare in datâ ratione Describatur arcus *a b* (in fig. 3) tertia pars arcûs quadrantis, seceturque bifariam in *c*; secetur quoque chorda *a b* bifariam in *d*. Juncta ergo *c d* erit chordæ *a b* perpendicularis. Per punctum *c* ducatur recta ipsi *a b* parallela, in quâ sumantur utrinque rectæ *c f*, *c g* arcubus *c a*, *c b* utraque utrique æquales; ductæque *f a*, *g b*, & productæ secabunt *c d* productam in uno & eodem puncto, propterea quod rectæ *c f*, *c g* rectis *d a*, *d b* proportionales sunt & parallelæ. Sit punctum concursus *q*, sumaturque recta *c h* æqualis quartæ parti radii, & ducatur *h i* rectæ *c f* perpendicularis, secans *f q* in *i*, ducaturque *i k* rectæ *h c* parallela secans *c q* in *k*; eruntque *c h*, *i k* inter se æquales. Dividatur *i k* quadrifariam in *l*, *m*, *n*; constitutoque super *i l* triangulo æquilatero *i l o* centro *o* ducatur arcus *i l*, quæ est quarta pars arcûs *k c*; sumptâque *f p* quartâ parte rectæ *c f*, erunt *f p* recta & arcus *i l* inter se æquales. Ducta ergo *p l* & producta incidet in punctum *q*. Similiter divisa *c p* trifariam in *r* & *s*, & descriptis arcubus *l m*, *m n*, *n k*, singulis arcui *i l* æqualibus, ductæ *r m*, *s n* incident quoq; productæ in punctum *q*; eruntque arcus *i l*, *l m*, *m n*, *n k*, tum totidem quartis partibus arcûs *a c*, tum etiam rectis *f p*, *p r*, *r s*, *s c* singuli singulis æquales. Si jam puncta *i*, *l* intelligantur moveri in rectis *i f*, *l p*, arcûs *i l*, extendetur & ponetur in rectâ *f p* sibi æquali. Similiter cæteri arcus *l m*, *m n*, *n k* per motum in rectis *l p*, *m r*, *n s*, *k c* extendentur plenè in *p r*, *r s*, *s c*; dividentque omnes rectæ ductæ à *q* parallelas *c f* & *a d*, cæterasque omnes quæ terminabuntur in rectis *q f*, & *q c* proportionaliter. Secetur arcus *a c* bifariam in *t*, & per punctum *t* ducatur recta *v x*, rectis *f c*, *a d* parallela, secans *c d* in *x*, & *a f* in *v*. Si jam *q r* transit per *t*, arcus *a c* & recta *v x* secantur in easdem rationes, quia *v x* dupla erit *x t*. Sin non transeat *q r* per *t*, ducta *m t* producatur ad *c f*. A duobus ergo moribus per *m t*, *k c*, ponentur *m* & *k*, in *c* & *t*, nec dum plenè ibi extendentur duo arcus *m n*, *n k*. Quare in producta *m t* (stante puncto *c*) extendentur tandem in sibi æqualem, id est, in *x r*. Cadet ergo *x t* producta in *m*. In eadem ergo sunt recta *m t* & *q r*. Eodem modo si sumatur *z β* sinus quartæ partis arcûs *c a*, & producatur ad *a f* in *y*, erit *z y* ad ipsum sinum quadruplus. Similiterque ostendi potest totum arcum *c a*, & totum item arcum *c b*, à rectis quæ ducuntur à puncto *q* secari ubique in easdem rationes in quas secantur rectæ *g f*, *a b* & cæteræ ipsis parallelæ quæ terminantur in rectis *q g*, *q f*.

Datur ergo secare arcũ *a b* & rectã *f g* proportionaliter. Datã autẽ rectã quamlibet dividere datur in ratione quâcunq; datâ. Quare datur quoque dividere arcum non majorẽ quàm tertiæ pars arcûs quadrantis in datâ ratione. Sed etsi major sit datus arcus quàm *a b*, dividi tamen potest in datâ ratione, siquidem primo ipse arcus *a b*, deinde etiam excessus ita dividatur.

tur. Datur ergo dividere datum arcum in ratione datâ; quæ est angulorum sectio universalis: quod erat faciendum.

Consectarium. Quoniam rectæ *xy*, *xv*, *da* dantur tum magnitudine tum positione, terminantuque in rectis *qf*, *qc*, datur tum punctum *q* tum recta *cf*. Inventa est ergo recta exactè æqualis arcui *acb*; & proinde toti circuli perimetro; & areæ ciculi æquale quadratum. *Et laudes mihi tuæ deberentur (Vindex) nunc, nisi noluissem.*

Ex angulorum sectione facile est Sectori cuilibet æquale invenire quadratum. Nam rectangulum sub radio, & ea rectâ quæ æqualis est semissi arcûs sectoris æquale est Sectori. Rectangulo autem cuilibet æquale exhiberi potest Quadratum.

Datur item Triangulo, cujus basis est chorda arcûs Sectoris nota, construere æquale Quadratum. Quare etiam segmento quod continetur intra arcum & chordam, Quadratum æquale dari potest.

4 Cognita longitudine Perimetri, cognoscitur quoque recta quæ spiralem in circulo descriptam contingit in fine conversionis primæ.

Sit enim (in fig. 2.) centro A descriptus circulus BCDE, & initio A, fine B ducta sit spiralis Archimedea AFGHB. Ducatur per centrum A recta CE secans diametrum BD ad angulos rectos, & producatur ad I, ita ut AI æqualis sit perimetro BCDEB; Juncta ergo IB tanget spiralem AFGHB in B. Demonstratum enim est ab Archimede in Spiralibus.

5 Datæ spirali AFGHB rectam æqualem invenire.

Recta AI, æqualis perimetro BCDE, secetur bifariam in K, & sumpta KL æquali radio AB compleatur rectangulum IL. Intelligatur rectam quidem ML esse axem, rectam autem KL esse basin Parabolæ cujus linea curva sit MK. Concipiatur punctum M ita moveri à concursu duorum moventium, quorum alterum ab IM ad KL ita moveatur, ut velocitas ejus continuè crescat in eadem ratione cum temporibus; alterum verò ab ML ad IK uniformiter, ita ut motus utereque incipiat in M, & desinat in K. Ostensum est à Galilæo, motu illo puncti M describi curvam lineam parabolæ. Rursus concipiatur punctum A moveri uniformiter in recta AB; eodem autem tempore abripi à motu circulari omnium punctorum inter A & B, super centrum A; motu hoc describi helicem AFGHB demonstravit Archimedes. Quoniam ergo circuli istorum

orum omnium motuum sunt concentrici in A, & interior eriore semper minor est in ratione temporum quibus motu iformi transitus fit per AB, etiam velocitas motus circu ris puncti A, continuè crescet in ratione temporum propter escentes circulos. Eousque similis est generatio parabolicæ K, & spiralis AFGHB.

Sed motus per AB uniformis concurrens cum motu circulari perimetris omnium circulorum concentricorum describit culum cujus centrum est A, perimeter BCDE; est ergo culus ille (per cap. 16. art. 1. Coroll.) aggregatum omnium simul velocitatum puncti A dum describit spiralem FGHB; & rectangulum IKLM aggregatum velocitatum simul omnium quibus punctum M describit curvam MK; quare est ut tota velocitas quæ describitur parabolica MK ad tam velocitatem qua describitur eodem tempore helice FGHB, ut rectangulum IKLM ad circulum BCDE, est, ad triangulum AIB, sed quia AI secatur bifariam in & rectæ IM, AB sunt æquales, æqualia quoque sunt rectangulum IKLM, & triangulum AIB. Itaque æquali velocitate, & tempore æquali describuntur helice AFGHB, & parabolica MK: ipsæ ergo lineæ spiralis & parabolicæ sunt quales. Sed (cap. 18. articulo 1.) inventa est recta cuilibet parabolicæ æqualis; datæ ergo spirali Archimedeæ primæ evolutionis inventa est æqualis recta. Quod erat faciendum.

6 Capite sexto differens de Methodo, id quod de Analytica Geometrarum illo loco dicendum erat, quia cum ibi essem, de meis, superfluoibus, fallidis, æquali, inæquali, nondum mentionem ferebam, nec proinde intelligi poterant, visum est alii quasi per differre; Itaque id quod de ea sentio dicam hoc loco. Analysis ergo est ex terminorum alicujus dicti quod pro vero supponimus definitionibus, & rursus ex terminorum illarum definitionum definitionibus ratiocinatio perpetua, donec ad notas aliquas veritatis sit, quorum compositio est veritatis vel falsitatis dicti suppositi demonstratio. Atque ea ipsa compositio sive demonstratio id ipsum est quod appellatur Synthesis. *Analytica* itaq; est ars ratiocinandi à Supposito ad Principia, id est, ad propositiones primas vel ex primis demonstratas, quot sufficiunt ad Suppositi Veritatem vel Falsitatem demonstrandam. Synthetica autem ars ipsa demonstrandi.

Synthesis ergo & *Analysis* aliter quâ ut prorsum & retrorsum

tur. Datur ergo dividere datum arcum in ratione datâ, quæ est angulorum sectio universalis: quod erat faciendum.

Consectarium. Quoniam rectæ xy, xv, da dantur tum magnitudine tum positione, terminantuque in rectis qf, qc, datur tum punctum q tum recta cf. Inventa est ergo recta exactè æqualis arcui acb; & proinde toti circuli perimetro; & areæ ciculi æquale quadratum. *Et laudes mihi tuæ deberentur (Vindex) nunc, nisi noluissem.*

Ex angulorum sectione facile est Sectori cuilibet æquale invenire quadratum. Nam rectangulum sub radio, & ea recta quæ æqualis est semissi arcûs sectoris æquale est Sectori. Rectangulo autem cuilibet æquale exhiberi potest Quadratum.

Datur item Triangulo, cujus basis est chorda arcûs Sectoris nota, construere æquale Quadratum. Quare etiam segmento quod continetur intra arcum & chordam, Quadratum æquale dari potest.

4 Cognita longitudine Perimetri, cognoscitur quoque recta quæ spiralem in circulo descriptam contingit in fine conversionis primæ.

Sit enim (in fig. 2.) centro A descriptus circulus BCDE & initio A, fine B ducta sit spiralis Archimedea AFGHB. Ducatur per centrum A recta CE secans diametrum BD ad angulos rectos, & producatur ad I, ita ut AI æqualis sit perimetro BCDEB; Juncta ergo IB tanget spiralem AFGHB in B. Demonstratum enim est ab Archimede in Spiralibus.

5 Datæ spirali AFGHB rectam æqualem invenire.

Recta AI, æqualis perimetro BCDE, secetur bifariam in K, & sumpta KL æquali radio AB compleatur rectangulum IL. Intelligatur rectam quidem ML esse axem, rectam autem KL esse basin Parabolæ cujus linea curva sit MK. Concipiatur punctum M ita moveri à concursu duorum motuum quorum alterum ab IM ad KL ita moveatur, ut velocitas ejus continuè crescat in eadem ratione cum temporibus; alterum verò ab ML ad IK uniformiter, ita ut motus uterque incipiat in M, & desinat in K. Ostensum est à Galilæo, motu illi puncti M describi curvam lineam parabolæ. Rursus concipiatur punctum A moveri uniformiter in recta AB; eodem autem tempore abripi à motu circulari omnium punctorum inter A & B, super centrum A; motu hoc describi helicem AFGHB demonstravit Archimedes. Quoniam ergo circuli istorum

istorum omnium motuum sunt concentrici in A, & interior exterior semper minor est in ratione temporum quibus motus uniformis transitus fit per AB, etiam velocitas motus circularis puncti A, continuè crescet in ratione temporum propter crescentes circulos. Eousque similis est generatio parabolicæ MK, & spiralis AFGHB.

Sed motus per AB uniformis concurrens cum motu circulari in perimetris omnium circulorum concentricorum describit circulum cujus centrum est A, perimeter BCDE; est ergo circulus ille (per cap. 16. art. 1. Coroll.) aggregatum omnium simul velocitatum puncti A dum describit spiralem AFGHB; & rectangulum IKLM aggregatum velocitatum simul omnium quibus punctum M describit curvam MK. Quare est ut tota velocitas quæ describitur parabolica MK ad totam velocitatem qua describitur eodem tempore helice AFGHB, ut rectangulum IKLM ad circulum BCDE, id est, ad triangulum AIB, sed quia AI secatur bifariam in K, & rectæ IM, AB sunt æquales, æqualia quoque sunt rectangulum IKLM, & triangulum AIB. Itaque æquali velocitate, & tempore æquali describuntur helice AFGHB, & parabolica MK: ipsæ ergo lineæ spiralis & parabolicæ sunt æquales. Sed (cap. 18. articulo 1.) inventa est recta cuilibet parabolicæ æqualis; datæ ergo spirali Archimedeæ primæ revolutionis inventa est æqualis recta. Quod erat faciendum.

6 Capite sexto differens de Methodo, id quod de Analytica Geometrarum illo loco dicendum erat, quia cum ibi essem, de lineis, superficiebus, solidis, æquali, inæquali, nondum mentionem ferebam, nec proinde intelligi poterant, visum est aliquantisper differre; Itaque id quod de ea sentio dicam hoc loco. Analysis ergo est ex terminorum alicujus dicti quod pro verò supponimus definitionibus, & rursus ex terminorum illarum definitionum definitionibus ratiocinatio perpetua, donec ad notæ aliquid veniatur sit, quorum compositio est veritatis vel falsitatis dicti suppositi demonstratio. Atque ea ipsa compositio sive demonstratio id ipsum est quod appellatur Synthesis. *Analytica* itaq; est ars ratiocinandi à Supposito ad Principia, id est, ad propositiones primas vel ex primis demonstratas, quæ sufficiunt ad Suppositi Veritatem vel Falsitatem demonstrandam. Synthetica autem ars ipsa demonstrandi.

Synthesis ergo & *Analysis* aliter quâ ut prorsum & retrorsum

non

non differunt; utrumque autem comprehendit Logistica. Itaque in Quæstionis seu Problematis cujuscunque Analysi & Synthesi, terminos oportet omnium propositionum esse Convertibiles, vel si hypotheticè enuncientur, non modo ex veritate Antecedentis veritatē Consequentis, sed & contra ex veritate Consequentis Antecedentis veritatem inferri necesse est. Alioqui quando resolvendo ventum est ad Principia, nullus componendo recursus fiet ad quæsitum. Nam qui in Analysi priores, in Synthesi termini posteriores erunt. Ut quando dicimus resolvendo, Rectangula hæc æqualia sunt, ergo eorum latera reciprocè proportionalia sunt, componendo dicere necessariū erit, Latera hæc reciprocè sunt proportionalia, ergo & rectangula ipsa inter se æqualia; id quod dici non posset, nisi *habere latera reciprocè proportionalia*, & *Rectangula esse æqualia* termini essent Convertibiles.

In omni autem Analysi duarum quantitatum ratio quæritur, per quam quæsita quantitas, ad sensum (descripta figura) exponi potest. Nam Expositio illa finis est & solutio quæstionis, sive Problematis Constructio. Et quoniam Analysis est ratiocinatio à supposito ad Principia, id est, ad Definitiones, vel ad Theoremata priùs nota, eademq; ratiocinatio tendat ultimò ad aliquam æquationem, finis resolvendi nullus est donec ad ipsa æqualitatis & inæqualitatis causas, vel ad Theoremata ex illis causis antè demonstrata, eaq; ad quæsiti demonstrationem satis multa deveniatur.

Quoniam autem finis Analyticæ constructio est Problematis possibilis, vel detectio impossibilitatis; oportet Analystam si problema sit possibile, non antè consistere, quam pervenerit ad ea in quibus continetur causa efficiens ejus quod construendum est. Consistere autem in propositionibus primis necessarium est; eæ autem definitiones sunt. In iis ergo definitionibus contineri debet causa efficiens constructionis; constructionis, inquam, non conclusionis demonstratæ. Nam conclusionis quidem causa continetur in præmissis propositionibus, id est, veritas dicti probati inest in dictis quæ probant. Causa autem constructionis est in ipsis rebus, & consistit in motu vel concursu motuū. Propositiones ergo in quibus desinit Analysis definitiones sunt, sed tales quibus significatur modus quo res ipsa construitur sive generatur. Nam alioqui revertendo per Synthesin ad Problema probandum nulla erit demonstratio. Demonstratio enim non est quæ non est scientifica. Scientifica autem

autē non est nisi quæ ex cognitione procedit causarū quibus constructio Problematis efficitur. Itaq; ut colligamus quæ dicta sunt in brevissimū compendium, *Analysis est ratiocinatio à supposito constructo, vel facto ad facti sive constructi causā efficientem vel multas coefficientes.* Ut & Synthesis *ratiocinatio est à causis primis constructionis per media ad ipsū factū perpetua.*

Sed quoniam multi modi sunt quibus eadē res generari, sive problema construi possit, non omnes Geometræ, nec idē Geometra semper, eādem methodo usi sunt. Nam si imperetur datæ cuidā quantitati aliā construere æqualē, quæret aliquis an id fieri possit fingendo motū aliquē. Nam ex motu & tempore argui potest æqualitas & inæqualitas quarundā quantitatū, non minùs quā per congruentiam; & potest aliquo motu fieri ut duæ quantitates sive lineæ sive superficies, etsi altera recta altera curva sit, per extensionē congruant & coincidant; quā methodo usus est Archimedes in Spiralibus. Etiā ex consideratione ponderū, æqualitas inæqualitas ve inveniri & demonstrari potest, ut fecit idē Archimedes in Quadratura Parabolæ. Præterea æqualitas & inæqualitas invenitur sæpenumero ex sectione utriusq; quantitatis in partes quas considerant ut indivisibiles, ut fecit nostris temporibus Cavalerius Bonaventura, & idem Archimedes in multis locis. Idem deniq; fit considerando linearū potestates, vel potestatū latera, per multiplicationē, divisionē, additionē, substractionē, & laterū è potestatibus extractionē, vel inveniendo ubi terminantur rectæ ejusdem rationis. Exempli causa, termini omniū rectarū quotquot esse possunt ab aliqua linea recta ductarū & transeuntiū per idē punctū, si partes earum ab illo puncto sint in eādem ratione, desinent quoq; in unā lineā rectā. Idemque accidit puncto sumpto inter duos circulos, ità ut omniū istorū punctorū *loci*, sunt vel rectæ lineæ vel circumferentiæ circuli, & vocantur *loci plani*; ut termini rectarum parallelarum ad eandē rectā applicatarum cujus rectæ ad quam applicatæ sunt partes duplicatā habent rationē ejus quam habent inter se contiguæ applicatæ, omnes eorum termini erunt in sectione conicā, ea sectio ipsa eorum terminorum *locus* est, & dicitur *solidus*, quia servit ad eliciendā quantitatē æquationis constantis ex dimensionibus tribus. Itaq; tres sunt modi quærendi causam æqualitatis vel inæqualitatis inter duas datas quantitates, nimirùm per computationē *motuum*, quia motu & tempore æqualibus æqualia describuntur spatia; Ponderatio autē est

estimorus. Per *indivisibilia*, quia omnes simul partes æquantur toti. Et per *potestates*, quia latera æqualia sunt, quorum potestates sunt æquales; & contrà potestates æquales sunt quarum latera sunt æqualia. Sed in nullo horum modorum, certa statui regula potest, in quæstione aliquanto complicatiore, à quo potissimum ex ignotis supposito ordienda sit Analysis; neq; ex variis æquationibus quæ ab initio sese produnt, quæ nam potissimum sit eligenda; sed ingenio, scientiæ priùs acquisitæ, & partìm etiam fortunæ successus tribuendus est; nam tantus quisque pòst est Analysta quantus erat antè Geometra; Neq; regulæ Analyseos faciunt Geometram, sed Synthesis incipiens ab ipsis Elementis, & ad Elementa accedens logicus ipsorum usus. Vera enim traditio Geometriæ est per Synthesin, methodo quam docuit Euclides. Et qui Euclidem magistrum habet Geometra fieri potest sine Vieta (etsi Vieta erat Geometra planè admirabilis) sed qui Vietam magistrum habet sine Euclide non itèm.

Analyticæ autem ea pars quæ est per Potestates, etsi quibusdam Geometris (non illis ex primâ classe) ad Problemata omnia quæcunq; illa fuerint solvenda idonea visa est, angusta tamen res est. Nam continetur omnis in doctrinâ Rectangulorum, & rectangulis contentorũ solidorũ; adeò ut etsi venerint ad æquationem quæ quantitatẽ quæsitam determinat, in plano tamen eam quantitatem aliquando exhibere per Artem non possunt, sed in sectione aliquâ conicâ, id est, ut Geometræ dicunt, non Geometricè sed Mechanicè. Hujusmodi autem problemata solida appellant, & quando neq; ope sectionis conicæ exhibere eam possunt, problema appellant lineare. Itaque in quantitatibus angulorũ & arcuũ circuli usus Analyticæ per potestates nullus est. Antiqui igitur sectiones angulorum ultra bisectionem & bisegmentorum bisectiones in plano nisi Mechanicè exhibere impossibile esse pronuntiarunt. Nam Pappus (ante propositionem 31. libri 4.) distinguens & definiens Genera Problematum, *Alia quidem Plana, alia Solida, alia Linearia appellari* inquit. *Quæ igitur per rectas lineas, & circuli circumferentiam solvi possunt* (id est, quæ regula & circino, absque alio instrumento describi possunt) *meritò dicuntur plana; lineæ enim per quas talia problemata inveniuntur, in plano ortum habent. Quæcunq; verò solvuntur assumpta in constructionem aliquâ conisectione, vel etiam pluribus, Solida appellata sunt, quoniã ad constructionem, solidarũ figurarũ super-*

ficiebus

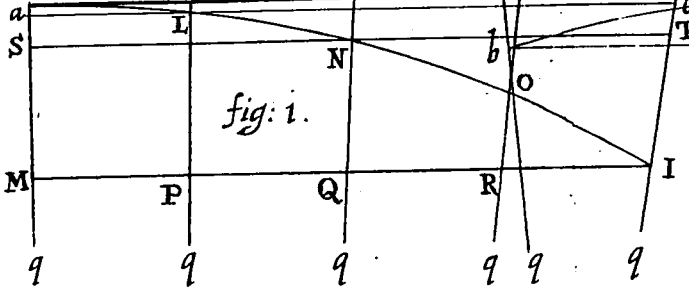


fig: 1.

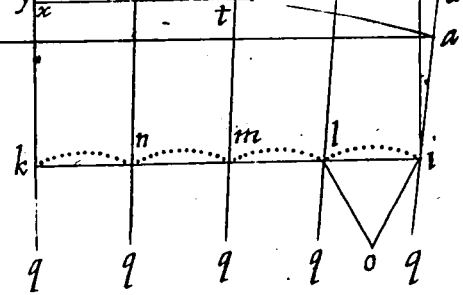


fig: 3.

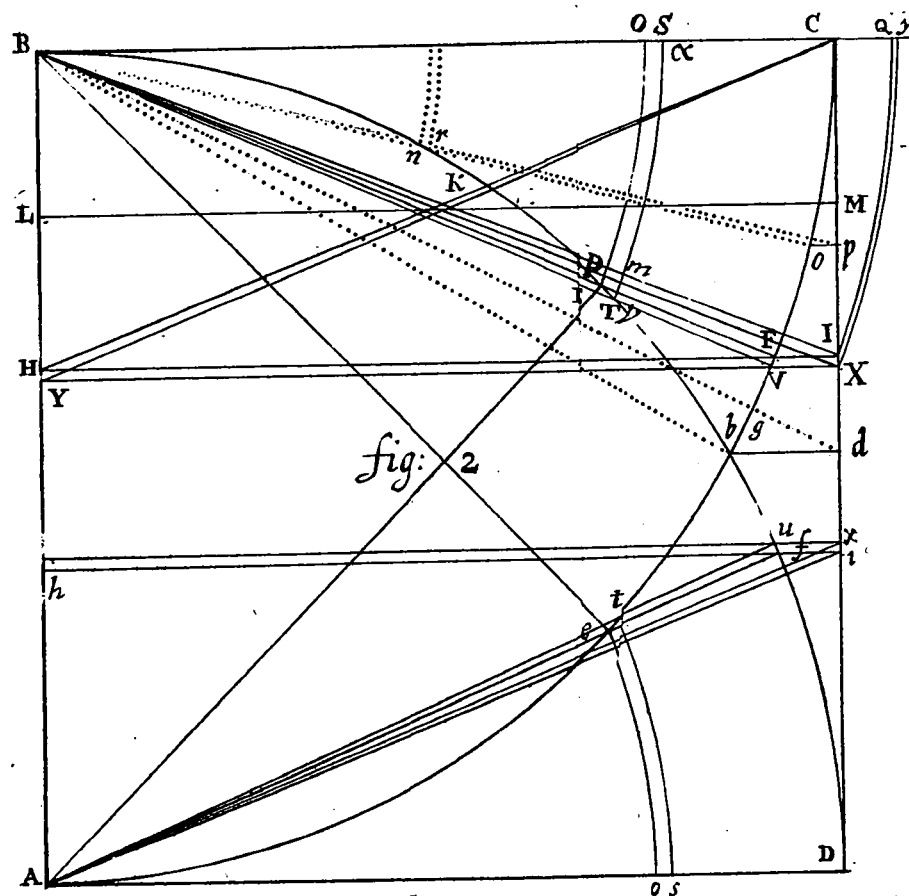


fig: 2

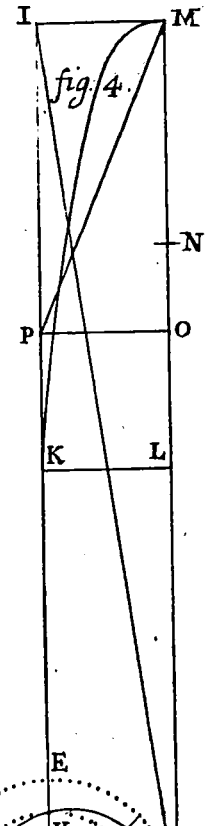


fig: 4.

ficiebus videlicet Conicis uti necessarium est. Relinquitur tertiũ genus quod lineare appellatur: Lineæ enim aliæ præter jam dictas in constructionem assumuntur, &c. & paulo post, *Ex hoc genere sunt lineæ helices, & quadratrices, & conchoides, & cissoeides. Videtur autem non parvum peccatum esse apud Geometras, cùm Problema planum per Conica vel Linearia ab aliquo invenitur.* Ponit autem anguli trisectionem inter solida & quinquisectionem inter linearia. Quid ergo? Geometræ antiqui qui ad rectam inveniendam areui circuli æqualẽ, per Quadraticem, & ipse Pappus qui per Hyperbolem invenit anguli dati trisectionem, an peccaverunt? Minimè. Nam utebantur antiqui analysi hac per potestates; & quæ per proximas fieri poterat, peccatum erat si facerent per remotiores; argumentum enim illud erat quod rei naturam non satis intelligerent.

Analyticæ per potestates virtus consistit in commutandis, versandis, vexandisq; rectangulis & Analogismis, & peritia Analystarum Logica est, quâ quicquid in conclusionis quæstiæ subjecto & prædicato latitat methodicè inveniri possit. Esto; Analyticæ, ut ita dicam, Γραφυγραφία, ars quidem non docendi neq; discendi Geometriam, sed inventa Geometrarũ celeritèr & compendiò in Commentarios redigendi. Nam etsi inter propositiones longè dissitas, facilis sit per Symbola discursus, an tamen is discursus, cùm fiat sine planarum rerum Ideis valdè utilis existimandus sit, certè nescio.

Cùm (post excusa hæc) tetragonismo, antecedenti posse adhuc aliquid objici animadvertissem, visum est potiùs de ea re Lectorem monere quam totius libri editionem diutius retardare. Placuit quoque ea stare quæ meritò pertinent ad Vindicem. Sed quæ de Dimensione Circuli & Angulorum pronuntiata sunt tanquam exactè inventâ, accipiat Lector, tanquam dicta Problematicè.

Caput XXI.

De Motu Circulari.

1. In motu simplice quælibet recta linea in Moto sumpta ita fertur ut vestigiis suis semper sit parallela. 2. Si motus sit circularis circa centrum manens, & in circulo Epicyclus, qui revolvitur in partes contrarias, ita ut æqualibus temporibus æquales fiant anguli, quælibet recta sumpta in Epicyclo ita feretur ut vestigiis suis semper sit parallela. 3. Motus simplicis proprietates. 4. Si liquidum moveatur motu simplice circulari, puncta quælibet in eo sumpta describent circulos suos in temporibus quæ sunt in ratione distantiarum à centro. 5. Motus simplex dissipat Heterogenea, congregat Homogenea. 6. Si circulus à movente motu simplice moto descriptus, circulo quem describit punctum ab ipso circumactum esset commensurabilis, redirent aliquando utriusque circuli puncta ad eundem situm. 7. Si Sphæra habeat motum simplicem, motus ejus magis dissipabit Heterogenea quanto remotior est à polis. 8. Motui liquidi circulari simplici si obstat corpus non liquidum, fiet motus expansionis per superficiem. 9. Motus circularis circa centrum manens, imposita circumferentiæ, nec adhærentia, projicit per Tangentem. 10. Mota motu circulari simplice, motũ generant circularem simplicem. 11. Si id quod ita motum est, habeat alteram partem duram, alteram fluidam, non erit motus ejus perfectè circularis.

1 MOtum *circularem simplicem* eum esse definivimus, in quo singula puncta singulis temporibus æqualibus singulos arcus describunt æquales. Itaq; in motu circulari simplice necesse est ut quæ in moto sumatur linea recta ea feratur sibi semper parallela. Quod sic ostendo. Sit primò (in fig.1.) recta quælibet AB sumpta in quolibet corpore solido; & centro quolibet C, radio CA ducatur arcus quilibet AD. Punctũ autẽ B intelligatur describere ad easdem partes arcum BE, ipsi AD similem & æqualem. Quo tempore igitur punctum A percurrit arcum AD, eodem tempore punctum B percurret arcum BE, supposito nempè puncta A & B eâdemo-

veri

veri celeritate. Itaque in fine ejusdem temporis erit tota AB in DE. Sunt ergo AD, BE æquales. Cúmque arcus AD, BE æquales sint, etiam subtensæ AD, BE rectæ æquales erunt. Est ergo quadrilaterum ABDE parallelogrammum. Fertur ergo AB sibimet ipsi parallela. Idem probari potest eadem methodo de quavis alia recta in eodem moto sumpta. Omninò igitur rectæ lineæ sumptæ in corpore motu circulari & simplice circumlato feruntur omnes sibimet ipsis parallelæ.

Coroll. 1. Manifestum etiam est contingere idem in quolibet simpliciter moto, etiamsi motus circularis non sit. Nam lineæ rectæ cujuslibet puncta singula describent lineas etsi non circulares, attamen æquales. Adeò ut si AD, BE curvæ, non essent arcus circulorum, sed Parabolarum, Ellipsium, aliarumve figurarum, nihilo minùs tum illæ tum subtensæ earum, tum etiam quæ ipsas conjungunt rectæ, æquales essent & parallelæ.

Coroll. 2. Manifestum etiam est, circulorum æqualium AD, BE radios (vel in Sphæris Axes) ita ferri ut sint semper vestigiis suis parallelæ. Ductâ enim ad centrum arcûs BE recta BF, quæ radio AC sit æqualis, ea & junctæ FE vel CD æqualis erit; & angulus BFE æqualis angulo ACD. Sit jam intersectio rectarum CA, BE ad G. Angulus ergò CGE (propter BE, AD parallelas) æqualis est angulo DAC. Sed & angulus EBF æqualis est eidem DAC. Æquales ergo sunt anguli CGE & EBF. Quare AC, BF, parallelæ sunt. Quod erat ostendendum.

2. Secundò, Sit datus circulus (in fig.2.) cujus centrum A radius AB. Et centro B radio quolibet BC descriptus sit Epicyclus CDE. Intelligatur autem centrum B circumagi circa centrum A, unáque totus Epicyclus CDE, donec coincidat cum circulo FGH, habente centrum I. Sitque angulus BAI quilibet datus. Interea vero revolvatur Epicyclus CDE super centrum proprium B, nimirum ab E ad C per D, dum centrum B promovetur ad I; idque secundum easdem rationes, id est, ita ut in utroque motu, temporibus æqualibus æquales fiant anguli. Dico Axem Epicycli (qui sit EC) ferri sibi semper parallelum. Fiat angulus FIG æqualis angulo BAI. Erunt ergo IF, AB parallelæ. Quantumque Axis AG discessit à loco suo priore AC (quem discessum metimur per angulum ipsum CAG, sive CBD, quem ipsi supponimus æqualem) tantum discessit eodem tempore Axis IG (idem qui BC) à situ suo. Quo tempore er-

go B C venit ad I G per motum à B ad I, super centrum A, eodem tempore veniet G ad F per motum in Epicyclo contrarium; id est, revolvetur G ad F, jacebitque I G in I F. Sed anguli F I G, G A C sunt æquales. Parallelæ ergo sunt A C, id est, B C & I G, id est, Axis sibimet ipsi in locis diversis. Fertur ergo Axis Epicycli E D C sibi semper parallelus. Quod erat probandum.

Coroll. Constat hinc duos illos motus quos ascribit telluri Nicolaus Copernicus annuos, recidere ambos ad hunc unum motum circularem simplicem, nimirum, per quem fit ut puncta Moti æquali semper ferantur velocitate; id est, ut æqualibus temporibus æquales absolvant circulos uniformitèr.

Sed & motuum circularium idem ut simplicissimus, ita & frequentissimus est; talis nimirum quali utuntur qui aliquid brachiis circumagunt, veluti qui molunt vel cribrant. Nam per hunc motum singula moti puncta describunt semper lineas æquales & similes; adeò ut qui regulam haberet e qua æqualitèr extarent multorum calamorum cuspides, is uno hoc motu multos posset versus simul exarare.

3. Explicato qualis sit motus simplex, explicabimus quoque aliquot ejus proprietates.

Primo, Corpus si feratur motu simplice in medio fluido & pleno, mutat situm partium omnium ambientis fluidi motui suo obstantium, etiam minimarum, ita ut in unumquemque locum novæ continuò subintrent fluidi particulæ.

Sit enim (in eâdem fig. 2.) corpus quodlibet K L M N, quod intelligatur moveri motu simplice circulari; & circulus quem unumquodque ejus punctum describit sit quantuscunque, puta quantus est ipse K L M N, itaque & ipsum centrum A, & quodlibet aliud punctum ejus, adeóque ipsum Motum accedet modo ad partes K modo ad partes M. Accedente autem moto ad K retrocedent partes liquidi ad loca posteriora. Itaque cùm spatium omne supponatur plenum, necesse est ut aliæ succedant. Similitèr fit versus L & M & N, & quaqua versum. Retrocedentibus autem partibus liquidi undequaque proximis, necesse etiam est regredi etiam partes illas quæ proximis sunt proximæ, & (supposito pleno) alias partes in earum loca subintrare; & sic deinceps in infinitum. Partes ergo omnes liquidi etiam minimæ locum mutant. Quod erat, &c. Manifestum hinc est motum simplicem, sive circularem, sive alium eorum quæ mota loca sua perpetuò repetunt, pro velocitate sua & linearum quas describunt majore

majore vel minore magnitudinè, vim habere majorem vel minorem partes obstantium corporum dissipandi. Potest autem & velocitas maxima in circuitu minimo, & minima in maximo intelligi, & si opus fuerit supponi.

4. Secundò, supposito motu hoc simplice in aëre, aqua, aliove liquido, partes ejus liquidi quæ corpori moventi proximè adhærescunt, circumferentur eodem motu, eâdemque velocitate; ita ut quo tempore punctum quodlibet moventis suum absolverit circulum, eodem tempore quælibet pars liquidi proximè moventi adhærens circuli sui describet partem circulo moventis integro æqualem. Describet inquam partem circuli, non circulum integrum; propterea quod omnes illæ partes motum suum habent à movente in circulo interiore concentrico, & sunt circulorum concentricorum exteriores interioribus semper majores; nec potest esse motus impressus à movente ullo velocior quam est motus imprimentis. Ex quo intelligitur quod partes ambientis liquidi à superficie moventis remotiores suos circulos absolvant in temporibus quæ sunt in ea inter se ratione quam habent inter se ipsarum à movente distantiæ. Punctum enim ambientis quodlibet dum corpus à quo circumfertur contingit unà cum ipso circumducitur, & (nisi quantum propter excessum circuli exterioris super interiorem à tergo relinquitur) eundem faceret circulum. Ita ut si supponatur in eo liquido, quod moventi proximum est, fluctuare aliquid non liquidum, circumferetur illud unà cum circumferente. Liquidum autem quod non est proximum sed (ut ita loquar) penè proximum, motum suum accipit à proximo, qui major esse non potest quam qui est in dante. Faciet ergo eodem tempore lineam, circularem quidem, sed non perimetrum integram, sed æqualem integræ perimetro moventis intimi. Itaque quo tempore movens describit suum circulum, id quod ipsum non continget, non describet suum, sed arcum sui, toti illius perimetro æqualem. Eâdem ratione cætera puncta remotiora describent eodem tempore suorum circulorum partes singulas circulo moventis integro æquales, & per consequens circulos suos integros in temporibus quæ sunt distantiis suis à movente proportionales: quod erat ostendendum.

5. Tertio, idem motus simplex corporis positi in medio liquido, ea quæ in eodem liquido naturalitèr fluctuant, siquidem Homogenea sint, congregat, sive in unum locum cogit; sin Heterogenea sint, separat & dissipat. Quod si Heterogenea non fluctuent

fluctuent sed sedeant, idem motus ea commovebit & confundet.

Cùm enim Corpora inter se dissimilia, id est, Heterogenea, non sunt dissimilia quatenus corpora, (nam ut corpora non differunt) sed per aliquam causam specialem, id est, per motus quosdam partium suarum minimarum, sive motum internum (ostensum enim est *Cap.9. Art.9.* omnem mutationem esse motum internum) habebunt Heterogenea differentes inter se motus internos sive specificos. Quæ autem sic differunt, motum ab externo communem dissimilitèr patiuntur. Quapropter non ferentur unâ, hoc est, dissipabuntur. Dissipata autem incident aliquando in corpora sibi similia, unâque cum ipsis & similitèr movebuntur, & hæc quoque in alia similia incidentia unientur & fient majora. Quare Homogenea quidem in medio ubi naturalitèr fluctuant à motu simplice congregantur, Heterogenea vero dissipantur. Rursus quæ in eodem liquido non fluctuant sed subsidunt, si in ea motus liquidi incurrat satis magnus ad ea suscitanda, suscitabuntur atque agentur ad motum ipsius liquidi, & proindè impedientur ne locum repetant ubi naturaliter subsidunt & in quo solo uniuntur, & extra quem promiscuè feruntur, id est, confunduntur.

Motus autem hic quo Homogenea congregantur, & Heterogenea disperguntur, is est, quem vulgò vocant *Fermentationem*, à *Fervendo*, ut & Græci Ζύμην à Ζέω. Nam & aqua fervescens facit ut partes suæ singulæ situm mutent, utque ejus rei quæ in ipsam motam injicitur particulæ pro diversis ipsarum naturis in diversa discurrant. Neque tamen Fervor omnis ab igne est; nam & mustum aliæque res innumeræ suam quoque habent Fermentationem, & Fervorem, nec tamen ab igne omnem. Sed calorem si quem in Fermentatione sentimus, ipsa efficit Fermentatio.

6. Quartò, quo tempore movens cujus (in eâdem figurâ 2.) centrum est A, motum per KLN, (aliquoties convertendo, id est, quando perimetri B I, K L N sunt commensurabiles) lineam descripserit æqualem perimetro per B L, eodem tempore revertentur omnia puncta corporis fluctuantis, cujus centrum est B ad eundem situm respectu moventis unde digressa erant. Quoniam enim est ut distantia B A, id est, Radius circuli per B I, ad perimetrum ipsam B I, ita Radius circuli K L N, ad ipsam K L N; & velocitates utriusque puncti B & K sunt æquales; erit quoque tempus

tempus revolutionis in B I ad tempus unius revolutionis in K L N, ut perimeter B I ad perimetrum K L N, & proindè tot revolutiones in K L N quot simul sumpti exæquant circulum B I, absolventur eodem tempore in quo absolvitur tota perimeter B I. Quare eo tempore revertentur L, N, F, H & puncta cætera ad eundem situm à quo discesserant. Idem ostendi potest quæcunque ea puncta sint, quæ considerabuntur. Revertentur ergo omnia puncta ad eundem situm. Quod erat probandum.

Sequitur hinc si perimetri B I, K L N non sint commensurabiles, non fore ut omnia puncta ad eundem inter se situm sive configurationem unquam revertantur.

7. In motu simplice si corpus quod movetur habeat figuram Sphæricam; minorem habebit vim heterogenea dissipandi sive cogendi Homogenea versus polos sui motus quam versus mediū. Sit (in figura 3.) Sphæra cujus centrum A, diameter B C; quæ Sphæra intelligatur moveri motu simplice circulari; & ejus motus Axis sit recta D E, secans diametrum B C ad angulos rectos in A. Circulus autem quem describit quodlibet Sphæræ punctum puta B, habeat diametrum B F. Sumptaque F G rectæ B C æquali & divisa bifariam in H, erit A post dimidiam revolutionem in H. Et quoniam H F, A B sunt æquales, circulus descriptus centro H, radio H F vel H G æqualis erit circulo centro A, radio A B descripto. Et continuato eodem motu post alteram dimidiam revolutionem redibit punctum B ad locum unde moveri cœpit. Transfertur igitur post dimidiam revolutionem punctum B ad F, & totum Hemisphærium D B E in Hemisphærium in quo sunt puncta L, K, F. Retrocedit ergo liquidum quod puncto F contiguum erat, tantum quanta est recta B F, idque eodem tempore. Et in reditu puncti F ad B, id est, puncti G ad C, tantundem recedit liquidum à puncto C in linea directa. Atque hæc ita se habent in medio Sphæræ ubi distantia à Polis est maxima.

Sumatur jam in eadem Sphæra punctum I propiùs polo, per quod ducatur recta I K parallela rectæ B F secans arcum F L in K, & axem H L in M. Deinde juncta H K, ducatur super H F perpendicularis K N. Venient ergo simul B ad F, & L ad K; sunt enim B F, I K, æquales, & eâdem descriptæ velocitate. Motus autem per I K ad liquidum in quod agit, nimirum ad partem liquidi quæ contigua est puncto K obliquus est. Quod si motus ille

ille factus esset per rectam HK, perpendicularis esset. Minùs autè movet motus veniens per L K quam per H K velocitate eâdem. Sed motus per H K æqualiter summovet liquidum ac motus per H F; minus ergo movet liquidum pars Sphæræ circa K, quam circa F, nempè quanto K N minor est quam H F. Minus ergo etiam dispergit Heterogenea, & minus congregat Homogenea propiùs quam longiùs à Polis. Quod oportebat demonstrare.

Coroll. Necesse etiam est in planis axi perpendicularibus, magisque à medio Sphæræ distantibus quam distat ipse polus, motum hunc simplicem nihil agere. Nam axis D E describit motu simplice superficiem Cylindri; in quo motu versus Cylindri bases nullus omninò est conatus.

8. Si in medio liquido moto ut dictum est circularitèr, natare intelligatur aliud mobile Sphæricum non liquidum, partes liquidi in ipsum impingentes conatum habebunt sese undequaque per superficiem ipsius corporis non liquidi expandendi. Et hoc quidem experientia satis manifestum reddit, nempè in effusæ aquæ expansione super pavimentum. Ratio autèm hujusmodi est. Quoniam (in figura 3.) Sphæra A movetur ad partes B, liquidum quoque in quo ille movetur motum habebit eundem. Sed quoniam motu hoc incurrit liquidum in corpus non liquidum ut G, ita ut progredi non possit, neque possit tamen contra vim moventem regredi, restat ut particulæ ejus expassæ superficiem obstantis corporis G quaquaversum radant, ut ad OP. Quod erat probàndum.

9. Motus circularis compositus (id est, per quem singulæ moti partes perimetros simul describunt aliæ majores, aliæ minores pro ratione distantiarum à centro communi) corpora non liquida, corpori ita moto adhærentia circumfert, eadem autem à contactu abrupta per Tangentem puncti abruptionis projicit.

Sit enim circulus (in figura 4.) cujus Radius AB, & corpus aliquod positum in circumferentia ad B; quod quidem si fixum sit in B, unà circumferetur, ut satis per se manifestum est. Inter movendum autem adhæsio illa supponatur quomodocunque tolli tunc cùm est in puncto B. Dico fore ut mobile à B procedat per Tangentem B C. Intelligatur tam Radius AB, quam ipsum corpus B consistere ex materia dura. Et supponamus radium AB, percussum esse in puncto B à corpore incidente secundum D B Tangentem. Orietur ergo motus circularis ex concursu duarum rerum

rerum, quarum altera est conatus per D B productam versus C (nam procederet corpus à B, per ipsum B C, nisi esset retentum ab A B radio) altera est retentio ipsa. Sed retentio illa nullum dat corpori in B conatum versus centrum. Sublata igitur retentione (id quod fit in abruptione) restat unicus in B abrupti conatus, & is per Tangentem B C. Ergo per Tangentem B C movebitur punctum B abruptum: quod erat demonstrandum. Ex hâc demonstratione apparet motum circularem circa axem immotum excutere & longiùs summovere à centro sui motus quicquid superficiei contiguum existens ipsi non firmitèr adhæret: idque tanto magis quanto longiùs receditur à Polis; tantoque etiam magis quanto ea quæ excutiuntur minùs à fluido ambiente propter alias causas versus centrum repelluntur.

10. Si corpus Sphæricum moveatur in medio liquido motu circulari simplice; sitque in eodem medio natans alia sphæra ex materia non liquida, ea quoque movebitur motu circulari simplice.

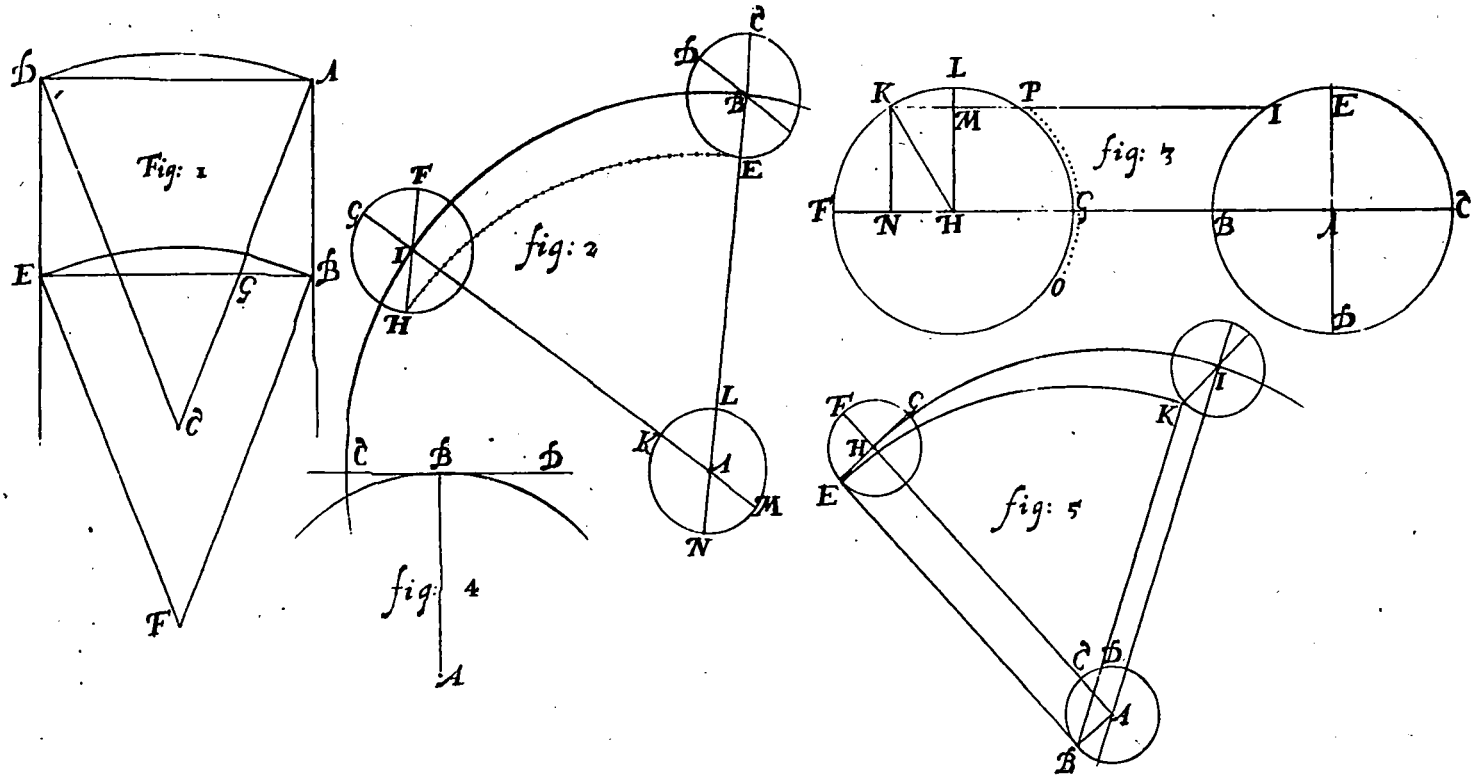
Sit enim (in figura 5) circulus B C D, cujus centrum A. In cujus circumferentiâ moveatur sphæra, ita ut describat motu simplice ipsam perimetrum B C D. Sit autem sphæra alia E F G ex materia consistente, cujus semidiameter E H, centrum H. Et Radio A H describatur circulus H I. Dico sphæram E F G motam fore in circumferentia H I (à motu corporis in B C D) motu simplice. Quoniam enim motus in B C D (per art. 4. hujus capitis) facit ut singula puncta medii liquidi describant eodem tempore lineas circulares inter se æquales, puncta E, H, G, rectæ E H G, describent eodem tempore circulos æquales radiis æqualibus. Ducatur E B parallela & æqualis rectæ A H, jungaturque AB; erit ergo AB æqualis & parallela E H. Centro ergo B radio B E describatur arcus E K arcui H I æqualis, ducanturque rectæ A I, B K, I K; eruntque B K, A I æquales. Et quoniam duo arcus F K, H I, id est, anguli K B E, I A H sunt æquales, erunt B K, A I parallelæ; quare & rectæ A B, K I quæ ipsas connectunt æquales sunt & parallelæ. Sunt ergo & K I, E H parallelæ. Cùm ergo eodem tempore E, H, translata sunt ad K & I, erit tota recta I K rectæ E H undè discessit parallela. Necesse ergo est (quia sphæra E F G supponitur consistens, ita ut omnia puncta ejus eundem semper situm servent) ut quælibet alia recta in eâ sphærâ sumptâ, feratur propriis ipsius Vestigiis semper parallela. Movetur ergò sphæra

sphæra EFG motu circulari simplice. Quod erat demonstrandum.

11. Si in medio undequaque fluido quod à corpore commovetur circumacto motu simplice (sive is motus perfectè circularis sit, sive Ellipticus, sive secundum lineam in se reductam quamcunque) ponatur aliud corpus, fluidum & ipsum, tenacius tamen quam est medium; Dico primò, partes aliquas minutissimas propter illam medii concitationem avulsas à cætera mole medium subingressuras esse, easque quæ primo moventi obvertuntur propiùs ad ipsum accessuras esse. Secundò quod reliqua moles intumescet. Tertiò quòd eadem moles magis ad eas partes accedet in quibus maxima est fluiditas. Supponamus enim corpus aliquod in medio fluido (puta aëre) collocatum, motu simplice in se redeunte aërem commovere. In eodem autem aëre collocatum esse fluidum aliud, sed aëre tenacius, ut aquam. Dico partes aquæ aliquas minutas necessariò aërem subingressuras esse. Quoniam enim ostensum est articulo quinto, medium, id est, aërem ita commoveri ut singulæ partes ejus usque ad minutissimas loca sua cum particulis proximis perpetuò commutent, necesse est ut partes aquæ aëri contiguæ, cum partibus aëris loca commutent. Partes ergo aquæ aërem subingrediuntur aliquæ: quod est primum. Secundò, quoniam aquæ partes illæ quæ in aërem sunt ingressæ, avulsæ sunt à cæterâ mole aquæ, habeatque aqua (per hypothesin) tenacitatem aliquam, fiet necessariò ut aqua summa unde illæ particulæ egressæ sunt, aliquousque egressas sequatur, id est, ut aqua aliquanto intumescat: quod est secundum. Tertiò, quoniam corporis una pars supponitur magis esse fluida quam alia, facilius intumescent partes fluidiores quam minus fluidæ, quâ autem intumescunt eâ etiam tota moles conabitur magis; quare propter tenacitatem partium pars ea quæ minus conatur in viâ contrariâ illam sequetur, id est, tota moles eâ movebitur: quod restabat demonstrandum.

CAPUT

AD CAP XXI



sphæra [illegible] motu circulari simplice. Quod erat demonstrandum.

Caput XXII.

De cætera Motuum varietate.

1. Conatus & Nixus quo modo differunt. 2. Duo genera mediorum in quibus fit motus. 3. Motus propagatio a corpore in corpus quid. 4. Motus a comprimentibus quis. 5. Fluida compressa se mutuo penetrant. 6. Corpus in aliud corpus impingens nec penetrans agit in perpendiculari quæ ducitur ad superficiem corporis in quod impingitur. 7. Corpus durum in aliud si impingens penetret, non penetrabit per perpendicularem nisi perpendicularitèr incidat. 8. Motum aliquando in oppositum moventi. 9. In medio pleno motus propagatur ad distantiam quamlibet. 10. Dilatatio, & Contractio quid. 11. Dilatatio & Contractio supponit partium minutarum mutationem quoad situm. 12. Tractio omnis est Pulsio. 13. Quæcunque pressa aut tensa se restituunt motum habent in partibus internis. 14. Si Vehens impingat, Vectum tamen procedet. 15, 16. Percussionis & Ponderis effectus comparari inter se non videntur posse. 17, 18. In partibus corporis internis motus incipere non potest. 19. Actio & Reactio per eandem procedunt lineam. 20. Habitus quid.

CONatum definivimus suprà *Cap.15.Art.2.* esse motum per longitudinem quidem aliquam, consideratam autem non ut longitudinem sed ut punctum. Itaque sive quid conanti resistit, sive nil resistit, conatus tamen idem est. Nam *Conari* simplicitèr idem est quod *ire*. Quod si quando duo corpora in partes contrarias conantia mutuò se premant, conatus ille utriusvis *Nixus* appellari solet, estque conatus cui aliud insistens conatur in contrarium, sive resistit.

2. Tam autem ipsa corpora mota, quam media in quo moventur duorum sunt generum; vel enim talia sunt ut eorum partes inter se cohæreant, ut moventi nulla pars moti facilè cedat, nisi cedente toto; qualia sunt quæ vocantur *Dura*; vel partes eorum, immoto toto, facilè tamen cedunt moventi, ut quæ *Fluida* dicuntur & *Mollia*. Nam *Fluidum*, *Molle*, *Lentum*, & *Durum*

Durum (sicut magnum & parvum) dicuntur tantùm comparativè, nec sunt diversa genera, sed diversi gradus qualitatis.

3. Agere autem & Pati, est movere & moveri; & quicquid movetur, à moto & contiguo movetur, ut ostensum est in præcedentibus. Et in distantia quantalibet dicimus primum movens, ultimum movere mobile, sed mediatè, ita nempè ut primum moveat secundum, secundum moveat tertium, & sic deinceps donec ventum sit ad contactum cum ultimo. Quando ergo corpus aliquod corpori contra conans illud movet, & hoc motum movet itidem tertium & sic deinceps, illam actionem motus propagationem appellabimus.

4. Si duo corpora fluida in loco libero se mutuò premant, partes eorum movebuntur sive conabuntur ad latera; neque eæ solum partes quæ sunt ibi ubi fit contactus, sed omnes. Nam in contactu primo, partes ab utroque conante pressæ alium locum non habent in quo moveri possunt, neque anteriorem neque posteriorem; exprimuntur ergo versus latera, idque (si vires sint æquales) in linea quæ sit ad corpora unde exprimuntur perpendiculari. Cùm autem pressis partibus utriusque corporis anterioribus, premantur etiam posteriores (nam motus partium posteriorum, à repulsu partium anteriorum non sistitur in instante; sed aliquantisper durat) his quoque locus ubi moveri possint aliquis dandus est; sed locus motui in anteriora non datur; necesse ergo est ut moveantur in loca quæ circum quaque sunt ad latera. Atque hoc contingit necessariò, non modo in fluidis, sed etiam in consistentibus & duris, etsi id minus aliquando sensibus manifestum sit. Nam etsi ex compressione duorum lapidum nullam oriri ad latera extumescentiam oculis (id quod fit in duobus corporibus cereis) cernimus, necessarium tamen esse ut aliquis ibi tumor sit quamvis exiguus, satis intelligitur ratione.

5. In loco autem clauso si utrumque corpus fluidum sit, alterum ab altero (si comprimantur) penetrabitur, diversè tamen pro varietate quam habent conatuum. Supponamus enim ex materia dura vas cylindraceum concavum, utrinque bene obturatum, sed repletum priùs, inferne quidem aëre vel aqua, superne verò liquido aliquo graviore, ut argento vivo. Inverso ergo cylindro necesse est magis conantibus ad fundum iis quæ magis sunt gravia, & facultate excurrendi ad latera propter duritiem vasis sublata, quod grave & superius erat, à leviore recipi & subsidere. Illud

Illud enim quod facilius partium suarum patitur diremptionem, prius dividitur; quo diviso, ut partes alterius dirimantur non est necessarium. Neque ergo quando duo liquores clausi in eodem vase locum commutant, necesse est, ut eorum partes usque ad minimas permisceantur. Opus enim non est uno eorum hiscente, ut alterius quoque partes dirimantur.

Quod si liquidum in loco non clauso innitatur vel impingat in corpus durum, fiet quidem conatus versus duri corporis partes internas; movebuntur autem partes liquidi (propter duri resistentiam exclusæ) undiquaque secundum ejus superficiem, idque si nixus perpendicularis sit, æqualiter. Nam cum omnia quæ in causa sunt æqualia sint, etiam effectus æquales erunt. Quod si nixus non sit perpendicularis, anguli incidentiæ inæquales erunt, ideoque expansio quoque inæqualis erit, & major ex parte anguli majoris, propterea quod directior est motus per directiorem lineam.

6. Si corpus in corpus impingat vel innitatur, nec ipsum penetret, dabit tamen parti in quam impingit vel innititur conatum recedendi per rectam quæ sit superficiei ejus in puncto impactus perpendicularis. Sit enim (in figura 1.) corpus durum A B C D, cui corpus aliud motum per rectam E A, utcunque inclinatam vel non inclinatam, impingat vel innitatur in A. Dico corpus hoc ita motum vel innitens, nec penetrans, daturum parti A conatum recedendi per rectam rectæ A D perpendicularem. Nam sit A B ipsi A D perpendicularis, & producatur B A ad F manifestum ergo per se est, si A F coincidat cum A E, motum per E A effecturum ut A conetur per A B. Sit ergo E A ad A D obliqua; & à puncto E demittatur recta E C secans A D ad angulos rectos in D, compleanturque rectangula A B C D, & A D E F. Ostensum est (*Cap.16. Art.8.*) conduci mobile ab E ad A à concursu duorum motuum uniformium, quorum alter est per E F (& ipsi parallelas) alter per E D (& parallelas ejus.) Motus autem per E F & parallelas ejus, quarum una est D A, nihil contribuit quo mobile unquam niti vel conari possit ab A versus B. Totus ergo conatus quem habet mobile in inclinata E A transeundi vel premendi rectam A D, totus (inquam) est à motu vel conatu perpendiculari in F A. Habebit ergo E postquam est in A conatum, illum solum qui oritur à motu per F A perpendicularem, id est, per A B: quod erat, &c.

7. Si corpus durum, in aliud corpus impingens vel innitens

ipsum peneteret, Conatus ejus post initium penetrationis non erit in productâ inclinatâ, neque in perpendiculari; sed modo inter utrasque, modo extra.

Sit (in eâdem figurâ 1.) producta inclinata E A G, & sit transitus per medium in quo est E A, primò, facilior quam transitus per medium in quo est A G. Quàm primum ergo mobile A immersum est in medio, in quo est A G, fiet major resistentia contra motum per D A, & ejus parallelas infra A D quam supra. Tardior ergo fit motus per parallelas ipsius D A infra D A quam supra: quare motus qui fit ex concursu motuum per EF, ED est tardior, infra DA quam supra: quare conatus mobilis A non procedet per E A productam, sed citra eam. Quoniam autem conatus per F A, gignit conatum per A B, si conatui per F A addatur conatus per D A qui (post immersionem jam puncti A) aliquis certè est; non procedet conatus ab A amplius in perpendiculari A B, sed ultra eam, conabitur ergo A per rectam aliquam inter A B & A G, puta per A H.

Secundò, fit transitus per E A quàm per A G difficilior. Erit itaque motus qui fit ex concursu per E F, F B supra A D tardior quam infra eandem; & per consequens conatus ab A non erit per E A productam, sed ultra eam, ut in A I. Quare si corpus durum, &c. quod erat probandum. Atque hæc quidem à recta E A divergentia rectæ E A G, appellari solet ab Opticis Refractio; quæ quidem fit quando transitus est primò facilior, deinde difficilior, vergendo ab inclinata ad perpendieularem; contra vero, quando transitus primus difficilior est, longiùs a perpendiculari abeundo.

8. Manifestum est (per Theorema 6.) in tali situ collocari posse vim moventem, ut ab ea agatur mobile per viam viæ moventis ferè contrariam, quemadmodum fieri videmus in motu navium.

Sit enim (in figurâ 2.) mobile A B, puta navem, cujus longitudo à prora ad puppim sit A B. Ventus autem ipsi incumbat secundum rectas parallelas C B, D E, F G; & à puncto B ducta ad rectam A B perpendicularis secet D E, F G, in E & G. Sintque B E, E G inter se æquales, & angulus A B C quantuluscunque. Deinde inter B C, B A ducatur recta B I, secundum quam concipiatur expandi velum, in quod velum impingat ventus in punctis L, M, B, à quibus punctis ducantur perpendiculariter rectæ B K, M Q, L P. Denique super rectam B G ducantur perpendiculares E N, G O, secantes B K, in H & K, sintque H N, K O, tum rectæ BA, tum inter se æquales. Dico fore ut navis B A à vento spirante per C B, D E, F G, aliasque ipsis parallelas, provehatur ferè in oppositum venti, id est, per viam viæ moventis ferè contrariam.

Ventus enim qui flat secundum C B dabit conatum puncto B procedendi (ut artic. 6. ostensum est) per rectam rectæ B I perpendicularem, id est, per B K, & punctis M & L procedendi per rectas M Q, L P ipsi B K parallelas. Temporis autem mensura sit B G, quæ dividitur bifariam in E. Tempore ergo B E promoveatur punctum B ad H: quare eodem tempore à vento flante per D M & F L (& cæteras quas libuerit ducere ipsis parallelas) tota navis applicabitur rectæ H N. Item in fine temporis secundi E G, eadem navis applicabitur rectæ K O. Semper ergo procedet navis versus anteriora, faciens angulum ad ventum, æqualem angulo A B C quantulocunque, & singulis temporibus tantum quanta est recta E H. Atque sic quidem se res habet, supposito quod navis eâdem celeritate moveri possit, lateraliter à B A versus K O, qua celeritate movetur antrorsum in B A. Sed fieri hoc non potest, propter molis aquæ lateri innitentis resistentiam, quæ quidem præ resistentiâ tantillæ aquæ proræ innitentis magna est, adeo ut navis progrediatur versus latera, vix sensibiliter. Procedet ergo punctum B ferè in ipsa recta B A faciente cum vento angulum A B C quantulumcunque; id est, ferè in recta B C; id est, per viam viæ moventis ferè contrariam: quod erat demonstrandum. Oportet autem velum in B I ita tensum esse, ut nullus in eo relinquatur sinus; alioqui enim rectæ L P, M Q, B K non erunt veli plano perpendiculares, sed cadentes infra P, Q, K navem retrorsum agent. Sed pro velo usus appensa tabula, pro navi plaustello rotis exiguis fulto, pro mari pavimento, ita verum hoc expertus sum, ut vix potuerim tabulam vento in quantulacunque obliquitate opponere, quin ab eo plaustellum abriperetur.

Ex eodem Theoremate 6; inveniri potest quanto ictus obliquus, ictu perpendiculari (cæteris paribus) sit debilior. Sit enim (in figura 3.) incidens, verbi gratia, in oppositum murum ictus obliquus per C A. Ducatur C E ipsi A B parallela; & D A eidem A B perpendicularis, & æqualis rectæ C A. Sitque velocitas, & tempus motûs per C A, æqualis velocitati & tempori motûs per DA. Dico debiliorem esse ictum per CA quam per DA;

in ratione E A ad D A. Nam producta D A utcunque in F, erit conatus utrusque ictus per perpendicularem A F, per Art. 6. Sed ictus per C A fit ex concursu duorum motuum per C E & B A, quorum motuum is qui fit per C E, ictui in A nil contribuit; propterea quod C E, B A sunt parallelæ. Quare ictus per C A, fit à motu qui est in sola E A. Velocitas autem sive vis ictûs perpendicularis in C A est ad velocitatem sive vim ictus in D A, ut E A ad D A. Debilior est ergo ictus obliquus in C A, quam ictus perpendicularis in D A in ratione E A ad D A, sive ad C A: quod erat probandum.

9. In medio pleno eo usque procedit Conatus omnis, quousque pertinet ipsum medium; id est, si medium sit infinitum, in infinitum.

Quicquid enim conatur movetur, ideoque cedere facit quicquid ei obstat, saltem aliquantulum, nimirùm quantum quod movet promovetur. Quod autem cedit movetur quoque, & proinde cedere facit id quod ipsi obviam est; & sic deinceps quousque existit medium aliquod plenum, id est, (si medium infinitum sit) in infinitum: quod erat probandum.

Quanquam autem hujusmodi conatus perpetuò propagatus non semper ita appareat sensibus, tanquam esset motus aliquis; apparet tamen ut actio, sive mutationis alicujus efficiens causa. Nam si statuatur (exempli causa) ante oculos objectum aliquod valde exiguum, ut una arenula, quæ quidem ad certam quandam distantiam sit visibilis; manifestum est eam removeri longius tanto posse ut sensum fugiat, nec tamen desinere agere in videndi organum, ut jam ostensum est, ex eo quod conatus omnis procedit in infinitum. Intelligatur ab oculo removeri ad distantiam quamvis maximam, & alias arenulas singulas ejusdem magnitudinis satis multas remotæ apponi; apparebit tandem id quod ex appositis fit aggregatum; & quamvis nulla istarum arenularum videatur à cæteris distincta, acervus tamen earum vel mons totus videbitur manifestè; id quod fieri non posset, si partes nihil omnino singulæ agerent.

10. Inter gradus *Mollis* & *Duri*, ea sunt quæ *Lenta* appellantur. *Lentum* autem est, quod idem manens Flecti potest. Et Flexio in linea quidem est, manente eadem linea, adductio extremorum punctorum, vel diductio, id est, motus à rectitudine ad curvitatem, vel contra: nam terminis lineæ quantum potest diductis fit recta, quæ alioqui curva est; in superficie autem diductio

ductio vel adductio extremarum linearum, id est, dilatatio & contractio.

11. *Dilatatio* autem & *Contractio*, ut & omnis *Flectio* supponit necessariò accessionem partium internarum corporis flexi versus externa, vel ab externis recessionem. Nam etsi in sola corporis longitudine consideretur, orietur in flexo ex una parte convexa, ex alia concava linea, quarum hæc, quia interior (nisi ab ea adimatur & convexæ addatur aliquid) curvior erit, id est, major; sunt autem æquales. Fit ergo à partibus flexi interioribus accessio ad exteriores; & contra, in tensione, ab exterioribus ad interiores.

Ea autem quæ transpositionem partium talem minus facile patiuntur, *Fragilia* appellantur. Et non nisi magna vi flectenda subitaneo motu dissiliunt.

12. Distinguitur item motus in *Pulsionem* & *Tractionem*. Et *Pulsio* quidem, ut ante eam definivimus, est quando id quod movetur antecedit id quod movet. *Tractio* verò contra, quando Movens antecedit Motum. Veruntamen attentius considerantibus videtur esse *Pulsio*. Nam duarum partium corporis duri, dum anterior pellit ante se Medium in quo fit motus, id quod pellitur, pellit aliud, & hoc rursus aliud, & sic deinceps. In qua actione, supposito quod locus nullus corpore vacuus sit, necesse est continuâ pulsione, scilicet facta actionis circumitione, ut id quod movet parti illi quæ ab initio non pelli sed trahi videbatur à tergo fit, adeò ut Tractum antecedat jam corpus illud à quo movetur, & proinde Pulsum, non Tractum est.

13. Quæ dimota à locis suis per compressionem, vel tensionem, vi factam, & ea vi amota, statim ad situm priorem redeunt & se restituunt, principium restitutionis suæ in se habent, nempe motum quendam in partibus internis, qui tunc inerant cum ante vim amotam erant tensa vel compressa. Est enim restitutio illa motus; moveri autem quod quiescit sine Movente moto & contiguo non potest. Ablata autem vi sive comprimente sive tendente, causa tamen nulla existit restitutionis ex ipsa comprimentis vel tendentis ablatione. Nam ablatio impedimenti causæ efficaciam non habet (ut ostensum est in fine art. 3. capitis 15.) Causa ergo restitutionis est in motu aliquo partium corporis compressum vel tensum ambientis, vel partium ipsius compressi vel tensi. Sed partes ambientis nullum habent conatum qui faciat neque ad compressionem vel tensionem, neque Ne-

berationem & restitutionem; restat ergo ut à tempore ipsius compressionis vel tensionis relictus sit conatus (sive motus) aliquis per quem amoto impedimento unaquæque pars locum suum priorem capessit, id est, totum restituitur.

14. In *Vectione*, si *Vehens* impingat, vel quomodocunque subito sistatur, Vectum autem non impingat, Vectum procedet donec ab externo aliquo motus ejus extinguatur. Ostensum etiam est cap. 8. articulo 19. Motum nisi ab externo aliquo resistente motus ejus impediatur, æternùm & eadem moveri celeritate. Ut Cap. 9. art. 7. sine Contactu actionem externi nullam esse. Impactus ergo Vehentis non tollit motum Vecti. Procedet ergo id quod Vehitur, donec & illius motus paulatim ab externo aliquo resistente extinguatur: quod erat probandum; etsi ad hujus rei probationem ipsa sufficisset experientia. Similiter si sit Vehens & Vectum, Vehens autem à quiete subito moveatur, Vectum non feretur unà, sed relinquetur. Nam pars Vecti quæ Vehenti contigua est, eundem quidem motum ferè habet cum Vehente; partes autem remotæ unaquæque pro diversis à Vehente distantiis velocitates concipiunt diversas, nimirum remotiores gradus velocitatis minores. Necesse est ergo Vectum à Vehente plus vel minus relinqui; ut manifestum experientia fit, quando prosilientis equus sessorem resupinat.

15. Itaque in Percussione, ubi corpus durum magna vi percutitur ab alio duro in parte aliquâ exiguâ, non est necesse ut ob eam rem, totum corpus eadem cedat celeritate qua cedit pars percussa. Nam cæteræ partes motum quem habent, à motu partis percussæ & cedentis habent, qui motus ad latera undequaque minus propagatur, quam antrorsum; unde fieri videmus aliquando ut corpora durissima, & erecta, vix tamen stantia, violento ictu facilius perfringantur quam dejiciantur; cum tamen si partes eorum quovis levissimo motu omnes simul protruderentur, dejicerentur.

16. Differentia inter *Trusionem* & *Percussionem*, etsi in nulla alia re consistat, nisi quod in *Trusione* quidem motus moventis & moti simul in ipso contactu incipiant, in *Percussione* verò Percutiens antè moveatur quam *Percussum*, effectus tamen eorum adeo diversi inter se fiunt, ut comparari inter se earum vires non videantur posse. Dato, inquam, Percussionis effectu aliquo, exempli causa ictu fistucæ dati ponderis, quo palus in terram datæ tenacitatis, datâ mensurâ infigatur, definire quanto Pondere, sine ictu, & quanto tempore idem palus in eandem terram tantundem infigitur, mihi quidem si non impossibile, tamen difficillimum esse videtur. Difficultatis autem causa est quod velocitas Percutientis, cum Ponderantis magnitudine comparanda esse videatur. Velocitas autem quæ ex longitudine spatiorum æstimatur pro unica dimensione habenda est; Pondus autem quod dimensione totius corporis metimur, est instar solidi. Solidi autem & longitudinis, id est, lineæ, comparatio nulla est.

17. Si corporis cujuslibet partes internæ quiescant, vel situm inter se ad tempus quantulumcunque eundem conservent, nullus in illis partibus oriri potest neque motus neque conatus, cujus causa efficiens non sit extra corpus cujus illæ partes sunt. Si quidem enim in corpore aliquo, particulam aliquam intra totius superficiem comprehensam nunc quiescere, mox moveri supponeremus; necesse erit partem illam, à moto moveri, & à contiguo. Tale autem Motum & Contiguum intra totum corpus (per hypothesin) nullum est. Oritur ergo (si quis oritur) conatus, motus, vel situs mutatio, à causa aliqua efficiente extra corpus cujus illæ sunt partes internæ: quod erat probandum.

18. Itaque in corporibus duris quæ compressa vel extensa fuerint, si sublato Premente vel Tendente, in locum, situmve suum priorem se restituunt, necesse est partium suarum internarum conatum (id est motum) quo loca & situs suos priores potuerint recuperare aliquem fuisse etiam antè quam Premens, Tendensve amoveretur. Itaque etiam balistæ lamina chalybea tensa (quæ permissa sibi se restituit) etsi Sensu judice, & ipsa & omnes partes ipsius quiescere videantur, tamen partes ejus, judice Ratione, quæ nec sublationem impedimenti inter causas efficientes numerat, neque quicquam à quiete ad motum sine causa efficiente transire concipit, ante motæ erant quàm illæ se restituere inciperent.

19. Actio & Reactio per eandem fit lineam, sed à terminis oppositis. Cùm enim Reactio nihil aliud sit quam Corporis Patientis sese in eundem situm unde à conatu agentis deturbatur restituendi conatus, conatus sive motus utriusque, nempe Agentis & Reagentis, propagatur inter eosdem Terminos (ita tamen ut quod in Actione est Terminus *a quo*, in Reactione sit Terminus *ad quem*) cúmque ita se res habeat non modo inter

Terminos oppositos totius lineæ per quam Actio propagatur, sed etiam per omnes ejus partes, Termini *a quo* & *in quem* tam Actionis quam Reactionis in eadem erunt linea. Fit ergò Actio & Reactio in eadem linea.

20. Cum his quæ dicta sunt de motu conjungemus etiam aliquid de *Habitu*. Est enim *Habitus* motus quædam generatio, non quidem Motûs simpliciter, sed moti per certam & designatam viam conductio facilis. Quod cùm fiat per conatum qui motum divertunt debilitationem, debilitandi sunt paulatim tales conatus. Id quod fieri non potest sine actione diu manente, vel actionibus repetitis; & propterea ex consuetudine oritur facilitas, quam vulgò & rectè Habitum dicunt. Definiri autem hoc modo potest. *Habitus est motus, consuetudine (id est) perpetuo conatu, vel conatibus iteratis contra conatus resistentes, per certam viam diversam ab ea in qua a Principio captum est moveri, factus expeditior.* Quod ut exemplo aliquo magis perspicuum fiat, animadvertamus quod cùm manum lyræ admovet pulsandi imperitus, post primum ictum, non feretur manus ad locum, quem ille vult pulsandi secundum esse, nisi eam conatu novo revocet, & quasi denuo incipiens a primo transeat ad secundum; neque ab hoc conatu novo movebitur manus ad locum tertium; sed opus erit rursus manum retrahere, & sic deinceps, conatu ad omnem pulsum mutato, donec sæpius id faciendo, manus tandem, multis motibus sive conatibus interruptis, in unum conatum æquabilem compositis viam ab initio destinatam expeditè permeat. Neque in animalibus tantum, sed & in corporibus inanimatis animadverti Habitus possunt. Videmus enim balistæ laminam vi multa tensam, quæque sublato impedimento magna vi reditura esset, postquam longo tempore tensa manserit, habitum acquirere talem, ut permissa suo proprio ingenio non modo se non restituat, sed etiam ut non minori vi reducenda sit, quam qua antè tensa fuerat.

CAPUT

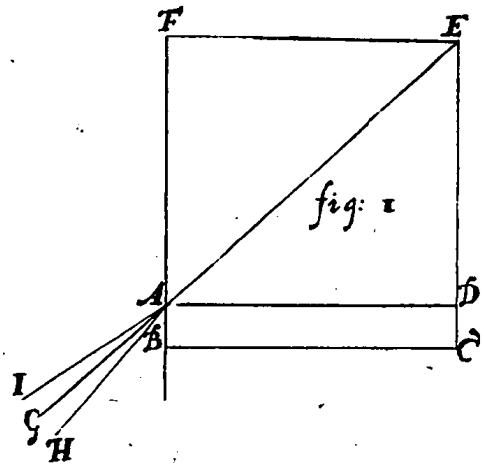
per numeros ordinis secundi. 12. Centrum æquilibrii semissis cujuslibet figuræ secundi ordinis ejusdem tabellæ invenitur per numeros ordinis quarti. 13. Cognito centro æquilibrii semissis cujuslibet figuræ tabellæ ejusdem, cognoscitur & centrum excessus quo ea superat triangulum ejusdem basis & altitudinis. 14. Centrum æquilibrii sectoris solidi est in axe, ita diviso, ut pars a vertice sit ad totum axem, dempto dimidio axis portionis Sphæræ, ut 3 ad 4.

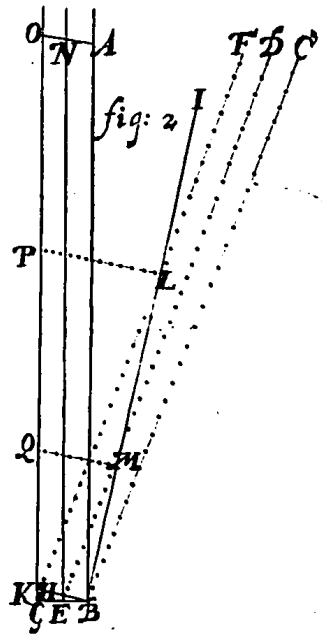
Definitiones.

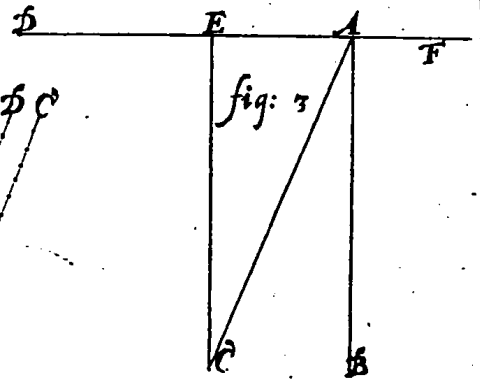
1. Libra est linea recta cujus medium punctum tenetur immobile, cætera omnia puncta libera sunt. Utraque autem

pars

AD CAP. XXII







[illegible] tamnam [illegible] mura tensam, quæque sublato [illegible] to magna vi reditura esset, postquam longo tempore tensa manserit, habitum acquirere talem, ut permissa suo proprio ingenio non modo se non restituat, sed etiam ut non minori vi reducenda sit, quam qua antè tensa fuerat.

CAPUT

CAPUT XXIII.

De Centro Æquilibrii eorum quæ premunt secundum rectas parallelas.

1. *Definitiones & Hypotheses.* 2. *Duo plana Æquilibrii non sunt paralleta.* 3. *Centrum æquilibrii est in quolibet æquilibrii plano.* 4. *Ponderantium æqualium momenta sunt in ratione distantiarum a centro Libræ.* 5, 6. *Ponderantium inæqualium momenta sunt in ratione compositâ ex ratione ponderum & distantiarum à centro Libræ reciprocè.* 7. *Si duo ponderantia habent momenta & distantias a centro Libræ in ratione reciproca, sit æquilibrium; & conversim.* 8. *Si ponderantis partes æqualiter ubique radium libræ premunt, habebunt partes singulæ abscissæ, sumptæ a centro libræ, momenta in eadem inter se ratione in qua sunt partes trianguli abscissæ a vertice per rectas basi parallelas.* 9. *Diameter æquilibrii figurarum deficientium secundum rationes altitudinum & basium commensurabiles, dividit axem ita ut pars ad verticem sit ad reliquam, ut figura completa ad deficientem.* 10. *Diameter æquilibrii complementi semissis cujuslibet dictarum figurarum deficientium, dividit eam quæ per verticem ducitur basi parallela, ita ut pars ad verticem sit ad reliquam, ut figura completa ad complementum.* 11. *Centrum æquilibrii semissis cujuslibet figurarum primi ordinis in Tabella Articuli 3. Capitis 17. invenitur per numeros ordinis secundi.* 12. *Centrum æquilibrii semissis cujuslibet figuræ secundi ordinis ejusdem tabellæ invenitur per numeros ordinis quarti.* 13. *Cognito centro æquilibrii semissis cujuslibet figuræ tabellæ ejusdem, cognoscitur & centrum excessus quo ea superat triangulum ejusdem basis & altitudinis.* 14. *Centrum æquilibrii sectoris solidi est in axe, ita diviso, ut pars a vertice sit ad totum axem, sumpto dimidio axis portionis Sphæræ, ut 3 ad 4.*

Definitiones.

1. Libra est linea recta cujus medium punctum tenetur immobile, cætera omnia puncta libera sunt. Utraque autem

pars

pars libræ sumpta à centro ad appensum pondus vocatur *Radius*.

2. *Æquilibrium* dicitur quando conatus corporis prementis alterum Radium, conatui prementis Radium alterum, ita resistit, ut neuter moveatur. Corpora autem quæ stant in æquilibrio æquilibrata appello.

3. *Pondus* est aggregatum omnium conatuum quibus singula puncta corporis quod radium premit, in rectis sibi invicem Parallelis, conantur; ipsum autem corpus premens ponderans nominatur.

4. *Momentum* est ponderantis pro certo situ, certa ad movendum Radium potentia.

5. *Planum Æquilibrii* est quo ponderans dividitur ita ut momenta utrinque sint æqualia.

6. *Diameter Æquilibrii* est duorum æquilibrii planorum sectio communis.

7. *Centrum Æquilibrii* est duarum æquilibrii Diametrorum commune punctum.

Hypotheses.

1. Si pondus ad alterutrum æquilibratorum accesserit, ad alterum vero non accesserit, tollitur æquilibrium.

2. Æqualium magnitudine, & ejusdem speciei Ponderantium, æqualia sunt momenta, quando Radium premunt hinc & inde à distantiis à centro libræ æqualibus. Item quæ conantur in distantiis à centro libræ æqualibus, si æqualia sint magnitudine & ejusdem speciei, momenta habent æqualia.

2. Duo plana æquilibrii non sunt parallela.

Sit enim (in figura 1.) ponderans quodcunque A B C D, & sit in eo planum æquilibrii E F, parallelum autem plano per E F, ducatur aliud planum quodcunque puta per G H. Dico G H non esse planum æquilibrii. Quoniam partes A E F D, E B C F, ponderantis A B C D æquilibratæ sunt, & ad partem A E F D accessit pondus E G H F, parti autem E B C F nihil accessit, sed sublatum est pondus E G H F, non erunt (per Hypoth. 1.) partes A G H D, G B C H æquilibratæ. Non est ergo G H planum æquilibrii. Itaque duo plana æquilibrii, &c. Quod erat probandum.

2. In

3. In quolibet plano æquilibrii, est æquilibrii centrum: Nam si aliud sumatur planum æquilibrii, non erit illud priori (per Art. 2.) parallelum, itaque utrumque se secabit mutuò; illa sectio est (per Definit. 6.) diameter æquilibrii; rursus si sumatur alia quævis diameter æquilibrii illa priorem secabit, & est in illa sectione (per Defin. 7.) Centrum æquilibrii; est ergo centrum æquilibrii in diametro quæ jacet in plano æquilibrii proposito.

4. Ponderantis ad unum Radii punctum applicati momentum, ad momentum ejusdem vel æqualis ponderantis applicati ad aliud quodvis punctum Radii ejusdem, est ut distantia illius puncti à centro libræ, ad distantiam hujus puncti à centro eodem; sive ut arcus circulorum super centro libræ per puncta illa Radii eodem tempore descriptorum. Sive denique ut bases parallelæ duorum triangulorum quorum angulus ad centrum libræ est communis.

Sit enim (in figura 2.) Centrum libræ A, Radius A B, quem premant ponderantia D & E æqualia in punctis B & C; rectæ autem B D, C E sint diametri æquilibrii, & centra æquilibrii ipsorum D & E sint puncta D & E: Ducatur utcunque A G F, secans D B productam in F, & E C in G; denique communi centro A describantur duo arcus B H, C I, secantes A G F in H & I. Dico momentum ponderantis D esse ad momentum ponderantis E, ut A B ad A C, vel B H ad C I, vel B F ad C G. Est enim effectus ponderantis D, in puncto B, motus circularis per arcum B H, & ponderantis E, motus circularis per arcum C I; qui motus propter æqualitatem ponderantium D & E sunt ut impetus sive velocitates punctorum B & C, per ipsos arcus B H, C I: hoc est, sicut arcus ipsi B H, C I: sive ut rectæ parallelæ B F, C G: sive Radii partes A B, A C. Nam A B, A C :: B F, C G :: B H, C I sunt proportionales; sunt igitur effectus æqualium ponderantium, hoc est, (per Defin. 4.) momenta ipsorum, applicatorum ad diversa Radii puncta, ut A B ad A C; sive ut distantiæ illorum punctorum à centro libræ, sive ut bases parallelæ triangulorum habentium angulum ad A communem; sive ut arcus concentrici B H, C I, id quod erat demonstrandum.

5. Ponderantia inæqualia, diversis radii punctis applicata, momenta habent in ratione composita ex rationibus distantiarum à centro libræ, & ponderis ad pondus.

Sit enim (in figura 3.) libræ centrum A, radius A B cui applicata

plicata sint duo ponderantia C, D, in punctis B & E. Dico Rationem momenti ponderantis C, ad momentum ponderantis D, compositam esse ex rationibus AB ad AE, & ponderis C, ad pondus D, vel (si C & D sint Homogenea) magnitudinis C ad magnitudinem D.

Ponatur utrum libet C, majus altero D; si ergo adjecto F, fiat utrumque F, & D simul, ut unum corpus, æquale ipsi C, erit (per præcedentem) momentum C, ad momentum F + D, ut BG ad EH. Fiat jam ut F + D, ad D, ita EH ad aliam EI; & erit momentum F + D, hoc est, ipsius C, ad momentum D, ut BG ad EI. Sed ratio BG ad EI, componitur ex rationibus (BG ad EH, hoc est) AB ad AE, & (EH ad EI hoc est) ponderis C ad pondus D, quare ponderantia magnitudine inæqualia, habent momenta, &c. Quod erat probandum.

6. Iisdem stantibus, si ducatur IK radio AB parallela, secans AG in K; & KL rectæ BG parallela, secans AB in L, erunt distantiæ à centro AB, AL momentis ipsorum C & D proportionales. Nam momentum C est BG, & momentum D est EI, cui æqualis est KL; sed ut AB distantia à centro ad AL distantiam à centro, ita est BG momentum ponderantis C, ad LK, sive EI momentum ponderantis D.

7. Si duorum ponderantium pondera, & distantiæ à centro sint in ratione reciproca, sicque centrum libræ inter puncta cui ipsa ponderantia applicantur; fiet æquilibrium; & contra, si æquilibrium fiat, erunt ponderum & distantiarum à centro libræ ratio reciproca.

Sit (in eadem figura tertia) centrum libræ A, radius AB & applicatum in B ponderans quodlibet C cujus momentum sit BG; sit autem & aliud ponderans quodlibet D, cujus momentum sit EI: Ducatur per I recta IK parallela radio AB secans AG in K, & KL parallela BG; erit itaque KL momentum ponderantis D. Erit que per præcedentem, ut BG momentum ponderantis C in puncto B, ad LK momentum ponderantis D in puncto E, ita AB ad AL. Sumatur ex altera parte centri libræ, recta AN, rectæ AL æqualis, & puncto N sit applicatum ponderans O, quod sit ad ponderans C, ut AB ad AN. Dico ponderantia in B & N facere æquilibrium. Nam ratio momenti ponderantis O in puncto N, ad momentum ponderantis C in puncto B (per Art. 5.) componitur ex rationibus ponderis O ad pondus B, & distantiæ (à centro libræ) AN, sive AL, ad distantiam

stantiam (à centro libræ) AB. Sed quoniam supponimus esse ut pondus O, ad pondus C, ita reciprocè distantiam AB ad distantiam AN, erit ratio momenti ponderantis O in puncto N, ad momentum ponderantis C in puncto B composita ex rationibus AB ad AN, & AN ad AB. Posita itaque ordine AB, AN, AB, momentum O erit ad momentum C, ut primum ad ultimum, hoc est, ut AB ad AB; sunt ergo eorum momenta æqualia, & propterea planum per A erit (per Defin. 5.) planum æquilibrii; fiet ergo æquilibrium: id quod erat probandum. Conversa autem manifesta est. Nam si fit æquilibrium, nec sit ratio ponderum & distantiarum reciproca, eadem pondera, etsi alterum eorum pondere augeatur, mutetve distantiam, eadem tamen servabunt momenta.

Coroll. Quando ponderantia sunt homogenea, ponderantium quæ habent momenta æqualia, magnitudines & distantiæ à centro libræ sunt reciprocè proportionales. Nam in homogeneis, est, ut pondus ad pondus, ita magnitudo ad magnitudinem.

8. Si Radio secundum longitudinem suam applicetur parallelogrammum vel parallelipipedum vel prisma, vel cylindri vel superficies cylindri, sphæræ, vel portionis sphæræ, vel prismatis; Partes ejus abscissæ planis basi parallelis habebunt momenta in ea ratione in qua sunt partes trianguli (cujus vertex est centrum libræ, & unum latus ipse radius) abscissæ planis basi parallelis.

Sit (in fig. 4.) parallelogrammum primò rectangulum ABCD, applicatum radio AB secundum totam longitudinem ipsius AB, & producta CB utcunque in E, fiat triangulum ABE. Abscindatur jam parallelogrammi pars quælibet AF plano per FG parallelam basi CB, producaturque FG ad AE in puncto H. Dico momentum totius ABCD esse ad momentum partis AF, ut triangulum ABE ad triangulum AGH, hoc est, in duplicata ratione distantiarum à centro libræ.

Diviso parallelogrammo ABCD in partes æquales numero infinitas per rectas basi parallelas, postroq; quod momentum rectæ CB sit BE, momentum rectæ FG (per art. 7.) erit GH; & momenta singularum rectarum parallelogrammi erit totidem rectæ ductæ in triangulo ABE, parallelæ basi BE; quæ parallelæ simul omnes sunt momentum totius parallelogrammi ABCD; eædemque simul omnes constituunt superficiem trianguli ABE. Momentum

tum ergo parallelogrammi ABCD est triangulum ABE; & ob eandem rationem momentum parallelogrammi AF est triangulum AGH. Est ergo momentum parallelogrammi totius ad momentum parallelogrammi partis, ut triangulum ABE ad triangulum AGH, sive in duplicata ratione radiorum quibus applicantur. Quod autem de parallelogrammo ostensum est, idem intelligi debet de cylindro, prismate, & eorum superficiebus. Item de superficiebus sphæræ, vel Hemisphærii, vel portionis sphæræ; (sunt enim partes superficiei sphæræ in eadem ratione in qua sunt partes Axis abscissæ iisdem parallelis quibus abscinduntur ipsæ partes superficiei, ut demonstratum est ab Archimede) ideoque æqualium partium, & æqualiter à centro libræ distantium, ubique in his omnibus figuris æqualia sunt momenta, eodem modo quo in parallelogrammis.

Secundò, sit parallelogrammum AKIB non rectangulum; premetur punctum B à rectâ IB perpendiculariter, id est, secundum rectam BE; & G à rectâ LG secundum rectam GH; [illegible]ic de cæteris rectis quæ sunt rectæ IB parallelæ. Itaque [illegible]dcunque momentum tribuamus rectæ IB, exempli causa, ponamus BE; si ducatur AE, momentum totius parallelogrammi AI, erit triangulum ABE; & momentum partis AL, erit triangulum AGH. Itaque momentum ponderantis, habentis latera in radio æqualiter applicata (sive perpendiculariter sive obliquè applicentur,) semper erit ad momentum partis in eadem ratione, quæ est totius trianguli ad partem trianguli plano basi parallelo abscissam.

9. Centrum æquilibrii cujusliber figuræ deficientis secundum rationes, diminutæ altitudinis & diminutæ basis, commensurabiles, cujus completa est parallelogrammum, vel cylindrus, vel parallelipipedum, axem figuræ ita dividit, ut pars ad verticem, sit ad partem reliquam, ut figura completa ad ipsam deficientem.

Sit enim (in figura 5.) figura deficiens CIAPE, cujus axis est AB, figura completa CDFE; dividatur autem axis AB in Z, ita ut AZ sit ad ZB, ut CDFE, ad CIAPE. Dico centrum æquilibrii figuræ CIAPE, esse in puncto Z. Primò, centrum æquilibrii figuræ CIAPE, est alicubi in Axe AB, id quod manifestum est per se, & proinde AB est æquilibrii diameter. Ducatur AE ponaturque BE pro momento rectæ CE; erit

erit igitur (per Artic. 3.) triangulum ABE momentum figuræ completæ CDFE. Dividatur Axis AB bifariam in L, ducaturque GLH parallela, & æqualis rectæ CE; secans curvam CIAPE in I, & P; & rectas AC, AE, in K & M. Præterea ducatur ZO eidem CE parallela, & fiat, ut LG ad LI, ita LM ad aliam LN. Similiterque fiat in omnibus rectis quæ basi CE parallelæ duci possunt; & per puncta omnia N ducatur linea ANE, eritque trilineum ANEB momentum figuræ CIAPE. Est autem triangulum ABE ad trilineum ANEB (per Cap. 17. Art. 9.) ut ABCD + AICB, ad AICB bis sumptum, hoc est, ut CDFE + CIAPE ad CIAPE bis sumptum. Est autem ut CIAPE, ad CDFE, hoc est, ut pondus deficientis ad pondus completæ, ita CIAPE bis, ad CDFE bis. Itaque positis ordine CDFE + CIAPE, CIAPE bis, CDFE bis, ratio CDFE + CIAPE ad CDFE bis componitur ex ratione CDFE + CIAPE ad CIAPE bis, id est, ex ratione trianguli ABE ad trilineum ANEB, hoc est ex momento completæ ad momentum deficientis, & ex ratione CIAPE bis ad CDFE bis, hoc est, ex ratione reciprocè sumptâ ponderis figuræ deficientis, ad pondus figuræ completæ.

Rursus quoniam ponuntur AZ, ZB :: CDFE, CIAPE proportionalia, erunt componendo AB, AZ :: CDFE+CIAPE, CDFE proportionalia.

Et quoniam AL est semissis AB, erunt AL, AZ :: CDFE + CIAPE, 2 CDFE proportionalia. Sed ratio CDFE + CIAPE ad 2 CDFE componitur, ut jam ostensum est, ex ratione momenti ad momentum, &c. Est ergo ratio AL ad AZ, composita ex ratione momenti figuræ completæ CDFE ad momentum figuræ deficientis CIAPE, & ex ratione ponderis figuræ deficientis CIAPE ad pondus figuræ completæ CDFE; quæ rationes sunt ponderum & momentorum reciprocæ. Quoniam ergo diameter æquilibrii completæ transit per L, transibit diameter æquilibrii figuræ deficientis per Z, eritque ipsa ZO. Ejusdem autem deficientis diameter æquilibrii est AB, erit itaque centrum æquilibrii in communi earum puncto, nempe in puncto Z; quod punctum (per constructionem) dividit axem ita ut pars ad verticem AZ sit ad partem reliquam ZB, ut figura completa CDFE ad figuram deficientem CIAPE; id quod erat demonstrandum.

Coroll.

Coroll. Cujuslibet trilinei plani eorum, quæ comparantur cum completis suis, in tabella articuli 3. capitis 17. centrum æquilibrii per ipsam eandem tabulam habetur, sumendo fractionis denominatorem pro parte axis ad verticem, numeratorem verò pro parte ad basem. Exempli causa, quærens centrum æquilibrii trilinei ex mediis quatuor secundi; invenio in concursu columnæ secundæ cum ordine trilineorum ex mediis quatuor, fractionem $\frac{5}{7}$ quæ significat figuram illam esse ad parallelogrammum suum seu figuram completam, ut $\frac{5}{7}$ ad unitatem, hoc est, ut $\frac{5}{7}$ ad $\frac{7}{7}$, sive ut 5 ad 7: quare centrum æquilibrii ejus axem ita dividet, ut pars ad verticem ad reliquam sit, ut 7 ad 5.

Coroll. 2. Cujuslibet conoeidis solidi, eorum quæ continentur in tabella articuli octavi ejusdem capitis decimi septimi, similiter in eadem tabella centrum æquilibrii exhibetur. Exempli gratia, si quæro centrum æquilibrii coni, invenio conum esse $\frac{2}{3}$ cylindri, ideoque centrum æquilibrii ejus ita dividere axem, ut pars ad verticem sit 3, pars ad basim 1. Item conoeidem trilinei ex medio unico, id est, conoeidem parabolicam, quia est cylindri $\frac{3}{4}$, id est, $\frac{1}{2}$, habebit centrum æquilibrii in eo puncto quod axem ita dividit, ut pars ad verticem dupla sit partis ad basem.

10. Diameter æquilibrii complementi, semissis figuræ cujuslibet earum quæ habentur in tabella articuli tertii capitis decimi septimi, dividit eam quæ per verticem figuræ ducitur basi parallela & æqualis, ita ut pars ad verticem sit ad reliquam, ut figura completa ad complementum.

Sit enim (in fig. eadem 5.) A I C B semissis sive parabolæ, sive alterius trilinei cujuscunque, tabellæ articuli tertii capitis decimi septimi, habentis axem AB, basem BC, cui per verticem æqualis & parallela sit AD; & figura completa, parallelogrammum A B C D. Ducatur I Q uteunque sed lateri C D parallela; complementique A I C D, altitudo intelligatur esse AD, & ordinatim applicata Q I. Itaque altitudo AL, in figura deficiente A I C B æqualis est Q I ordinatim applicatæ in complemento ejus; & contra L I, ordinatim applicata in figura A I C B, æqualis est altitudini A Q in complemento ejus; & sic per omnes cæteras ordinatim applicatas & altitudines sit mutatio talis, ut quæ in figura est ordinatim applicata, eadem in complemento sit altitudo. Itaque ratio altitudinum decrescentium ad rationem ordinatarum decrescentium, quæ multiplex est secundum quemvis numerum in figura deficiente, est in complemento secundum eundem numerum submultiplex. Exempli causa, si A I C B sit parabola, quia ratio A B ad A L est dupla rationis B C ad L I, erit in complemento A I C D, ratio A D ad A Q (quæ eadem est cum ratione B C ad L I) subdupla rationis C D ad Q I (quæ eadem est cum ratione A B ad A L) & proinde complementum est ad parallelogrammum in parabola, ut 1 ad 3; in trilineo ex mediis duabus, ut 1 ad 4, in trilineo ex mediis tribus 1 ad 5, &c. Sunt autem omnes simul applicatæ in A I C D momentum ejus, & omnes applicatæ in A I C B momentum ipsius A I C B: quare momenta complementorum semissium figurarum deficientium in tabella, artic. 3. cap. 17. comparatarum, sunt ut ipsæ figuræ deficientes; & propterea recta A D dividitur à diametro æquilibrii in ea ratione, ut pars ad verticem, sit ad reliquam, ut figura completa A B C D ad complementum A I C D.

Coroll. Diameter æquilibrii harum semissium reperitur in tabella art. 3. cap. 17. hoc modo: sit proposita figura deficiens trilineum ex duabus mediis secundum, ea figura est ad completam, ut $\frac{2}{5}$ ad 1, hoc est ut 3 ad 5. Quare complementum ejus est ad eandem completam ut 2 ad 5. Itaque illius complementi diameter æquilibrii secabit rectam per verticem basi parallelam, ita ut pars ad verticem sit ad reliquam, ut 5 ad 2. Simili modo si sumatur quælibet alia dictarum figurarum, & à denominatore fractionis ejus in tabella inventæ auferatur numerator, dividetur recta per verticem ita ut pars ad verticem sit ad reliquam, ut denominator ad residuum quod ea substractione relinquitur.

11. Centrum æquilibrii semissis figuræ curvilineæ cujuslibet earum quæ sunt in primo ordine tabellæ articuli tertii, capitis decimi septimi, est in recta axi parallela quæ basin dividit secundum numeros fractionis in secundo ordine proximè inferiore, ita ut numerator respondeat parti quæ est ad axem.

Sumatur (in figura 6.) exempli causa, ex mediis tribus primum, cujus semissis sit A B C D, & compleatur rectangulum A B E D; quare complementum erit B C D E, & quoniam (per tabellam) A B E D est ad figuram A B C D, ut 5 ad 4, erit eadem A B E D ad complementum B C D E, ut 5 ad 1. Quare si ducatur F G basi D A parallela, secans axem ita ut A G, sit ad

GB, ut 4 ad 13; erit centrum æquilibrii figuræ ABCD (per præcedentem) in ipsa FG alicubi. Rursus (per præcedentem) quoniam figura completa ABED est ad complementum BCDE ut 5 ad 1, divisis BE, AD in H & I, in ratione 5 ad 1, erit centrum æquilibrii complementi BCDE alicubi in ducta HI. Ducatur jam per centrum figuræ completæ M, recta LK basi parallela, & altera ipsi per idem centrum M perpendicularis NO; rectæ autem LK, FG secent rectam HI in P & Q. Sumatur PR quadrupla rectæ PQ. Ductaque RM producatur donec occurrat rectæ FG in S. Est ergo RM ad MS, ut 4 ad 1; id est, ut figura ABCD ad complementum suum BCDE. Totius autem ABED centrum est M. Jam quia distantiæ R & S à centro M sunt in reciproca ratione ponderis complementi BCDE ad pondus figuræ ABCD, erunt R & S ipsa centra æquilibrii figurarum suarum, vel erunt centra illa in aliis punctis diametrorum æquilibrii HI, FG. Sed posterius est impossibile. Nam per punctum M alia recta terminata in rectis HI, FG duci non potest in ratione MR ad MS, hoc est, in ratione figuræ ABCD ad suum complementum BCDE. Centrum ergo æquilibrii figuræ ABCD est in puncto S. Quoniam autem est, ut RP ad RQ, ita PM ad QS, erit QS partium 5, quarum PM est 4, id est, quarum IN est 4. Quarum autem partium EB, sive FG est 6, earum IN, sive PM est 2. Si igitur fiat ut 4 ad 5, ita 2 ad quartam, erit illa quarta $2\frac{1}{2}$. Itaque quarum partium FG est 6 earum QS est $2\frac{1}{2}$. Sed FQ est una, ergo FS est $3\frac{1}{2}$. Reliqua igitur GS est partium $2\frac{1}{2}$. Dividitur ergo FG, in S, ita ut pars ad axem sit ad partem reliquam, ut $2\frac{1}{2}$ ad $3\frac{1}{2}$, id est, ut 5 ad 7, id quod respondet numero $\frac{5}{7}$ in ordine secundo, proxime inferiore quàm est primi ordinis numerus $\frac{4}{7}$; ductaque ST axi parallela, similiter dividitur basis.

Eadem methodo invenitur, basin semi-parabolæ dividi in 3 & 5. Et trilinei ex binis mediis primi in 4 & 6, & trilinei ex quatuor mediis primi, in 6 & 8. Itaque fractiones ordinis secundi notant rationes in quas bases figurarum ordinis primi à diametris æquilibrii dividuntur, sed ordo primus incipit uno loco altiùs, quam secundus.

12. Centrum æquilibrii semissis cujuslibet figuræ earum quæ fiunt in secundo ordine, ejusdem tabellæ artic. 3. cap. 17. est in recta

ta axi parallela, quæ basin dividit secundum numeros fractionis qui est in quarto ordine, inferior duobus locis, ita ut numerator respondeat parti ad axem.

Sumatur (in fig. 7.) semissis trilinei ex duobus mediis secundi; sit ea ABCD, complementum ejus BCDE, rectangulum completum ABED: quod dividatur per centrum M à duabus rectis ad se invicem orthogonaliter ductis LK, NO, & quoniam ABED est ad ABCD, ut 5 ad 3, dividatur AB in G, ut AG sit ad BG ut 3 ad 5, & ducatur parallela basi FG. Item quoniam ABED est (per Art. 9.) ad BCDE ut 5 ad 2, dividatur BE in puncto I, ita ut BI sit ad IE ut 5 ad 2; ducaturque IH parallela axi secans LK, FG in P & Q. Sumatur jam PR quæ sit ad PQ ut 3 ad 2, ductaque RM producatur ad FG in S. Quoniam ergo ut RP ad RQ, hoc est RM ad MS, ita est ABCD ad complementum ejus BCDE, & centra æquilibrii ABCD, BCDE sunt in rectis FG & HI; & centrum æquilibrii utriusque simul in M, erit R centrum complementi BCDE, & S centrum æquilibrii figuræ ABCD. Et quoniam est ut RP, ad RQ, ita PM, id est, LN, ad QS; qualium autem partium BE, id est, FG, est 14, talium IN vel PM est 3, earundem partium QS est 5, & EI, id est, FQ 4, & FS 9, & GS 5. Dividit ergo recta ST parallela axi, basin AD in 5 & 9. Fractio autem $\frac{5}{9}$ invenitur in tabellæ ordine quarto duobus locis inferior quam est Fractio $\frac{5}{7}$ in ordine secundo.

Juxta eandem methodum si sumatur in eodem ordine secundo, trilineum ex mediis tribus secundum, centrum æquilibrii semissis ejus erit in recta axi parallela, quæ dividit basin juxta numeros fractionis, & in quarto ordine duobus locis inferioris; & sic de cæteris trilineis ordinis secundi. Simili methodo trilinei ex tribus mediis tertii invenietur centrum æquilibrii esse in recta axi parallela, quæ secat basin ita ut pars ad axem sit ad reliquam ut 7 ad 13, &c.

Corollarium. Centra æquilibrii semissium dictarum figurarum cognita sunt, cum sint in intersectione rectarum ST, & FG cognitarum.

13. Cognito centro æquilibrii semissis figuræ cujuslibet earum quæ in tabella articuli tertii cap. 17. comparantur cum parallelogrammo suo, cognoscitur quoque centrum æquilibrii excessus, ejusdem supra triangulum suum.

Sumatur (exempli causa, in figura 8) semi-parabola ABCD,

GB, ut 4 ad 15: erit centrum æquilibrii figuræ ABCD (per præcedentem) in ipsa FG alicubi. Rursus (per præcedentem) quoniam figura completa ABED est ad complementum BCDE ut 5 ad 1, divisis BE, AD in H & I, in ratione 5 ad 1, erit centrum æquilibrii complementi BCDE alicubi in ducta HI. Ducatur jam per centrum figuræ completæ M, recta LK basi parallela, & altera ipsi per idem centrum M perpendicularis NO; rectæ autem LK, FG secent rectam HI in P & Q. Sumatur PR quadrupla rectæ PQ, Ductaque RM producatur donec occurrat rectæ FG in S. Est ergo RM ad MS, ut 4 ad 15: id est, ut figura ABCD ad complementum suum BCDE. Totius autem ABED centrum est M. Jam quia distantiæ R & S à centro M sunt in reciproca ratione ponderis complementi BCDE ad pondus figuræ ABCD, erunt R & S ipsa centra æquilibrii figurarum suarum, vel erunt centra illa in aliis punctis diametrorum æquilibrii HI, FG. Sed posterius est impossibile. Nam per punctum M alia recta terminata in rectis HI, FG duci non potest in ratione MR ad MS, hoc est, in ratione figuræ ABCD ad suum complementum BCDE. Centrum ergo æquilibrii figuræ ABCD est in puncto S. Quoniam autem est, ut RP ad RQ, ita PM ad QS, erit QS partium 5, quarum PM est 4, id est, quarum IN est 4. Quarum autem partium EB, sive FG est 6, earum IN, sive PM est 2. Si igitur fiat ut 4 ad 5, ita 2 ad quartam, erit illa quarta $2\frac{1}{2}$. Itaque quarum partium FG est 6 earum QS est $2\frac{1}{2}$. Sed FQ est una, ergo FS est $3\frac{1}{2}$. Reliqua igitur GS est partium $2\frac{1}{2}$. Dividitur ergo FG, in S, ita ut pars ad axem sit ad partem reliquam, ut $2\frac{1}{2}$ ad $3\frac{1}{2}$, id est, ut 5 ad 7, id quod respondet numero $\frac{5}{7}$ in ordine secundo, proxime inferiore quàm est primi ordinis numerus $\frac{2}{3}$; ductâque ST axi parallelâ, similiter dividitur basis.

Eadem methodo invenitur, basin semi-parabolæ dividi in 3 & 5. Et trilinei ex binis mediis primi in 4 & 6, & trilinei ex quatuor mediis primi, in 6 & 8. Itaque fractiones ordinis secundi notant rationes in quas bases figurarum ordinis primi à diametris æquilibrii dividuntur, sed ordo primus incipit uno loco altiùs, quam secundus.

12. Centrum æquilibrii semissis cujuslibet figuræ earum quæ sunt in secundo ordine, ejusdem tabellæ artic. 3. cap. 17. est in recta axi parallela, quæ basin dividit secundum numeros fractionis qui est in quarto ordine, inferior duobus locis, ita ut numerator respondeat parti ad axem.

Sumatur (in fig. 7.) semissis trilinei ex duobus mediis secundi; sit ea ABCD, complementum ejus BCDE, rectangulum completum ABED: quod dividatur per centrum M à duabus rectis ad se invicem orthogonaliter ductis LK, NO, & quoniam ABED est ad ABCD, ut 5 ad 3, dividatur AB in G, ut AG sit ad BG ut 3 ad 5, & ducatur parallela basi FG. Item quoniam ABED est (per Art. 9.) ad BCDE ut 5 ad 2, dividatur BE in puncto I, ita ut BI sit ad IE ut 5 ad 2; ducaturque IH parallela axi secans LK, FG in P & Q. Sumatur jam PR quæ sit ad PQ ut 3 ad 2, ductaque RM producatur ad FG in S. Quoniam ergo ut RP ad RQ, hoc est RM ad MS, ita est ABCD ad complementum ejus BCDE, & centra æquilibrii ABCD, BCDE sunt in rectis FG & HI; & centrum æquilibrii utriusque simul in M, erit R centrum complementi BCDE, & S centrum æquilibrii figuræ ABCD. Et quoniam est ut RP, ad RQ, ita PM, id est, IN, ad QS; qualium autem partium BE, id est, FG, est 14, talium IN vel PM est 3, earundem partium QS est 5, & EI, id est, FQ 4, & FS 9, & GS 5. Dividit ergo recta ST parallela axi, basin AD in 5 & 9. Fractio autem $\frac{5}{9}$ invenitur in tabellæ ordine quarto duobus locis inferior quam est Fractio $\frac{3}{5}$ in ordine secundo.

Juxta eandem methodum si sumatur in eodem ordine secundo, trilineum ex mediis tribus secundum, centrum æquilibrii semissis ejus erit in recta axi parallela, quæ dividit basin juxta numeros fractionis 6 in quarto ordine duobus locis inferioris; & sic de cæteris trilineis ordinis secundi. Simili methodo trilinei ex tribus mediis tertii invenietur centrum æquilibrii esse in recta axi parallela, quæ secat basin ita ut pars ad axem sit ad reliquam ut 7 ad 13, &c.

Corollarium. Centra æquilibrii semissium dictarum figurarum cognita sunt, cum sint in intersectione rectarum ST, & FG cognitarum.

13. Cognito centro æquilibrii semissis figuræ cujuslibet earum quæ in tabella articuli tertii cap. 17. comparantur cum parallelogrammo suo, cognoscitur quoque centrum æquilibrii excessus, ejusdem supra triangulum suum.

Sumatur (exempli causâ, in figura 8) semi-parabola ABCD, cu-

cujus axis A B, completa A B E D, excessus supra triangulum solidi B C D B. Ejus centrum sic invenietur. Ducatur F G parallela basi, ita ut A F sit tertia pars axis; & H I parallela axi, ita ut A H sit tertia pars basis. Erit ergo I centrum æquilibrii trianguli A B D. Rursus ducatur K L parallela basi ita ut A K sit ad A B ut 2. ad 5, & M N parallela axi, ita ut A M sit ad A D ut 3. ad 8. Terminetur autem M N in recta K L. Erit ergo N centrum æquilibrii parabolæ A B C D. Habemus ergo centra æquilibrii semiparabolæ A B C D, & partis ejus, nempe trianguli A B D. Ut inveniamus centrum æquilibrii partis reliquæ B C D B, ducatur I N & producatur ad O; in producta autem sumatur N O triplæ ipsius I N, eritque O centrum quæsitum.

Quoniam enim est ut pondus A B D, ad pondus B C D B, ita reciproce recta N O, ad rectam I N, & est N centrum totius, & I centrum trianguli A B D, erit O centrum reliquæ partis nempe figuræ B D C B, quod erat inveniendum.

Coroll. Centrum æquilibrii figuræ B D C B, est in concursu duarum rectarum, quarum altera est basi parallela, dividens axem; ita ut pars ad basin sit totius Axis $\frac{2}{5}$ sive $\frac{6}{15}$, altera est axi parallela ita dividens basin ut pars ad axem sit totius semissis, sive $\frac{12}{24}$. Nam ducta O P parallelâ basi, erit ut I N ad N O, ita F K ad K P, id est, ita 1. ad 3. sive 5. ad 15. Sed A F est totius A B, $\frac{5}{15}$ sive $\frac{2}{3}$ & A K $\frac{6}{15}$ sive $\frac{2}{5}$ & F K $\frac{1}{15}$, & K P $\frac{3}{15}$ & proinde A P $\frac{9}{15}$. Deinde A H est totius basis $\frac{1}{3}$ sive $\frac{8}{24}$ A M $\frac{3}{8}$ sive $\frac{9}{24}$; ductâ ergo O Q axi parallela, erit M Q (quæ tripla est H M) $\frac{27}{24}$. Quare A Q est $\frac{12}{24}$; sive semissis basis A D.

Excessus cæterorum trilineorum ordinis primi tabellæ artic. tertii cap. 17. habens centra æquilibrii in duabus rectis, quæ dividunt axem & basin secundum fractiones, quæ fractionum in parabola $\frac{9}{15}$ & $\frac{12}{24}$ numeratoribus addunt 4; denominatoribus autem 6. hoc modo.

In parabola,	Axis $\frac{9}{15}$	basis $\frac{12}{24}$.
In trilineo primo,	Axis $\frac{13}{21}$	basis $\frac{16}{30}$.
In trilineo secundo,	Axis $\frac{17}{27}$	basis $\frac{20}{36}$, &c.

Eadem methodo cæterarum figurarum ordinis secundi, tertii, &c. centra æquilibrii excessuum supra triangula sua quilibet (si tanti sit) invenire potest.

14 Cen-

14 Centrum æquilibrii sectoris Sphæræ (id est figuræ compositæ ex cono recto cujus vertex est Sphæræ centrum, & ex portione Sphæræ communem habente cum cono basin) ita dividit rectam quæ fit ex axe coni, & semisse axis portionis simul sumptis, ut pars ad verticem reliquæ sit tripla; sive ad totam illam rectam, ut 3. ad 4.

Sit enim (in figura 9.) sector Sphæræ A B C; cujus vertex (centrum Sphæræ) sit A; axis A D; coni & portionis basis communis circulus super diametrum B C; axis portionis E D; semissis ejus F D; axis coni A E. Sit denique A G tres quartæ rectæ A F. Dico G esse sectoris A B C centrum æquilibrii.

Ducatur recta F H quantævis longitudinis, faciens cum A F angulum rectum in F, ductaque recta A H, fiat A F H triangulum. Ducatur deinde eodem centro A arcus quicunque I K, secans A D in L, & chorda ejus, secans A D in M, divisâque M L bifariam in N, ducatur N O parallela rectæ F H, & occurrens rectæ A H in O. Quoniam jam B D C est superficies sphærica portionis sphæræ abscissæ plano recto ad axem ducto per B C, dividatque F H axem portionis E D bifariam in F, erit centrum æquilibrii superficiei B D C (per artic. 8.) in F; & propter eandem rationem centrum æquilibrii superficiei I L K erit in N; & eodem modo si inter A, centrum sphæræ, & B D C extimam sectoris superficiem, ducerentur arcus numero infiniti, superficierum sphæricarum in quibus illi arcus insunt, centra æquilibrii invenirentur in axis parte intercepta inter ipsam superficiem & planam per chordam arcus axi perpendicularem, ad punctum medium.

Ponatur jam quod momentum sphæricæ superficiei extimæ B D C sit F H. Quoniam ergo superficies B D C, est ad superficiem I L K in duplicata ratione arcûs B D C ad arcum I L K, id est, in duplicata ratione B E ad I M, hoc est in duplicata ratione F H ad N O, fiat ut F H ad N O, ita N O ad aliam N P. Et rursus ut N O ad N P, ita N P ad aliam N Q. Similiterque fiat in omnibus parallelis basi F H, inter ipsam basin & A verticem trianguli A F H possibilibus. Et per omnia puncta Q ducatur curva A Q H; erit ergo figura A F H Q A complementum trilinei ex mediis duabus primi, eademque momentum omnium superficierum sphæricarum, ex quibus sector solidus A B C D componitur; & proinde momentum ipsius sectoris. Intelligatur jam F H esse semidiametrum basis coni recti,

ti, cujus latus est A H, axis A F. Quoniam ergo bases conorum per F & N, & cætera axis puncta, in ratione duplicata sunt rectarum F H, N O, &c, momentum basium omnium simul, id est, totius coni, erit eadem figura A F H Q A. Itaque centrum æquilibrii coni idem est quod sectoris solidi. Quoniam ergo A G est, tres quartæ axis A F, centrum æquilibrii coni A F H est in G, quare centrum etiam sectoris solidi est in G, & dividit axis partem A F, ità ut A G sit tripla G F; id est, ut ita sit A G ad A F, ut 3. ad 4. Quod erat probandum.

Notandum, quod quando sector est Hemisphærium, Axis coni evanescit in ipsum punctum quod est Sphæræ centrum; & proinde semissi axis portionis nihil addit. Quare sumptis à centro, in axe Hæmisphærii, tribus quartis semissis Axis, id est, $\frac{3}{4}$ semidiametri Sphæræ, ibi erit centrum æquilibrii Hemisphærii.

CAPUT.

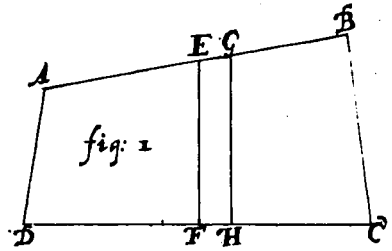


fig: 1

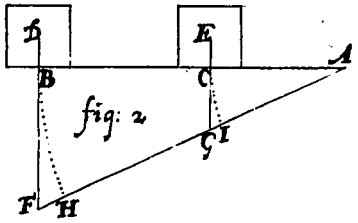


fig: 2

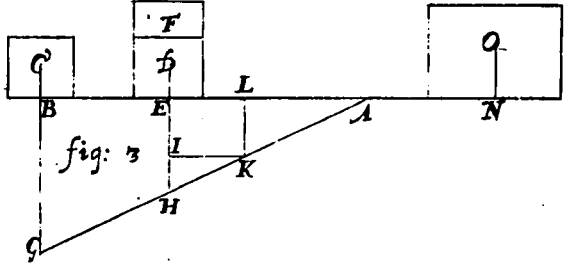


fig: 3

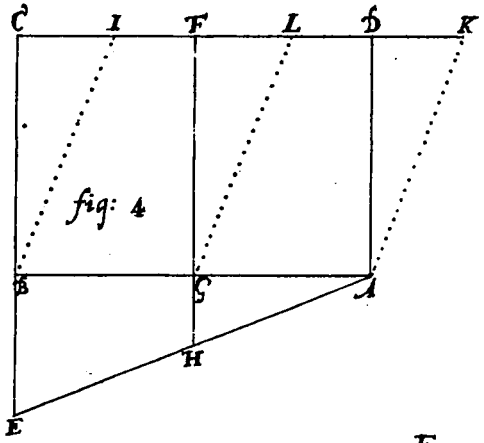


fig: 4

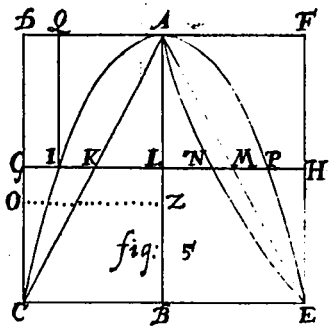


fig: 5

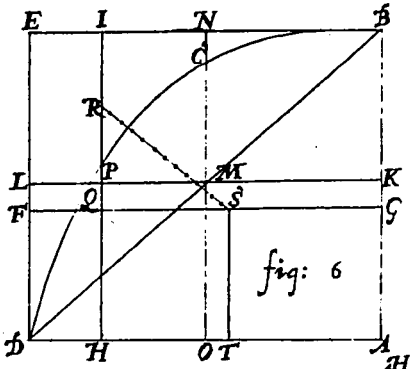
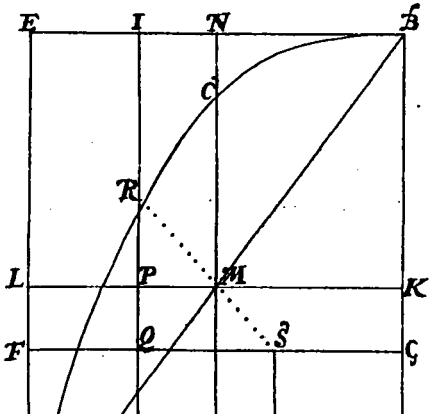


fig: 6



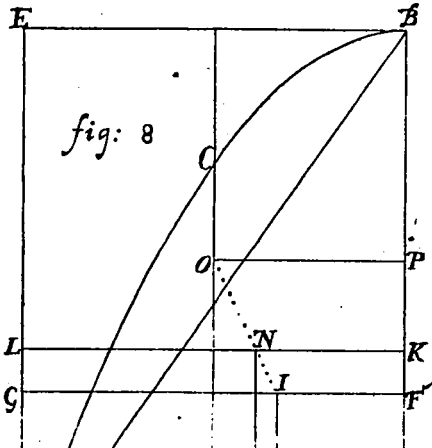
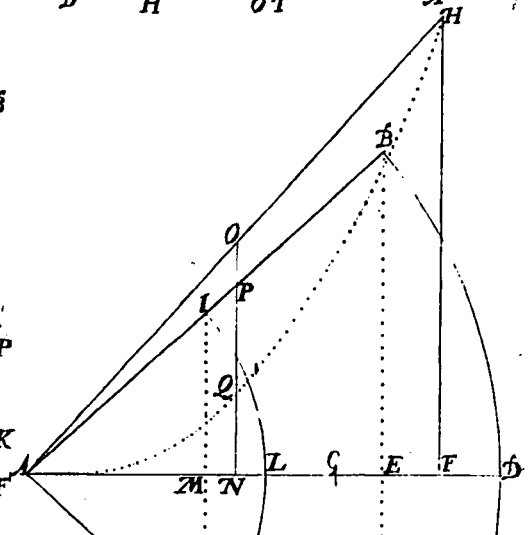


fig: 8



Caput XXIV.

De Refractione & Reflexione.

1. Definitiones. 2. In Motu perpendiculari nulla fit Refractio. 3. Projecta è medio raro in densum ita refringuntur ut angulus refractus, angulo inclinationis sit major. 4. Conatus ab uno puncto quaqua versum refringitur ita ut sinus anguli refracti sit ad sinum anguli Inclinationis, ut densitas medii primi ad densitatem medii secundi reciprocè sumptam. 5. Sinus anguli refracti in una inclinatione est ad sinum anguli refracti in alia inclinatione, ut sinus anguli inclinationis illius, ad sinum anguli inclinationis hujus. 6. Si duæ incidentes æqualiter inclinatæ sint, altera in medio raro, altera in denso, erit sinus anguli inclinationis media proportionalis inter duos sinus angulorum refractorum. 7. Si angulus inclinationis sit semirectus, & recta inclinata in medio densiore, & sit ratio densitatum ut diagonium quadrati ad latus, & superficies separatrix plana, linea refracta erit in ipsa superficie separatrice. 8. Si corpus in aliud corpus feratur per lineam rectam, nec ipsum penetret sed reflectatur, erit angulus reflexionis angulo incidentiæ æqualis. 9. Idem contingit in motus per incidentem generatione.

Definitiones.

1. *Refractio* est lineæ secundum quam procederet corpus motum vel actio ejus in uno & eodem medio, in duas lineas rectas, propter duorum mediorum naturam diversam, Fractio.
2. Harum prior *Incidens*; posterior *Refracta* dicitur.
3. *Punctum Refractionis*, Punctum commune est Incidentis & Refractæ.
4. *Superficies Refringens*, quæ & mediorum *Separatrix*, ea est in qua est Punctum Refractionis.
5. *Angulus Refractus* is est quem facit Refracta in Puncto Refractionis cum ea quæ ab eodem puncto ducitur superficiei separatrici perpendicularis in medio diverso.

6. *Angulus Refractionis* est quem facit Refracta cum Incidente producta.

7. *Angulus Inclinationis* est quem facit incidens cum ea quæ à puncto Refractionis educitur superficiei separatrici perpendicularis.

8. *Angulus Incidentiæ* est, Anguli Inclinationis ad Rectum, Complementum.

Itaque (in figura prima) Refractio fit per A B F. Refracta est B F. Incidens A B. Punctum Incidentiæ, idemque Refractionis est B. Superficies Refringens, sive separatrix D B E. Incidens in directum producta A B C. Superficiei separatrici perpendicularis B H. Angulus Refractionis C B F. Angulus Refractus H B F. Angulus Inclinationis A B G, vel H B C. Angulus Incidentiæ A B D.

9. Præterea, Medium Rarius intelligitur esse illud in quo Motui, vel Motûs generationi minor fit resistentia. Densius in quo major.

10. Medium autem in quo resistentia ubique æqualis est, Medium Homogeneum. Cætera Media Heterogenea sunt.

2. Si mobile transeat, vel motus generatio fiat ab uno medio in aliud Densitatis diversæ, in linea quæ sit ad superficiem separatricem perpendicularis, nulla fiet Refractio.

Cum enim ex omni parte perpendicularis omnia æqualia & similia supponantur, quæ sunt in ipsis mediis; si ponatur etiam motus ipse Perpendicularis, erunt quoque æquales Inclinationes, vel potius nullæ. Nulla itaque causa esse potest ex qua inferatur Refractio ex parte una perpendicularis, quæ non æquè Refractionem eandem convinceret ex parte altera. Quo posito, Refractio ex una parte Refractionem ex altera parte tolleret; unde linea refracta vel ubique esset, quod est absurdum; vel nulla, quod est Propositum ostendere.

Coroll. Manifestum hinc est causam Refractionis in sola esse obliquitate Incidentis, sive corpus Incidens per medium utrumque penetrat, sive non penetrans sed premens tantùm, motum propaget.

3. Si Corpus motum (servato partium suarum internarum situ) ut lapis, è medio raro obliquè in medium densum penetrans processerit; sitque medium densius tale, ut partes ejus internæ motæ se restituant, Angulus Refractus angulo Inclinationis major erit. Sit enim (in eadem Fig. 1.) duorum mediorum superficies separatrix D B E. Et per rectam A B C intelligatur moveri Corpus aliquod quale supponitur, puta lapidem projectum. Sit autem A B in medio rariore, ut aëre; B C in densiore, ut aqua. Dico lapidem per A B projectum non esse processurum per B C, sed per aliam, quæ cum ducta perpendiculari B H facit angulum Refractum H B F, angulo inclinationis H B C, majorem.

Cum enim veniens lapis ab A, & impingens in B, faciat id quod est in B procedere versus H, & similitèr fiat per omnes rectas ipsi B H parallelas; Cúmque restituant se partes motæ per eãdem lineam via contraria, orietur motus contrarius per HB, & rectas omnes ipsi H B parallelas. Erit ergo motus lapidis factus ex concursú motuum per A G, id est, per D B, & per G B, hoc est, per B H, & denique per H B; id est, ex concursu motuum trium. Sed per concursum per A G, B H conducitur lapis ad C; addito ergo motu per H B, feretur altiùs alicubi, ut per B F facientem angulum H B F, angulo H B C majorem.

Hinc ergo petenda videtur esse causa quare corpora in magna obliquitate projecta, si vel latiuscula sint vel vi projecta valde magna, incidentia in aquam, ab aqua in aërem rursum rejiciuntur.

Nam si (in Fig. 2.) aquæ superficies sit A B, in quam à puncto C per rectam C A sit projectus lapis, faciens cum B A producta angulum satis minutum C A D; ductaque sit C D perpendicularis ad B A productam ubicunque in D, ipsique C D parallela A E. Movebitur ergo lapis per C A à concursu duorum motuum per D A, C D quorum erunt velocitates ut ipsæ rectæ D A, C D. A motu autem per C D & omnes ejus parallelas post impactum in A, existet reactio sursum, propterea quod aqua se restituit. Jam si obliquitas jactûs satis magna sit, id est, si recta C D satis parva sit, id est, si conatus quo tendit lapis deorsum minor sit quam quo aqua reagit, id est, quam quem à propria habet gravitate (nam fieri id potest) lapis resurget (propter excessum conatus aquæ se restituentis supra conatum lapidis deorsum) ultra superficiem A B, & feretur altius reflexa, per lineam aliam superiorem, qualis est A G.

4. Si in medio quolibet supponatur ab uno aliquo puncto conatum in omnes simul partes quaqua versum propagari; oppositumque obliquè ei conatui sit medium naturæ diversæ, id est, Ra-

Rarius vel Densius; ita refringetur conatus ille, ut sinus anguli Refracti sit ad sinum anguli Inclinationis, ut Densitas primi medii ad Densitatem secundi reciprocè sumptam.

In Fig. 3. sit primò Corpus aliquod in A medii rarioris; intelligaturq; conari quaqua versum, habeatq; proinde conatum per A B, & A *b* quibus obliquè opponatur medii densioris superficies B *b* in B & *b*, ita ut A B, A *b* sint æquales; extendaturque utrinque recta B *b*. Per puncta autem B, *b* ducantur perpendiculares B C, & *b c*; Centrisque B, *b* radiis B A, *b* A æqualibus describantur circuli A C, A *c* secantes B C, *b c* in C & *c*, & easdem productas in D & *d*; & productas A B, A *b* in E & *e*. Deinde à puncto A ad rectas B C, *b c* ducantur perpendiculares A F, A *f*. Est ergo A F sinus anguli inclinationis rectæ A B, & A *f* sinus anguli inclinationis rectæ A *b*, quæ duæ inclinationes factæ sunt per constructionem æquales. Dico, ut Densitas medii in quo est B C & *b c* ad Densitatem medii in quo est B D & *b d*, ita esse sinum anguli Refracti ad sinum anguli Inclinationis.

Ducatur recta E G parallela rectæ A B occurrens rectæ *b* B productæ in G. Quoniam ergo parallelæ quoque sunt A F, B G erunt B G, A F æquales, & proinde quo tempore propagatur conatus per A F, eodem tempore propagaretur conatus per B G, si medium esset ejusdem densitatis. Sed quia medium per B G densius est, id est, resistit conatui magis quam medium in quo est A F, propagabitur conatus in B G minus quam in A F, in ratione Densitatis medii ubi A F ad densitatem medii ubi est B G: sit ergo ut B G ad B H ita densitas medii in quo est B G ad densitatem medii in quo est A F. Sitque temporis mensura radius circuli. Ducatur H I parallela B D, occurrens circumferentiæ in I; & à puncto I demittatur ad B D perpendicularis I K; eruntq; B H, I K æquales, & erit I K ad A F ut Densitas medii in quo A F, ad Densitatem medii in quo est I K. Cum ergo tempore A B, qui est radius circuli, conatus propagatur in medio rariore, per A F, eodẽ tẽpore, id est, tẽpore B I, propagabitur in medio densiore à K ad I. Erit igitur B I rectæ A B; refracta est autẽ I K sinus anguli refracti, & A F sinus anguli inclinationis. Quoniam ergo I K est ad A F ut densitas medii in quo est A F, ad densitatem medii in quo est I K, erit ut Densitas medii in quo est A F, (vel B C) ad Densitatem medii in quo est I K, vel B D, ita sinus anguli refracti ad sinum anguli Inclinationis. Eadem ratione ostendi potest esse, ut den-

densitas medii rarioris ad densitatem medii densioris, ita esse K I sinum anguli refracti ad A F sinum anguli inclninationis.

Secundò, sit Corpus quod quaqua versum conetur in medio densiore, ad I. Siquidem ergo medium utrumq; idem esset, conatus ejus per I B tenderet rectà ad L, esseque sinus anguli inclinationis L M, æqualis I K, sive B H. Sed quoniam densitas medii in quo est I K, est ad densitatem medii in quo est L M, ut B H ad B G, id est ad A F, propagabitur conatus magis in medio ubi est L M, quam in medio ubi est I K, in ratione densitatis ad densitatem, id est, in ratione M L ad A F. Ductâ ergo B A, erit angulus refractus C B A; & sinus ejus A F; est autem L M sinus anguli Inclinationis. Est ergo rursus ut densitas medii ad Densitatem medii diversi, ita reciprocè sinus anguli Refracti ad sinum anguli Inclinationis. Quod erat demonstrandum.

In hâs quidem demonstrasione, *superficiem separatricem* B *b* planam construximus: quanquam autem concava aut convexa esset, Theorema verum erit. Nam cum Refractio fiat in puncto B superficiei planæ separatricis; si ducatur linea curva ut P Q quæ à separatrice in puncto B tangatur, non mutabitur neque linea refracta B I, neque perpendicularis B D; angulusque refractus K B I, & sinus ejus K I, iidem manebunt qui prius.

5. Sinus anguli refracti in una Inclinatione, est ad sinum anguli refracti in alia Inclinatione, ut sinus anguli illius inclinationis ad sinum anguli hujus inclinationis.

Quoniam enim sinus anguli refracti est ad sinum anguli inclinationis, quæcunque ea inclinatio sit, ut densitas medii ad densitatem medii diversi. Componitur ratio sinûs anguli refracti ad sinum anguli inclinationis, ex rationibus densitatis ad densitatem, & sinus anguli inclinationis ad sinum anguli inclinationis diversæ; sed rationes densitatum in eodem corpore homogeneo supponuntur eædem; sunt igitur anguli refracti in diversis inclinationibus, ut sinus ipsorum angulorum Inclinationis. Quod erat ostendendum.

6. Si duæ incidentes æqualiter inclinatæ sint, altera in medio raro, altera in Denso, erit sinus anguli inclinationis, media proportionalis inter duos sinus angulorum refractorum.

Sit enim (in Fig. 3.) A B inclinata in medio raro, quæ refracta sit in medio denso per B I. Sitque E B tantundem inclinata in medio Denso, quæ refracta sit per B S in medio raro. Ducatur sinus anguli refracti, qui sit R S. Dico rectas R S, A F, I K, esse con-

continuè proportionales. Est enim ut Densitas medii densioris ad Densitatem medii rarioris, ita R S ad A F. Densitas autem eadem medii Densioris ad Densitatem eandem medii rarioris, ut A F ad I K. Sunt ergo R S, A F :: A F, I K proportionales, id est, R S, A F, I K continuè proportionales, quarum media est A F. Quod erat probandum.

7. Si angulus inclinationis sit semirectus, & recta inclinata in medio denso, & ratio densitatum ut diagonium quadrati ad latus, & superficies separatrix plana, linea refracta erit in ipsa superficie separatrice.

Sit enim (in Fig. 4.) angulus inclinationis A B C, grad. 45. in circulo A C. Producatur C B ad circumferentiam in D; ducaturque C E sinus anguli E B C, cui æqualis in B G separatrice sumatur B F: Erit ergo B C E F parallelogrammum, & F E, B C, id est, F E, B G æquales. Ducatur A G diagonium quadrati cujus B G est latus, eritque ut A G ad E F, ita B G ad B F, & ita (per Hypothesin) densitas medii in quo C, ad densitatem medii in quo D, & ita quoq; sinus anguli refracti ad sinum anguli inclinationis. Ductâ ergo F D, & ad A B (productam in H) perpendiculari D H, erit D H sinus anguli inclinationis; & quoniam sinus anguli refracti est ad sinum anguli inclinationis ut densitas medii in quo C ad densitatem medii in quo D, id est (per Hypothesin) ut A G ad F E, hoc est, D H ad B G, & D H est sinus anguli inclinationis, erit B G sinus anguli refracti. Erit ergo B G linea refracta, eademque in ipsa superficie plana separatrice. Quod erat demonstrandum.

Cor. Manifestum est ergo, majore inclinatione quam graduum 45, vel etiam minore inclinatione modo major sit densitas, fieri posse, ut refractio è medio denso in rarum nunquam exeat.

8. Si corpus in aliud corpus feratur per lineam rectam, nec ipsum penetret, sed reflectatur; erit angulus Reflectionis angulo incidentiæ æqualis.

Sit (in Fig. 5.) mobile in A, quod motu recto per A C incidat in aliud corpus ad C, nec progrediatur, sed reflectatur; sit autem angulus incidentiæ quicunque A C D. Ducatur recta C E faciens cum D C producta angulum E C F, æqualem angulo A C D; & ad rectam D F ducatur perpendicularis A D. In D F, sumatur recta C G æqualis C D; ducaturque perpendicularis G E secans C E in E. Erunt ergo triangula A C D, E C G æqualia & similia. Rectæ A D ducatur parallela & æqualis C H, quæ producatur à parte C utcunque in I. Ducaturque E A quæ transibit per H, & erit rectæ G D parallela & æqualis.

Dico motum qui fit ab A ad C per rectam incidentem A C, reflecti per C E. Motus enim ab A ad C, fit ex duobus motibus coefficientibus sive concurrentibus, altero per A H rectæ D G parallelam, altero per A D eidem D G perpendicularem, quorum qui est per A H, nihil agit in mobile A tunc quando motum est usq; ad C, propterea quod supponitur quod non trāsit rectam D G; motus autem per A D vel H C, conatur ultorius ad partes versus I; sed cum premat tantum, nec penetrat, reactio fiet in I C; unde oritur motus à C versus H. Interea vero motus durat per H E idem qui erat per A H. Agitur ergo mobile à duobus motibus per C H, & H E, motibus ex altera parte per A H, H C, æqualibus. Feretur ergo mobile per C E. Est ergo E C G angulus reflectionis, idemque (per constructionem) æqualis angulo A C D. Quod erat demonstrandum.

Utrum autem superficies vel linea in qua fit Reflectio, recta an curva sit nihil refert, quando mobile consideratur ut punctum. Nam punctum incidentiæ & Reflectionis C, tam curvæ quæ rectam D G tangit in C, quam ipsius D G commune erit.

9. Quod si in puncto A non supponamus mobile aliquod, sed conatum aliquem propagatum ab A ad C; Demonstratio tamen eadem erit. Conatus enim omnis est motus, & premit partem obstantis solidi in C, ita ut conatus procedat post incidentiam, per C I; itaque & Reactio procedet per C H; & generabitur à conatu per C H concurrente cum conatu per H E, conatus per C E, ut in repercussione Corporum motorum.

Itaque si conatus à puncto quolibet propagetur ad concavam superficiem corporis Sphæricè excavati, linea reflexa faciet cum circūferentiā maximi in Sphæra circuli angulum angulo incidentiæ æqualem; si enim (in Fig. 6.) conatus propagetur ab A ad circumferentiam in B, sit que C Sphæræ centrum, & ducta sit C B, tangensque D B E, & fiat denique angulus F B D angulo A B E æqualis, fiet reflectio per B F; ut modo ostensum est, quare anguli etiam, quos cum circumferentia faciunt rectæ A B, F B, æquales erunt.

Notandum autem est, quod productâ C B utcunque in G, conatus in G B C, à sola est reactione perpendiculari in G B; & propterea

propinqua in puncto B, nullum alium omnino conatum esse ad partes intra Sphæram, præterquam qui est per Sphæræ centrum.

Et Tractatus hujus parti quidem tertiæ in qua motus & magnitudo per se & abstractè consideravimus, terminum hic statuo. Sequitur pars quarta & ultima de Phænomenis Naturæ, id est, de motu & magnitudine corporum mundanorum, sive quæ re-ipsa existunt.

CAP.

AD CAP. XXIIII

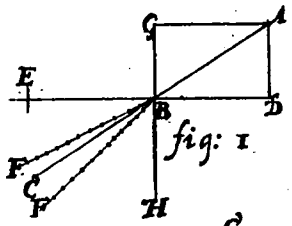


fig: 1

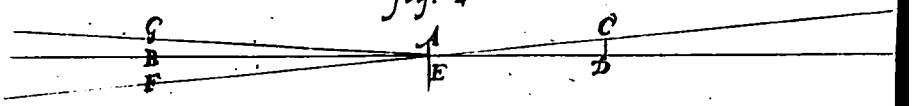


fig: 2

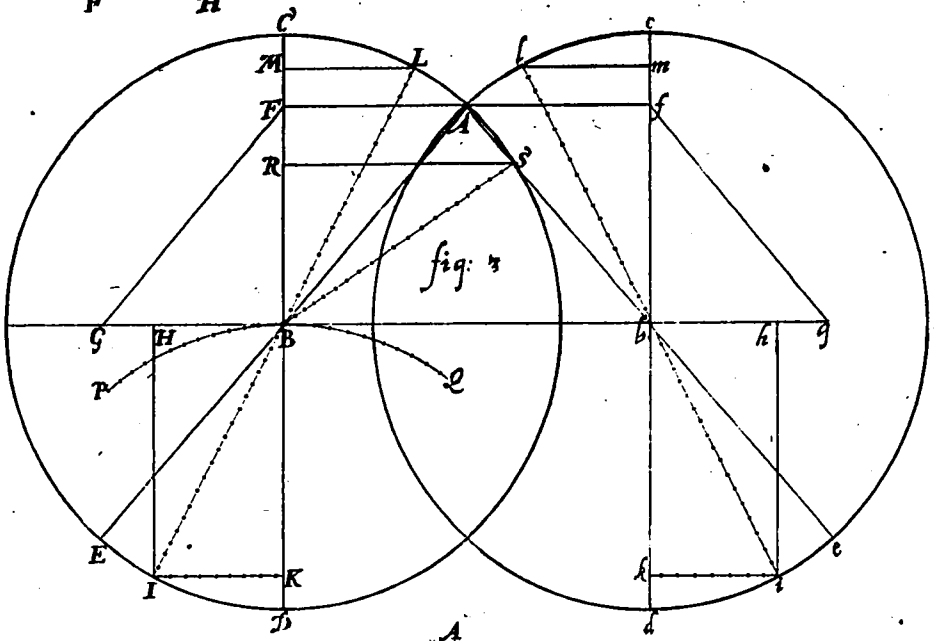


fig: 3

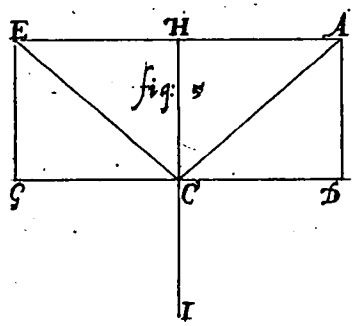


fig: 5

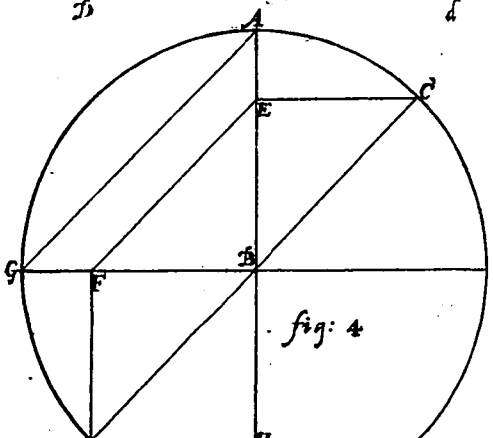


fig: 4

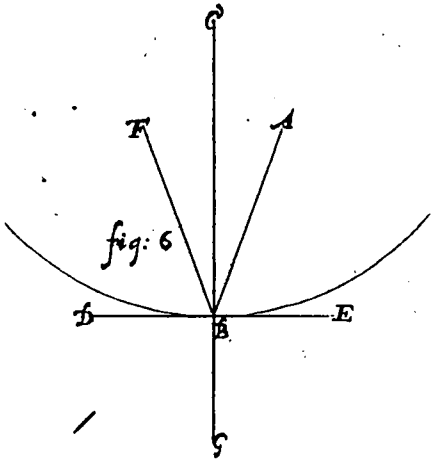


fig: 6

CAPUT XXV.

De Sensione & Motu animali.

1. Dicendorum cum dictis Connexio. 2. Naturæ Sentientis investigatio; & Sensionis Definitio. 3. Sensionis Subjectum, & Objectum. 4. Sentiendi Organum. 5. Non omnia Corpora sensu prædita esse. 6. Uno tempore unicum Phantasma. 7. Præteritæ sensionis reliquiæ Imaginatio (quæ & Memoria) item de Somno. 8. Phantasmatum successio diuturna. 9. Somnium, unde fit. 10. Sensuum genera, Organa, Phantasmata propria & communia. 11. Magnitudo Phantasmatum unde determinata. 12. Voluptas, Dolor, Appetitus, Fuga quid sint. 13. Deliberatio & Voluntas quid.

1. PHilosophiam definivimus (cap. primo) esse *Effectuum ex cognita generatione; & Generationis (alicujus quæ esse possit) ex cognitis Effectibus sive Phænomenis, per rectam ratiocinationem, cognitionem acquisitam.*

Itaque duæ sunt Philosophandi methodi, altera à generatione ad effectus possibiles, altera ab effectibus ad possibilem generationem. In quarum priore, ratiocinationis Principia prima (nempe Definitiones) vera esse facimus nosmet ipsi per consensionem circa rerum appellationes. Et hanc quidem partem priorem executus sum in præcedentibus; in quibus (ni fallor) nihil assumavi, præter Definitiones, quod cum definitionibus ipsis non bene cohæreat, id est, quod illis quibus uti Vocabulorum mecum consentiunt, & quibuscum mihi solis res est, non sit satis demonstratum. Aggredior jam partem alteram, à Phænomenis, sive effectibus naturæ nobis per sensum cognitis, ad modum investigandum aliquem juxta quem (non dico generata sunt, sed) generari potuerunt. Principia igitur unde pendent quæ sequuntur, non facimus nos, nec pronunciamus universaliter, ut definitiones, sed à Naturæ conditore in ipsis rebus posita observamus; nec universaliter prolatis, sed singulis utimur. Neque necessitatem hæc faciunt Theorematis, sed tantum (non absque propositionibus universalibus supra demonstratis) generationis alicujus ostendunt possibilitatem.

sem. Atque huic parti, quia cognitio quæ hic traditur Principia habet in Naturæ Phænomenis, & definit in aliqua scientia causarum Naturalium, inscripsi *Physicam, sive de Naturæ Phænomenis*. Phænomena autem appellantur quæcunque apparent, sive à Natura nobis sunt *ostensa*.

Phænomenon autem omnium quæ propè nos existunt, id ipsum τὸ φαίνεσθαι est admirabilissimum, nimirum in corporibus naturalibus alia omnium ferè rerum, alia nullarum in seipsis exemplaria; habere adeo ut si Phænomena principia sint cognoscendi cætera, sensionem cognoscendi ipsa principia principium esse, scientiamq; omnem ab ea derivari dicendum est; Et ad causarum ejus investigationem ab alio Phænomeno præter eam ipsam initium sumi non posse. Sed quo, inquies, *sensu* contemplabimur *sensionem*? Eodem ipso, scilicet aliorum sensibilium etsi prætereuntium, ad aliquod tamen tempus manens *Memoria*. Nam sentire se sensisse, *meminisse* est.

Inquirendæ ergo ante omnia sunt, *sensionis*, id est, earum quas sentientibus nobis innasci perpetuò experimur Idearum, sive phantasmatum causæ, & modus quo procedit generatio. Ad hanc autem inquisitionem conducit primo loco observare, phantasmata nostra non esse semper eadem, sed nova subinde oriri & vetera evanescere, prout sensionis organa modo in unum, modo in aliud objectum convertuntur. Generantur ergo & pereunt, ex quo intelligitur esse ea corporis sentientis Mutatio aliqua.

2. Mutationem autem omnem, Motum esse aliquem vel conatum (qui conatus etiam motus est) in partibus mutari internis ostensum est (cap.8.art.9.) ex eo quod quousque cujuscunque corporis partes etiam minimæ eundem inter se situm servant, nihil illi novi contingit (nisi fortè ut totum simul moveri possit) quin ut & fit & videatur idem esse quod antè erat & videbatur: Sensio igitur in sentiente nihil aliud esse potest præter motum partium aliquarum intus in sentiente existentium, quæ partes motæ organorum quibus sentimus partes sunt. Nam partes corporis per quas peficitur sensio, eæ ipsæ sunt quas vulgò *Organa sensoria* appellamus. Habemus ergo jam sensionis subjectum, nimirum illud in quo insunt phantasmata; & partim etiam naturam ejus, nempe quod sit motus aliquis internus in sentiente.

Ostensum est præterea, cap.8.art.7. Motum nisi à moto & contiguo generari non posse. Ex quo intelligitur sensionis immediatam causam esse in eo quod sensionis organum primum & tangit

tangit & premit. Si enim organi pars extima prematur, illa cedente premetur quoque pars quæ versus interiora illi proxima est, & ita propagabitur pressio sive motus ille per partes organi omnes usq; ad intimam. Quemadmodum & pressio extimæ procedit ab aliqua pressione corporis remotioris, & sic perpetuò donec veniatur ad id à quo phantasma ipsum quod à sensione fit tanquam à primo fonte derivari judicamus. Illud autem quodcunque rei sit, *Objectum* vocari solet. Est ergo sensio motus in sentiente aliquis internus generatus à motu aliquo partium Objecti internarum, & propagatus per media ad organi partem intimam. Quibus verbis quid Sensio sit ferè definivimus.

Ostensum item est (cap.15.art.2.) Resistentiam omnem esse conatui conatum contrarium, id est, Reactionem. Quoniam igitur motui ab Objecto per media ad organi partem intimam propagato fit aliqua totius organi resistentia sive reactio, per motum ipsius organi internum naturalem, fit propterea conatui ab Objecto conatus ab organo contrarius; Ut cum conatus ille ad intima ultimus actus sit eorum qui fiunt in actu sensionis, tum demum ex ea Reactione aliquandiu durante ipsum existit Phantasma; quod propter conatum versus externa, semper videtur (φαίνεσθαι) tanquam aliquid situm extra organum. Definitionem ergo sensionis, eamque ex causarum ejus explicatione, & generationis ordine constantem sic totum proponemus. *Sensio est ab organi sensorii conatu ad extra, qui generatur à conatu ab Objecto versus interna, eoque aliquamdiu manente per Reactionem factum Phantasma.*

3. Subjectum autem *Sensionis*, ipsum est *Sentiens*, nimirum Animal; & Animal videre quam oculum rectiùs dicimus. Objectum est *id quod sentitur*; itaque videre nos *Solem* accuratiùs dicimus quam lucem, Lux enim & *color*, & *calor*, & *sonus*, & cæteræ qualitates quæ sensibiles vocari solent, objecta non sunt, sed sentientium Phantasmata. Phantasma enim est sentiendi actus; neque differt à Sensione aliter quam *fieri* differt à *factum esse*; quæ differentia in Instantaneis nulla est. Fit autem Phantasma in Instante. In omni enim motu per corpus perpetuum propagato, pars prima mota movet secundam, secunda tertiam, & sic deinceps usque ad ultimam, idque ad distantiam quantamcunque. Et in quo puncto temporis pars prima sive anterior processit ad locum secundæ, quam ipsa pepulit, eodem puncto temporis pars penultima in locum successit recedentis ultimæ,

quæ eodem instante reagens, si reactio satis fortis sit, efficit phantasma; facto autem Phantasmate, sensio simul facta est.

4. Organa Sentiendi quæ quidem in sentiente sunt, partes ejus illæ sunt quibus læsis tollitur phantasmatis generatio, etsi alia pars læsa nulla sit. Eæ autem in plerisque animalibus inveniuntur esse spiritus, & membranæ quæ ortæ à meninge tenera cerebrum & nervos omnes vestiunt; ipsum item cerebrum, & arteriæ quæ in cerebro sunt, & quibus commotis commovetur quoque sensionis omnis origo, Cor. Nam ubicunque actio objecti attingit corpus sentientis, propagatur actio per aliquem nervum ad cerebrum, & siquidem nervus eò ducens ita lædatur vel obstruatur ut motus propagari ultrà non possit, sensio nulla sequitur. Item si motus idem inter cerebrum & cor, defectu organi alicujus deferentis interceptus sit, objecti nulla erit sensio.

5. Etsi autem sensio, uti diximus, omnis fiat per reactionem, ut tamen quicquid reagit sentiat necessarium non est. Scio fuisse Philosophos quosdam eosdemque virosdoctos qui corpora omnia sensu prædita esse sustinuerunt; nec video, si natura sensionis in reactione sola collocaretur quo modo refutari possint. Sed etsi ex reactione etiam corporum aliorum phantasma aliquod nasceretur, illud tamen, remoto objecto statim cessaret; nam nisi ad retinendum motum impressum, etiam remoto objecto, apta habeant organa, ut habent animalia, ita tantum sentient, ut nunquam sensisse se recordentur; id quod ad sensionem de qua nunc sermo institutus est nihil attinet. Nam per sensionē vulgò intelligimus aliquam de rebus objectis per phantasmata judicationē; phantasmata scilicet comparando, & distinguendo; id quod, nisi motus in organo ille à quo phantasma ortum est, aliquamdiu maneat, ipsúq; phantasma quandoq; redeat, fieri non potest. Sensioni ergo de qua hic agitur, quæq; vulgo ita appellatur, necessariò adhæret memoria aliqua, qua priora cum posterioribus comparari, & alterum ab altero distingui possit.

Itaque & sensioni adhæret propriè dictæ, ut ei aliqua insita sit perpetuò phantasmatum varietas, ita ut aliud ab alio discerni possit. Si supponeremus enim esse hominem, oculis quidem claris cæterisque videndi organis rectè se habentibus compositum, nullo autem alio sensu præditum, eumque ad eandē rem eodē semper colore & specie sine ulla vel minima varietate apparentē obversum esse, mihi certè, quicquid dicant alii, non magis videre videretur, quam ego videor mihi per Tactûs organa sentire lacertorum meorum ossa. Ea tamen perpetuò & undiquaque sensibilissima membrana continguntur. Attonitū esse & fortasse aspectare eum, sed stupentem dicerem, videre non dicerem; adeo sentire semper idem, & non sentire, ad idem recidunt.

6. Neq; vero permittit natura sensionis ut plures res simul sentiantur; cum enim natura sensionis consistat in motu, dum organa sentiendi ab uno aliquo objecto occupantur, ab alio ita moveri non possunt, ut ab utroque motu unum phantasma syncerum oriatur utriusque. Non fient ergo duo phantasmata duorum objectorum, sed unum ex amborum actione conflatum.

Præterea sicut corporis & loci una fit divisio, adeo ut si plura numeres corpora, plura quoque necessariò loca numerabis, & contrà, ut Capite 7. declaratum est; ita quoque fit in divisione motûs & Temporis, ut quoties plures dicantur motus, toties plura quoque tempora, & quoties plura dicantur tempora, toties plures motus intelligantur. Nam etsi objectum variegatū videamus, unum tamen est objectum variegatum, non objecta varia.

Accedit quoque, quod dum illa organa quæ omnium sensuum sunt communia (quales sunt à radicibus nervorum in hominibus usque ad cor organi partes omnes) ab unius alicujus objecti sensione vehementi commoveantur, ad aliorum objectorum omnium (ad quemcunque attinent sensum) actionem recipiendam per contumaciam quam mota habent ad motum recipiendum novum, minus sunt utilia. Et inde est quod unius objecti studium, aliorum objectorum sensum præsentem quidem nullum esse patitur. Studium enim aliud non est præter animi occupationem, id est, organorum sentiendi motū à uno aliquo objecto factum vehementem, quo durante ad cætera stupent. Juxta id quod dictum est à Terentio, *Populus studio stupidus in funambulo animum occuparat*. Stupor autē quid est præter ἀγαισθησίαν, id est, sentiendi alia cessationē. Unicū ergo est objectū quod uno & eodem tempore sensione percipitur. Adeo ut legentes literas successivè non omnes videmus simul, tametsi tota pagina illustretur, & spectantes uno intuitu in paginam, quamvis distinctissimè literæ singulæ scriptæ sint, legimus tamen nihil.

Intelligi hinc potest conatum Organi ad exteriora, non omnem dicendum esse sensionem, sed illum tantùm qui cæteris, pro singulis temporibus, vehementiâ præstat & prædominatur; cæterarumque rerum phantasmata, ut lux solis cæterorum astrorum lucem, non actionem impediendo, sed per fulgorem nimium offuscando & abscondendo tollit.

7. Solet autem motus Organi ex quo oritur phantasma, non nisi

nisi præsente objecto, Sensio appellari: Remoto autem sive prætervecto objecto, manente tamen phantasmate, Phantasia, & Latinis Imaginatio; quæ vox quoniam non omnia phantasmata imagines sunt, phantasiæ generaliter sumptæ adæquatè non congruit. Eâ tamen jam satis intellectâ pro phantasia Græcorum satis tutò usuri sumus.

Imaginatio ergo nihil aliud est revera quam propter objecti remotionem languescens vel debilitata sensio. Causa autem debilitationis quænam esse potest? an motus remoto objecto debilior est? si esset, etiam phantasmata imaginatis minus essent clara quàm in sensione, idque semper & necessariò; quod non est verum. In somniis enim (eæ autem dormientium sunt imaginationes) non minus clara sunt quam in sentiente. Vigilantium autem phantasmata rerum præteritarum quam præsentium ideo obscuriora sunt, quia organa à præsentibus objectis simul commota faciunt, ut minus prædominentur. In somno autem, præclusio aditu, externa actio interno motui nihil officit.

Quod si verum sit, considerandum est deinceps an causa aliqua inveniri possit, qua supposita, objectis sensuũ externis ad interiora organi aditus necessariò præcludatur. Suppone ergo diuturna objectorum actione, (quam necessariò sequitur organi, & præcipuè spirituum reactio) organum lassari, id est, partes ejus à spiritibus non sine dolore aliquo commoveri; & proinde desertis & laxatis nervis ad fontem suum, sive in cerebri sive in cordis cavitate positum, se retrahere, unde actio quæ per nervos derivabatur necessariò intercipitur. Nam actio in Patiens quod ante se fugit, primò minus agit, deinde solutis paulatim nervis nihil: Cessat ergo reactio (id est sensio) quoad organo per quietem refecto, spirituque aucto evigilatur. Atque hoc ita sanè se habere semper videtur, nisi alia aliqua præter naturæ animalis ordinem causa superveniat, ut à lassitudine vel à morbo aliquo internus ardor, qui spiritus & organi partes cæteras præter solitum concutiat.

8. Quod autem in varietate hac Phantasmatum alia ex aliis nascantur, & ex iisdem modo similia, modo dissimillima in mentem veniant, non sine causa nec tam fortuito fit, ut multi fortasse arbitrantur. Nam in motu partium corporis continui pars partem sequitur per cohæsionem. Dum igitur oculos, aliorumque sensuum organa ad plura objecta successivè obvertimus, manente qui ab unoquoque eorum factus erat motus, renascuatur Phantasmata quoties quilibet eorum motuum cæteris præ-

prædominatur; prædominantur autem eodem ordine, quo in aliquo tempore jam præterito per sensionem generata erant. Ita ut postquam valde multa per ætatem senserimus, quælibet cogitatio ex qualibet ferè oriri possit, & propterea quæ quam sequutura sit fortuitum videri potest. Minùs autem plerumque vigilantibus incertum est hoc. Quoniam cogitatio sive Phantasma cupiti finis, inducit phantasmata mediorum ad illum finem conducentium, idq; ordine Analytico à mediorum ultimo ad primum, & rursus à principio ad finem. Sed hoc supponit & appetitum, & mediorum ad finem judicationem, quas fert experientia. Experientia autem est Phantasmatum copia orta ex multarum rerum sensionibus.

Non enim differunt inter se φαντάζεσθαι & *meminisse*, nisi quod *meminisse* supponit tempus preteritum, φαντάζεσθαι autem minimè. In memoria phantasmata tanquam tempore attrita considerantur; in phantasia ut sunt. Quæ quidem distinctio non rerum est, sed considerationum sentientis. Contingit enim in Memoria simile quid ei quod contingit in prospectu ad res longinquas; Nam ut hic corporum partes minutiores præ nimia distantia non cernuntur, ita illic multa accidentia, & loca, & partes rerum, sensibus olim percepta, vetustate abolentur.

Ortus perpetuus tum sentientibus tum cogitantibus Phantasmatum, id ipsum est, quod appellari solet animi discursus; & communis est hominibus cum brutis; nam is qui cogitat transeuntia phantasmata comparat, id est, similitudinem vel dissimilitudinẽ inter ea animadvertit; Et similitudines quidem inter res diversarum naturarum, vel longè inter se diffitas celeriter observare, Phantasiæ; dissimilitudines autem, inter res similes invenire, Judicii plerumque laus existimatur. Differentiarum autem observatio, non est à sensione propriè dictâ, sensio aliqua per sensorium aliquod commune distincta; sed manentibus aliquantisper phantasmatibus particularibus, differentiarum memoria; ut calidi & lucidi distinctio nihil aliud sit præter objecti calefacientis, & illuminantis memoriam.

9. Phantasmata dormientium *Somnia* sunt. Circa quæ, ab experientia docemur quinque. Primò, quod sunt, pleraque inordinata & incohærentia. Secundò, quod nihil somniamus nisi quæ à phantasmatibus sensionis præterita sunt composita & ficta. Tertiò, quod nascuntur aliquando quidem ex Phantasmatum

tum in dormiturientibus paulatim à somnolentia corruptorum interruptione; quandoque verò in medio oriuntur somno. Quartò, quod vigilantium Imaginationibus (præter sensiones) fortiora, sed ipsis sensionibus claritate æqualia sunt. Quintò, quod neque loca neque aspectus rerum somniantes admiramur.

Quorum φαινομένων, quæ causæ esse possunt non est difficile ex præcedentibus indicare. Quod ad primum attinet, quia ordo & cohærentia omnis, à frequenti ad finem respectatione, id est, à consilio oritur, necesse est amissâ per somnum cogitatione finis, ut phantasmata alia aliis succedant, non amplius eo ordine, qui ad finem tendit, sed ut contingit, utque objecta visus (quo tempore indifferenter se habet aliquis ad visibilia omnia) à vidente non quia vult, sed quia non clausit oculos, nullo ordine aspiciuntur. Secundum autem ex eo nascitur quod cessante sensione, motus novus ab objectis nullus est. Itaque nec novum Phantasma ullum, nisi novum dixerimus quod compositum est ex veteribus, ut Chimæra, mons aureus & similia. Ad tertium, quare somnium aliquando quasi cum sensione continuatum corruptis fiat Phantasmatibus ut in ægrotantibus, ratio manifesta est, quod sensio per organa quidem alia manet, per alia deficit. Quomodo autem sopitis omnibus organis exterioribus, Phantasmata tamen quædam resuscitata sunt, difficilius dictu est. Nihilo minus id quoque in iisdem præcedentibus causam habet. Quæcunque enim Meningem teneram concutiunt, phantasmata excitant aliqua ex iis, quorum motus in cerebro adhuc durant; & qui motus cæteris prædominatur, ab eo motu oritur phantasma, si modo ab interno motu cordis membrana illa concutiatur. Qui quidem motus cordis sunt appetitus & aversiones, de quibus mox dicendum est. Sicut autem Appetitus & Fuga à Phantasmatibus, ita & Phantasmata ex Appetitu & Fuga vicissim generantur. Exempli causa, Ex ira & pugna nascitur in corde calor; & rursus ex calore in corde etsi aliunde orto, Ira & hostis species in somno excitatur. Utque amor & formæ species calorem quibusdam ingenerat organis; Sta & calor in iisdem organis etsi adventitius, cupidinem aliquando excitat, & formæ speciem non repugnantis. Eodem denique modo, dormientium algor somniantibus spectrum aliquod horridum vel periculi Phantasma ostentat, metumque efficit; ut motus algoris causa est in vigilantibus; adeo inter se motus cordis & cerebri sunt reciproci. Quod ad quartum attinet,

nec, quare ea quæ in somnis videmur videre, vel sentire tam clara sunt quam in ipsa sensione, causa ejus rei in duabus consistit rebus; quarum altera quidem est, quod cessante sensu exteriore, motus à quo phantasma oritur, ut præsens dominatur; altera verò quod phantasmatum partes tempore detritæ, aliis partibus fictis resarciuntur. Denique loca & species rerum antè incognitas, ideo somniantes non admiramur, quia admiratio postulat, ut res nova & insolita videatur, id quod nisi recordantibus speciem priorem contingere non potest. In somnis autem videntur omnia ut præsentia.

Observandum autem est somnia quædam, præsertim ex iis quæ semisopitis accidunt, & ea quæ contingunt hominibus naturæ somniorum imperitis, iisdemque superstitiosis, non fuisse olim, nec esse nunc pro somniis habita. Putabantur enim spectra, vocesque in somnis audiri visas, non Phantasmata, sed ipsa per se fuisse in rebus extra somniantes subsistentia objecta. Nam in aliquibus motus ipse, non *modo* dormientibus, sed etiam vigilantibus, præsertim vero sceleris conscii, & noctu, & in locis consecratis, & adjutus aliquantulum talium apparitionum historiis, Phantasmata horribilia in animo excitavit, quæ spectrorum & substantiarum incorporearum nomina pro veris rebus imposuêre & imponunt.

10. Sensuum observata sunt in plerisque animalibus genera quinque, tum organis tum etiam Phantasmatum genere distincta. *Visus*, *Auditus*, *Olfactus*, *Gustus*, & *Tactus*; organa habentes partim sibi propria, partim omnibus communia. Visûs organum partim *animatum*, partim *inanimatum* est. *Inanimatum* sunt tres liquores, Aqueus, qui (interposita *membrana uvea* in medio perforata, quod foramen *Pupilla* dicimus) continetur ex unâ parte, prima oculi superficie concava; ex alterâ parte processibus ciliaribus, & tegumento *humoris Cristallini*. *Cristallinus*, qui (inter processus ciliares medius pendens, figura ad Sphæricam accedente, consistentia crassiore) propria cuticula pellucida undiquaque determinatur; & *Vitreus* qui reliquam oculi implet cavitatem, aqueo quidem crassior, sed Cristallino subtilior. Pars organi animata occurrit primo membrana Choroeides pars Meningis teneræ, nisi quod obducta ei sit derivata à medulla Nervi Optici unica, quæ appellatur Retina, & quæ choroeides (cum sit pars meningis teneræ) continua est usque ad initium quod intra Cranium est spinalis medullæ;

ubi

ubi omnium nervorum intra cranium sunt radices. Quicquid ergo *spirituum animalium* in nervos inspiratur ibi intrat, nec ut aliunde intret cogitabile est. Quoniam ergo sensio aliud non est præter Objectorum actio ad ultima Organi propagata, nec spiritus animales, quam spiritus vitales à corde per arterias delati & redditi puriores, necesse est ut ad radices nervorum qui in capite sunt actio per arterias aliquas à corde derivetur, sive arteriæ illæ sint Plexus Retiformis, sive aliæ quæ in substantiam cerebri inserunter. Illæ igitur arteriæ complementum sunt, sive reliquum totius Organi Visorii. Hæc autem pars ultima sensuum omnium organum est commune; cum illud quod ab oculo ad nervorum radices pertinet Visionis proprium est. Auditûs organum proprium est Tympanum auris, & inde nervus proprius; cætera usque ad cor communia sunt. Olfactûs & Gustûs organa propria sunt, hujus quidè cutis & nervus intra in Palato & Lingua; illius vero in naribus; ab horum nervorum ortu cætera deinceps sunt communia. Tactus denique organum sunt nervi & membranæ per totum corpus distributæ, ortæ & illæ ab origine nervorum. Cætera inde omnium sensuum communia non videntur per nervos sed per arterias administrari.

Phantasma à visu proprium est *Lumen*. Sub nomine luminis continetur etiam (quod lumen perturbatum est) *color*. Itaque corporis lucidi, lumen; colorati color phantasma est. Et visûs Objectum propriè dictum non est lumen nec color, sed ipsum corpus lucidum, vel illustratum, vel coloratum. Illa enim cum sint phantasmata, sentiêtis sunt, non ejus quod sentitur accidentia. Hoc autem ex eo manifestum satis est, quod res visibiles in iis sæpe apparent locis in quibus eas non esse certò scimus; quodque diversis diverso apparent colore, & pluribus simul locis apparere possunt. Motus, quies, magnitudo, figura cum Visu Tactui communia sunt. Sed nec lumen, nec color sine figura esse potest. Totum autem illud, *figura cum lumine vel colore*, à Græcis εἶδος, ὃ εἴδωλον, ὃ ἰδέα; à Latinis *Species* & Imago, (quæ voces omnes idem significant quod *Aspectus*) appellari solet.

Phantasma ab *Auditu*, *Sonus*; ab *Olfactu*, *Odor*; a *Gustu*, *Sapor* est; a Tactu autem sunt *Duities* & *Mollities*, *Calor* & *Frigus*; aqueositas, oleositas, & multa alia quæ sensu bene verbis non satis distinguuntur. Lævitas, Asperitas, Raritas, Den-

Densitas ad figurã referuntur, & propterea Tactui cum Visu communia sunt. Objecta item Auditûs, Olfactûs, Gustûs, Tactûs, non sunt *Sonus*, *Odor*, *Sapor*, duities, &c. Sed ea corpora quæ sonum, odorem, saporem, duitiem, &c. efficiunt; de quorum causis & quo modo producuntur infra dicturi sumus.

Phantasmata autem hæc etsi Objectorum in organa Agentium effectus sint producti in subjecto sentiente; sunt tamen in iisdem organis, ab iisdem objectis producti præterea effectus alii, nempe motus quidam a sensione orti, qui *motus* appellantur *animales*. Quoniam enim in omni sensione rerum externarum Actio fit & Reactio mutua, id est, oppositi sibi invicem conatus duo, manifestum est, motum ab utroque simul factum, ad latera undiquaque continuari, præcipuè verò ad utriusque corporis confinia. Hoc cum fit in organo interiore, conatus fit ad exteriora per angulum solidum majorem quam si impressio fuisset levior, atque inde major fit Idea.

11. Apparet hinc causa Physica, primò, Quare majora videntur (cæteris paribus) quæ sub majore videntur angulo. Secundò, Quare in nocte serena, illuni, frigida, plures apparent stellæ fixæ, quam in alio tempore. Namque illarum actio per serenum aërem minus impeditur, & per silentium Lunæ minus absconditur, seu offuscatur: frigus autem aërem serenans stellarum in oculum actionem adjuvat sive corroborat, ita ut stellæ non aliter visæ, sic videri possint. Atque hæc sufficiant de sensione quæ fit per Organi reactionem dictã generaliter. Nam ut de loco imaginis, de fallaciis Visus, & aliis rebus quas sentiendo in nobismet ipsis experimur, quia magna ex parte ab oculi humani fabrica propria dependent, dicendum tunc est cum de Homine disseremus.

12. Est autem aliud sensionis genus de quo dicturi aliqua nunc sumus, nimirũ sensio *Voluptatis* & *Doloris* eaq; orta, non a reactione cordis versus exteriora, sed ab organi parte extima per continuã actionẽ versus cor. Cùm enim vitæ principiũ in corde sit, necesse est ut motus à sentiente ad cor propagatus, motũ vitalem aliquo modo mutet sive divertat, nimirum faciliorem reddens vel difficiliorem, juvans vel impediens. Si juvet, *Voluptas*, si impediat, *Dolor*, *Molestia*, *Ægritudo* nascitur. Et sicut phantasmata à conatu ad externa, extra existere, ita Voluptas & Dolor in sẽsione, propter conatũ organi ad interiora, videntur intus esse, ibi nẽpe ubi est prima voluptatis sive doloris causa, ut in dolore à vulnere ubi est vulnus ipsũ, ibi videtur esse dolor. Ma-

Motus autem vitalis, sanguinis motus est, per venas arteriasque (ut à primo ejus rei observatore nostrate Harvæo multis certissimisque signis ostensum est) perpetuò circumeuntis; qui motus, si à motu facto per Objectorum sensibilium actionem impediatur, rursus per partium corporis flexionem directionemve restituetur, spiritibus scilicet modo in hos modo in illos nervos impulsis donec quantum fieri potest molestia omnis tollatur. Sin à motu per sensionem vitalis motus adjuvetur, disponentur partes organi ad spiritus ita regendos, ut is motus quantum fieri potest nervorum ope conservetur & adaugeatur. Atque hic quidem in motu animali est conatus primus, inveniturque etiam in Embryone qui molestiam, si quando est, fugiens, vel placida sequutus in utero matris artus suos motu movet voluntario. Conatus autem iste primus quatenus ad placida experiendo cognita dirigitur *Appetitus* (id est, aditio) quatenus molesta evitantur Aversio & Fuga dicitur.

Initio autem & illico ac nascuntur fœtus parvuli pauca appetunt, pauca fugiunt destituti experientia, & memoria; & propterea tantam motûs animalis varietatem non habent quantam videmus esse in adultis. Nam objecta an placitura an nocitura sint sine multarum rerum cognitione sensitiva, id est, sine experientia & memoria sciri non potest; conjectandi tamen ex aspectu rerum locus est aliquis, & proinde quæ bona an mala ipsis futura sint nesciunt, ad ea tamen accedunt & ab iisdem recedunt dubitantes. Postea verò tum in iis quæ appetenda & fugienda sunt, tum in usu nervorum exterorumque organorum ad fugienda aliqua, & adeunda alia paulatim prompti fiunt affuescendo. Sunt ergo *Appetitus* & *Fuga*, sive animi *Aversio*, motus animalis conatus primi.

Conatum autem primum sequitur spiritum animalium (quorum aliquod necesse est esse prope ad nervorum originem receptaculum sive locum) in nervos impulsio, & rursum retractio; quem motum sive conatum sequitur necessariò turgescentia, & relaxatio musculorum; quas denique artuum contractio sequitur & extensio; qui est motus animalis.

13. Appetitus autem ut & Fugæ considerationes diversæ sunt. Cùm enim animalia modo appetant modo fugiant eandem rem, prout placituram vel nocituram sibi putant, manente illa appetitûs & fugæ alternatione, fit series cogitationum illa quæ dicitur *Deliberatio*; quæ tam diu durat quam diu in eorum potestate est vel obtinere quod placet, vel quod displicet effugere. Appetitus ergo & Fuga, nisi præexistente Deliberatione simpliciter vocantur Appetitus & Fuga. Sed si præcesserit deliberatio tunc ultimus in ea actus appellatur; si appetitus sit, *Velle* sive *Volitio*; si *Fuga*, *Nolle*; ita ut eadem res *voluntas* vocetur & *appetitus*, sed consideratio, (nempe an ante an post deliberationem) diversa sit. Neque id quod intus in Homine fit dum Vult aliquid, dissimile ei est quod fit in aliis animalibus dum (habita prius deliberatione) appetunt.

Neque libertas volendi vel nolendi major est in homine quam in aliis animalibus. Nam in appetente appetendi causa præcesserat integra, & proinde ipsa Appetitio ut capite 9. art. 5. ostensum est, non sequi non poterat, id est, secuta est necessario. *Libertas* igitur talis ut à necessitate libera, sit neque hominum neque brutorum voluntati convenit. Quod si per *libertatem* intelligamus facultatem, non quidem *volendi*, sed quæ volunt *faciendi*, ea certè libertas utrique concedi potest; & cum adest, æque utrique adest.

Rursus Appetitus & Fuga dum celeriter sibi mutuo succedunt, nomen habet tota ex iis facta series modo ab una, modo ab altera. Nam ab Appetitu, spes; à Fuga metus dicitur, eadem (mutans modo ad alteram, modo ad alteram partem) deliberatio. Nam sine *spe*, *metus* non dicendus est, sed *Odium*; nec sine *metu*, *spes*, sed *cupido*. Omnes denique animi quæ dicuntur, *Passiones*, *Appetitu* & *Fugâ* constant, (præter voluptatem & molestiam purâ, quæ Boni Mali ve est certa *Fruitio*) ut *Ira*, *Fuga* est imminentis mali, sed quæ cum Appetitu mali illius per vim effugiendi conjuncta est. Sed quoniam Passiones, Perturbationesque animi innumeræ sunt, & earum multæ, præterquâ in hominibus inconspicuæ, dicemus de illis fusiùs in ea Sectione quæ est de Homine. Objecta autem ea quæ animum (si qua sunt) omnino non commovent, illa *contemni* dicimur. Hactenus de sensu generatim. Transeundum nunc est ad sensibilia.

CAP.

Caput XXVI.

De Universo & Syderibus.

1. *Magnitudo & Duratio Universi inscrutabiles.* 2. *Locum in Universo vacuum nullum esse.* 3. *Argumenta Lucretii pro Vacuo esse invalida.* 4. *Alia quædam argumenta ad vacuum ponendum invalida.* 5. *Ad salvanda naturæ Phænomena hypotheses sex.* 6. *Causæ redduntur possibiles motus annui & diurni, & apparentis directionis, stationis, & retrogradationis Planetarum.* 7. *Suppositio motus simplicis unde fit verisimilis.* 8. *Causa Excentricitatis motus Terræ annui.* 9. *Causa quare Lunæ facies Terræ semper obvertitur eadem.* 10. *Causa Æstuum Oceani.* 11. *Causa Præcessionis Æquinoxiorum.*

1. Contemplationem sensionis sequitur contemplatio corporum quæ sentiendi causæ efficientes sive objecta sunt. Objectum autem omne, universi mundi vel pars est, vel partium aggregatum. Corporum sive objectorum sensibilium, maximum omnium est ipse mundus, qui nobis super hoc punctum ejus quam vocamus terram circumspicientibus undiquaque perceptibilis est. De quo ut uno multarum partium aggregato, quæ quæri possunt paucissima sunt, quæ determinari nulla. Quæri quidē potest totus mundus quantus, quā diuturnus, & quotus sit, sed aliud nihil; Nam Locus quidem & Tempus, id est, Magnitudo & Duratio, corporis simpliciter dicti, id est indefinitè sumpti sunt Phantasmata, ut capite 7. ostensum est, cætera autem Phantasmata omnia sunt corporum sive objectorum suorum inter se distinctorum. Ut color coloratorū, sonus auditorum, &c. De magnitudine mundi quæstiones sunt, an Finitus an Infinitus; plenus an non plenus? De duratione, an inceperit, an æternus? de numero, an unus an plures? (etside numero, si mundus magnitudine infinitus fuerit, controversia nulla esse potest,) Item si inceperit, a qua causa & qua materia factus fuerit? rursusq; de illa causa & materia unde extiterint, novæ erunt quæstiones donec perveniatur ad causam aliquam æternam unam vel plures. Atque hæc omnia ab eo qui Philosophiam

phiam complecti profiteretur universam determinanda essent, si quantum quæri, tantum sciri posset. Est autem infiniti scientia finito quæsitori inaccessibilis. Quicquid homines scimus a Phantasmatis nostris didicimus; Phantasma autem Infiniti (sive magnitudine sive tempore) nullum est; neque enim homo neque ulla alia res præterquam quæ ipsa infinita sit, infiniti conceptionem ullam habere potest; neque siquis ab effectu quocunque ad causam ejus immediatam, atque inde ad remotiorem & sic perpetuo, ratiocinatione rectissima ascenderit, non tamen in æternum procedere poterit, sed defatigatus aliquando deficiet, & quidem an ulterius progredi potuerit, necne, nescius. Neque absurdi sequetur quicquam sive finitus sive infinitus mundus statuatur, cùm utrumvis statuisset mundi opifex, quæ nunc videntur eadem omnia videri potuissent. Præterea etsi ex eo quod nihil potest movere seipsū, satis rectè infertur primum aliquod esse movens quod fuerit æternum, non tamen inferetur id quod inferre solent, nempe æternū immobile, sed contra æternū Motum; siquidem ut verum est nihil moveri à seipso, ita etiam verum est, nihil moveri nisi à moto. Quæstiones ergo de Magnitudine & Origine mundi, non à Philosophis sed ab jis qui ordinando Dei cultu legitimè præsunt determinandæ sunt. Nam ut Deus Opt. Max. cum populum suum in Judæam induxisset, Primitias fructuum sibi reservatas concessit sacerdotibus, ita quoq; cum mundū a se factū disputationibus hominum tradidisset, Opiniones tamen de naturâ Infiniti & æterni sibi soli cognitâ tanquam Primitias sapientiæ judicari ab iis voluit, quorum in Religione ordinandâ Ministerio uti voluit. Illos igitur qui mundi originem aliquam fuisse rationibus suis a rebus naturalibus demonstrasse se jactitant laudare non possum. Ab idiotis, quia quid dicant non intelligunt; ab eruditis quia intelligunt, ab utrovis merito contemnuntur. Quis enim hoc modo demonstrantem laudet? Si mundus ab æterno erat, tunc numerus dierum (sive aliûs cujusvis temporum mensuræ) infinitus natalem Abrahami antecessit. Sed nativitas Abrahami antecessit nativitatem Isaaci, Infinitum ergo infinito, sive æternum æterno majus: quod, inquit, absurdum est. Similis demonstratio est ac siquis ex eo quod numerorum parium numerus sit infinitus, totidem esse concluderet numeros pares quot sunt simpliciter numeri, id est, pares & impares simul sumpti. Nonne qui æternitatem mundi sic tollunt, eâdem opera etiam mundi

mundi conditori æternitatem tollunt? Itaque ab hoc absurdo in aliud incidunt, coacti æternitatem *Nunc stans*, & numerorum infinitum numerum *unitatem* dicere, quod multo est absurdius; cur enim æternitas dicenda est *Nunc stans* potius quam *Tunc stans?* erunt ergo vel multæ æternitates; vel *nunc* & *tunc* idem significabunt. Cum hujusmodi demonstratoribus ἀλλογλώσσοις, nobis nulla iniri potest disputatio. Sunt autem ii qui tam absurdè ratiocinantur non idiotæ, sed quibus id minimè ignoscendum est Geometræ, & qui aliorum hominum demonstrationum judices esse volunt, inepti quidem, sed severi. Causa est, quod simul ac vocibus *Infiniti* & *Æterni*, quibus rei nullius substernitur in animo (præter ipsius comprehensionis propriæ defectum) idea, irretiti sunt, aut absurdi aliquid dicendum est, aut (quod molestius est) tacendum. Habet enim Geometria nescio quid vino simile, recens inflat, cùm defferbuerit, minus dulce est, sed juvat. Quiquid ergo verum est, idem demonstrare se posse putat Geometria recens, sedatior facta non item. Quæstiones igitur de Infinito & Æterno sciens prætereo, contentus ea doctrina circa mundi magnitudinem & originem quam suaserint Scripturæ sacræ, & quæ illas confirmat miraculorum fama, & Mos patrius & Legum reverentia debita, transeoque ad alia quæ disputare nefas non est.

2. De Mundo præterea quæri solet, an partes ejus ita sibi invicem contiguæ sint, ut ne minimum quidem admittant interstitium Vacuum? & disputatur in utramque partem satis probabiliter. Ad tollendum Vacuum unicum adducam Experimentum, satis tritum, attamen (ut mihi videtur) validissimum. Sit ergo (in figura prima) hydria A B (quali uti solent ad rigandos hortos hortulani) cujus fundus B pluribus pertusus sit foraminulis; habeatque osculum quod digito cum opus fuerit obturari possit in A. Si jam hydria illa (obturato prius foramine ad A) aqua impleatur, invertaturque, ea, occluso osculo, per nullum eorum foraminum effluet quæ sunt in fundo B. Amoto autem digito (ut aër superne ingrediatur) per omnia; rursusq; applicito digito, simul & subito omnis sistetur. Cujus rei causa alia non videtur esse quam quòd aqua conatu suo ad descensum naturali, subjectum aërem pellere ante se non potest, propterea quod locus nullus sit quo pulsus se recipiat, nisi vel pellendo aërem vicinum fiat conatus continuus usq; ad foramen A, ibique aër in hydriam in-

intret atque aquæ succedat defluenti, vel aquæ deorsum conanti resistendo per ipsam aquam transeat. Sed primum (foramine A obstructo) impossibile est. Neque autem secundum fieri potest nisi foramina ita magna sint ut pondere effluentis aquæ per eadé foramina & eodem tempore, aër in hydriam compellatur, eo modo quo fit quando vasculum aliquod, cui os aliquanto laxius est effundendæ aquæ causa subitò invertimus, tunc enim aër coactus aquæ pondere, per orificii circumferentiam (testante ipsa singultiente & restitante aqua) in vasculum penetrabit. Signum ergo mihi plenitudinis universæ est, quod nisi ea concessa motus naturalis aquæ (nimirum corporis gravis) non impediretur.

3. E contra, ad Vacuum astruendum, argumenta, experimentaque multa & satis speciosa afferuntur. In quibus tamen singulis ad conclusionis firmitatem semper videtur aliquid desiderari. Pro vacuo autem Argumenta sunt partim eorum qui sequuti sunt doctrinam Epicuri. Ille autem constare universum docuit ex locis minimis nullo corpore occupatis, & minimis corporibus nullum vacuum locum comprehendentibus (quæque ob duritiem appellat Atomos) intersperſis. Epicureorum argumenta a Lucretio exposita sunt hæc.

Dicit itaque primo, ni ita esset, nullum potuisse esse motum. Corporis enim inquit officium est motui obstare & officere. Siquidem ergo omnia corpore essent plena, obstaculum motui ubique esset. Motus ergo initium nullus esse potuit; neque ergo motum ullum esse. In pleno quidem & secundum omnes suas partes quiescente, initium motus fieri impossibile est; sed nihil inde trahitur ad probationem Vacui. Nam etsi vacuum esse concederetur, corpora autem illi intermista, semel & simul omnia quiescerent, nunquam ea rursus moverentur. Est enim supra demonstratum (cap.9.artic.7.) nihil moveri posse nisi a Moto & contiguo. Cum igitur omnia simul quieta esse supponantur, nullum erit contiguum Motum, neque ergo motus unquam ullius initium. Negatio autem Initii motus, motum præsentem non tollit, nisi tollat etiam initium corporis. Potuit enim motus fuisse corpori vel coæternus, vel concreatus. Non enim ut corpora fuerint primo quieta, post mota, magis videtur necessarium, quam ut primo mota, deinde quieta (si unquam quieta) fuerint. Neque causa apparet major quare materia mundana interpuncta debeat esse, ad admittendum motum, spatiis vacuis, quam spatiis

tiis plenis, plenis, inquam, sed fluidis. Neque denique sciri potest quare non potuerint Atomi illæ duræ congregari & cogi in corporũ compositorũ moles quas videmus, sed a motu alicujus intermisti liquidi. Nihil ergo hoc argumento concludi potest, nisi fuisse motum mobili coæternum, vel coævum; quorum neutrum consistit cum doctrina Epicuri, qui & Mundo & Motui initium abstulit. Nondum ergo vacui necessitas demonstratur. Causa autẽ, quantum ego ex eorũ sermonibus, qui mecum de vacuo disseruerunt intelligo, est quod dum naturam fluidi contemplantur, constare illud imaginantur tanquam ex duri granulis, quomodo farina fluida fit e frumento molito; cum tamen fluidum concipere possible sit tanquam natura sua æque Homogeneum ac est ipsa atomus, vel ipsum vacuum.

Argumentum secundum, sumptum est a Pondere, & continetur in his *Lucretii* versibus.

Corporis officium est quoniam premere omnia deorsum,
Contra autem natura manet sine Pondere Inanis;
Ergo quod magnum est æque, leviusque videtur,
Nimirum plus esse sibi declarat Inanis.

Ut præteream quod assumit de conatu corporum deorsum, non recte sumi, propterea quod *deorsum* nihil negotii habet cum naturâ rerum, sed est figmentum nostrum. Et quod, si omnia ad unum Infimum tenderent, aut nihil coalesceret, aut omnia in eundem locum cogerentur, vis argumenti hujus ex eo tollitur, quod tantundem in hac re efficeret Atomis ejus intermistus aër, quantum efficere existimat ille intermistum vacuum.

Argumentum tertium ab eo ducitur, quod Fulmen, Sonus, Calor, Frigus, Corpora (exceptis ipsis Atomis) etiam solidissima penetrare visa sint. Sed hæc ratio, nisi quis priùs demonstrarit, ea omnia non fieri posse, exclusô Vacuo, per motũ perpetuam generationem, invalida est. Posse autem suis locis demonstrabitur.

Postremo, argumentum quartum ab eodem *Lucretio* proponitur his Versiculis.

——Duo de concursu corpora lata,
Si citò dissiliant, nempe aër omne necesse est
Inter corpora quod fuerat, possidat inane.

Is porro quamvis circum celeratibus auris
Confluat; haud poterit tamen uno tempore totum
Compleri spatium; unum primum quemque necesse est
Occupet ille locum, deinde omnia possideantur.

Quod tamen cum sententia ipsius Epicuri, aliquantò plus pugnat, quam eorum qui vacuum esse negant. Nam quanquam verum sit, quod si duo corpora essent infinitè dura, & secundum superficies exactissimè planas componerentur, impossibile esset ut divellerentur, cum fieri id non posset sine motu instantaneo; si tamen ut in magnitudinibus non datur maxima, nec in motibus velocissimus, sic neque in duris durissimum, poterit fieri aliqua magna, ut ingressus aëris detur successivus; nempe quæ partes corporum conjunctorum extimæ priùs dirimantur quam interiores. Debuerat ergo prius ostendere aliqua esse durissima non modo relative ad mollioria, sed absolutè, id est, infinitè dura; quod non est verum. Sed si supponamus Atomos (ut Epicurus) insecabiles, habentes tamen suas superficiculas, sic ponerentur duo corpora secundum plures vel unam tantum utriusque superficiculam; argumentum hoc *Lucretii* non illa demonstratio erit, Corpori nulla quæ ex Atomis (ut ille supponit) concreta sunt, nulla unquam vi dissingi posse; adeò quotidianæ repugnat experientiæ.

Hactenus Argumenta *Lucretii*. Videamus jam argumentum sumptum ab experimentis recentiorum.

4. Experimentum primum est, Quod si Vas concavum inverso fundo in aquam immergatur, fore ut aqua in ipsum ascendat; quod fieri non posse inquiunt, nisi aër intus in arctiorem locum condudatur; fieri autem hoc non posse, nisi sint in aëre loculi vacui; compressum autem aërem ad certum gradum comprimi amplius non posse; minimum particulis aëris in locum arctiorem compelli negantibus. Ratio hæc siquidem aër ab aqua intra vas surgente pressus ipsam permeare non posset, videri posset non infirma. Sed quod adhibita vi, nec ea majore, quam est ipsa aquæ gravitas, aër aquam penetrat, sed pedetentim est. Quare si vis qua vas deprimitur major sit ponderis, quo aqua naturaliter tendit deorsum, vel ei æqualis, aër in vase inclusus, qua via resistit (nempe versus vasis labra) eâ penetrabilem exibit; neque tamen totus. Oportet enim quo major aquæ profunditas penetranda sit, eo major sit vis deprimentis; sed deprimentis, id est, aquæ assurgentis vis, postquam totum

vas immersum est, non amplius augetur. Venitur ergo ad æquilibrium tale, ut sonorus aquæ deorsum naturalis æqualis sit conatui ad aquam in sucta jam profunditate penetrandam.

2. Experimentum secundum est. Quod si Cylindrus concavus (videndi experimenti causa) vitreus satis longus, ex altera parte apertus, ex altera clausus impleatur argento vivo, deinde parte unde aperta erat digito obturata, in vas quod libet in quo iterum sit argentum vivum una cum digito immergatur, & refusuque liquatur, videbimus sublato digito, (ut liber argento vivo fiat discessus) descendere ipsum in subjectum vas, eo usque ut pars quæ in cylindro restat, occupet circa 26 pedis uncias; quicunque is sit cylindrus, modo dictis unciis 26 non sit minor. Spatium ergo aiunt cylindri reliquum vacuum esse. Ego vero in hac re necessitatem vacui nullam video. Cum enim descendit argentum vivum quod in cylindro est, necessarium est ut vas subjectum altius impleatur, & summoveat tantum aeris ambientis, quanta est moles argenti vivi quod descendit. Si quæratur quo abiit ille aër summotus, quid aliud dicendum est quam aërem illum eadem abigere de loco proximo, & hunc alium, & sic deinceps, donec redeatur unde propulsus primo incepit, ibi nimirum quo ab aër primus pulsus est, eadem vi aër ab propulsus primo ab argento vivum quod est in vase, & ejusdem vis qua argentum vivum descendit dum est satis magna (ma jor nimirum est quando ab altiori loco descendit, minor quando ab humiliore) faciet ut aer ipsi argenti vivi quod in vase est penetrare, adeoque descendat ad implendum locum quem illi vacuum arbitrabamur. Sed quoniam vis argenti vivi non in omni altitudine tanta satis est ad cogendam talem penetrationem, necesse est ut descendens subsistat aliquo, ibi nimirum ubi æquilibrium sit inter conatum ipsum deorsum, & resistentiam ejusdem contra aëris penetrationem; quod quidem æquilibrium esse in altitudine 26 unciarum aut circiter, vel ex hoc experimento manifestum est.

3. Experimentum tertium est, quod in vas solo aëre (quam extra aëris natura pulsus) repletum, tantum tamen impelli potest argentum, quantum capit ejusdem vasis circiter dodrans. Experimentum autem hoc modo factum est. Phiala vitrea (quæ apte sinitur per Sphæram F G, cujus centrum est A) manet cum fistula B A C, ad apertæ foramini per quod transit, ut ipsum adæquate impleat; neque cernimus ejus B in fundo vasis, nisi quod spatii tantum inserit ut aqua superne immissa liberè exire possit per B. Sit fistulæ operculum in D quod aqua in ipsum

ipsum ascendenti exitum præbeat per E. Epistomium autem H C intra fistulam perforatum, transitum aquæ à B ad D eandem vel aperiat prout opus fuerit. Detracto operculo DE impellitur aqua per fistulam, ope Siphonis, quantum Siphonis capit in concavitatem vasis; deinde clausio epistomii foramine, ne quid aëris per eam viam egrediatur; Siphon rursus aqua impleatur, & rursus aperto epistomii foramine ex aqua in vasis concavitatem per B, ut ante, injiciatur. Atque eadem operatio repetatur quoties libet, assumpta aqua, verbi gratia, usque ad G F. Postremo imposito operculo & aperto foramine in H C, videbimus aquam velocissime erumpere per E, & subsidere paulatim ab F G, usq; ad B. Itaque ab hoc Phænomeno ad necessitatem vacui sic arguunt; vas erat ab initio aëre plenum. Injectam per fistulam aquam non potuit aër, per totam fistulæ longitudinem penetrando exire, neque exitus ullus alius datur. Necesse ergo est tum omnem aquam usque ad F G, tum etiam omnem aërem qui in vase ante immissionem aquæ continebatur in eodem esse loco, in quo ante solus inerat aër. Id quod fieri non posset, si tota vasis amplitudo aëre fuisset adæquatè (id est, sine vacuo) plenus. Præterea verò si quis forte dubitet, an non possit aër, corpus tenue, penetrare ipsum aquæ in fistula contentæ corpus, accedit Phænomenum illud alterum, nimirum quod eadem aqua quæ est in spatio F G omnis rursum ejecta per foramen E H, cujus causa nulla videtur assignari posse præter aëris seipsum à compressione liberantis impetum; ex quo sequitur aut fuisse aliquid spacii vacui, aut plura corpora in eodem esse posse loco; quorum posterius est absurdum, ergo nimirum dari vacuum verum est.

Argumentum hoc duobus in locis infirmum est; in quorum altero assumitur id quod non est concedendum; in altero adducitur experimentum, quod mihi quidem videtur vacuo repugnare. Assumitur autem aërem per fistulam exire non posse; Attamen videmus quotidie aërem facile ascendere à fundo ad superficiem luminis (indicant ita fieri assurgentes bullæ) nec motore alterius quam ipso aquæ conatu deorsum naturali. Quare ergo non possit aqua per injectionem acquirere conatus sursum (qui conatus sursum major est quam conatus aquæ deorsum naturalis) efficere, ut aër, qui est in vase, obstantem aquam similiter penetret? Præsertim cum aqua prout in vase assurgit ver, aërem perpolitum ita urgeat, ut conatum ipsi ingeneret ex omni

Parte versus fistulæ superficiem exteriorem, & proinde conatum omnium inclusi aëris partium per viam brevissimam versus foramen quod est in B. Hæc inquam, tam manifesta sunt quam quod aër à fundo fluminis eructatus per aquam penetret cujusque altitudinis. Nondum ergo video causam ullam quare quo tempore aqua injicitur, non possit aër eodem tempore & eadem via, ab ea vi injiciente ejici.

Quod autem vacui necessitatem à rejectione aquæ arguere volunt. Quæro primò posito vacuo, quo principio motus, Ejectio illa fiat; motus quidem ille ab intra ad extra fieri non potest nisi ab Agente intra Vas, id est, ab ipso aere. Aëris autem illius motus quem habet ab insurgente aqua, à fundo incipit, ad summum tendit; motus autem quo aquam ejicit à summo incipere debet & tendere ad fundum, unde igitur in aere incluso oritur conatus versus fundum? Quid hic dici possit, nisi quis aërem ad expellendam aquam descendere ultro dicat, non intelligo; quod quia absurdum est, habeatque aer post intactam aquam, tantum loci quantum ejus postulat magnitudo, nulla omnino causa erit quare ejiceretur aqua. Pugnat ergo Vacui assertio cum ipso quod ad asserendum vacuum adducitur experimento.

Multa alia ad probandum vacuum Phænomena afferri solent, ut Thermometra, Æolipylæ, Scloperi Ventanei; quæ quidem si aëri pervia aqua non esset, sine loci inanis admissione difficillimè salvari possent. Nunc autem cùm aer nec magno conatu, non modo per aquam, sed etiam per quodvis aliud contumacissimum liquidum, qualis est Hydrargyrus, permeare possit, nihil probant. Veruntamen rationis est ut is qui vacuum sublaturus est, prædictorum Phænomenon alias si non probabiliores saltem æquè probabiles (absque vacuo) ostendat nobis causas. Id vero fiet in sequentibus, suo quidque loco; sed prius totius Physicæ statuendæ sunt hypotheses generalissimæ.

Quoniam autem Hypotheses sunt positæ pro veris effectuum apparentium causis, necesse est nisi absurda sit hypothesis, ut ea consistat in aliquo Supposito Motu possibili (Quies enim nullius rei causa efficiens esse potest.) Motus autem supponit corpora mobilia, quorum tria sunt Genera; Fluida, Consistentia, & ex his Mista. Et Fluida sunt quorum partes separari à se invicem levissimo conatu possunt; Consistentia vero ad quorum partium diremptionem vis adhibenda major est; sunt itaque consistentiæ

sistentiæ gradus qui gradus prout comparantur cùm magis minusve consistentibus modo mollities modo duritiei nominantur. Fluidum ergo est semper divisibile in æquè Fluida, ut quantitas semper in quantitates, & Mollia in quocunque gradu, in mollia ejusdem gradus. Multi tamen fluoris nullam intelligere videntur differentiam, nisi quæ oritur ex differentia magnitudinis partium, quemadmodum (ut videtur) pulvis adamantinus fluidus dici possit. Ego verò Fluorem intelligo à natura factum, in omni simul fluidi parte non ut fluit pulvis, sic enim ruitura domus fluida appellaretur, sed ita ut videtur diffluere aqua in partes perpetuo fluidas. Hoc intellecto, venio ad Hypotheses.

5. Suppono ergo primo loco spatium immensum quem vocamus mundum, aggregatum esse ex corporibus consistentibus quidem & visibilibus, Terra & Astris; invisibilibus autem minutissimis atomis quæ per terræ & astrorum intervalla disseminantur, & denique ex fluidissimo æthere, locum omnem quicunque est in universo reliquum ita occupante, ut locus nullus relinquatur vacuus.

Secundo suppono, cum *Copernico*, corpora mundi majora & consistentia, eademque permanentia suum habere inter se ordinem, ut sit primus Sol, secundus Mercurius, tertia Venus, quarta (cum ipsam circumeunte Lunâ) Tellus, quintus Mars, sextus (cum satellitio suo) Jupiter, septimus Saturnus, deinde, in diversis à sole distantiis stellæ fixæ.

Tertiò, Suppono non modo Soli, sed etiam Terræ, & Planetis singulis inesse & semper infuisse motum circularem simplicem ipsorum naturis coævum.

Quartò, suppono corpora aliqua esse interspersa corpori æthereo, non fluida, sed adeo parva ut sentiri non possint, & ea quoque mota motu proprio simplice, & esse alia minus, alia magis dura sive consistentia.

Quintò, Suppono cum Keplero, esse ut distantia Solis à Terra, ad distantiam Lunæ à Terra, ita distantiam Lunæ à Terra, ad Terræ semidiametrum.

Quod autem ad magnitudinem circulorum, & tempora in quibus à corporibus quæ in ipsis sunt describuntur, ea supponam quæ ipsis Phænomenis de quibus erit quæstio maxime videbuntur convenire.

6. Causas diversarum Anni Tempestatum, omnisque dierum

 noctium;

nosti immoque varietatis per totam Telluris superficiem, ex supposita diurna Terræ revolutione circa axem proprium, unà cum eiusdem motu annuo per Eclipticam in signorum consequentia circa Solem, & ratione ejusdem Telluris annuo, super centrum proprium revolutione in antecedentia, demonstravit post *Copernicum*, *Keplerus*, *Galileus*, aliique. Supponimus nos cum *Copernico* revolutionem diurnam à motu Terræ esse quo describitur circa Terram circulus æquinoctialis. Motus autem duo cæteri utrique annuus, efficiunt ut Terra in Eclipticâ ita circumferatur, ut axis terræ semper sibi teneatur parallelus; qui parallelismus ob eam rem introductus est, ne ex Telluris revolutione annua, etiam Poli ejus necessariò (contra experientiam) circa Solem circumferri viderentur. Nos autem ex supposito motu Solis circulari simplice, fore demonstravimus, capite 21. artic. 10. ut Terra ita moveatur circa Solem, ut axis ejus semper sibi teneatur parallelus. Ex duobus igitur suppositis in sole motibus, altero circulari simplice, altero circulari circa centrum proprium, demonstrari possunt eædem anni dierumque & noctium varietates quæ à *Copernico* demonstratæ sunt. Etenim si (in figura tertia) circulus *a b c d* sit Ecliptica, cujus Centrum *a*, Diameter *a c*, Terra in *a*. Sol autem moveatur in circulo *f g h i*, nempe per *f*, *g*, *h*, *i*, demonstratum est quod corpus positum in *a*, movebitur eodem ordine per puncta Eclipticæ *a*, *b*, *c*, *d*, axemque suum semper sibi tenebit parallelum.

Quod si (ut supposuimus) etiam Terra moveretur motu circulari simplice in plano per *a*, secante planum Eclipticæ, ita ut communis sectio utriusque plani sit in *a c*; etiam sic Telluris axis tenebitur semper sibi parallelus. Moveatur enim terræ centrum in circumferentia Epicycli, cujus diameter *l a k* parallela *b a c*. Ejus ergo Epicycli diameter *l a k*, transiens per centrum terræ erit in plano Eclipticæ. Quoniam ergo tum in motu Telluris simplice per Eclipticam tum per Epicyclum recta *l a k*, semper tenetur sibi parallela; etiam quælibet alia recta in corpore Telluris sumpta, & proinde axis ejus semper tenebitur sibi parallelus. Itaque in qua parte cunque Eclipticæ reperietur centrum Epicycli, & in quacunque parte Epicycli eodem tempore reperiatur centrum terræ, axis terræ parallelus erit loco, ubi idem axis fuisset, si Terræ Centrum nunquam Eclipticam deseruisset.

Sicut

Sicut autem ex supposito motu Solis simplice demonstravimus motum annuum Terræ simplicem, ita ex supposito motu simplice Terræ demonstrari potest motus menstruus Lunæ simplex. Erit enim, mutatis nominibus eadem omnino, idcoque non reperenda demonstratio.

7. Suppositionem hanc lationis Solaris (in epicyclo *f g h i*) simplicis, verisimilem in primis facit quod Planetarum omnium Periodi non modo circa solem, sed etiam ita circa solem describantur, ut contineantur omnes intra Zodiacum, id est, intra latitudinem graduum circiter 16; nam hoc ut fiat in causa videtur virtus aliqua in ipso sole, & potissimum in ea quæ Zodiacum spectat solis parte. Secundò, quod in toto cœlorum ambitu, quod talis Phænomeni probabiliter accusari potest aliud corpus nullum appareat. Deinde quod tot & tam varii motus Planetarum nullam haberent alius ab alio derivationem, in animum inducere non poterem. Posita autem in Sole virtute motrice, ponitur & motus; nam virtus motrix præter motum nulla est.

Supposui ergo tam in Sole ad regendos Planetas primarios, quam in Tellure ad regendam Lunam talem motum qualem Planetæ primarii, & Luna recipientes, ita ut apparent, apparere debeant necessario. Huic autem rei motus ille circularis circa axem manentem, quæ conversio dicitur, & qui totius corporis motus non est, sed partium, idoneus non est. Cùm enim quod sic moveatur nullum ad partes extra circulum positas conatum habeat, nullo modo ad corpora extra circulum posita conatum propagabunt. Illi verò qui fieri hoc supponunt per vim magneticam, vel per species incorporeas, seu immateriatas, causam Physicam non supponunt, immo verò nil supponunt, quia movens incorporeum nullum est; & vis magnetica quæ sit ignoratur, & quando erit cognita, invenietur esse motus corporis. Restat ergo ut Planetæ primarii, si à Sole circumferantur, & Luna, si à Terra, circumlationis causas habeant Solis & Terræ motus circulares simplices. Sin non à Sole & Terra circumferantur, sed Planeta suum quisque corpori coævum motum habeat, causa eorum motuum Physica nulla erit. Nam vel corporibus suis concreati sunt, iisque causam habent supernaturalem; vel coæterni, & sic omnino causam habent nullam. Æterni enim generatio nulla est. Accedit præterea ad motus hujus simplicis probabilitatem confirmandam, quod cùm omnes ferè docti opinentur Copernicanæ circa parallelismos axis Telluris hodiè suffragentur,

rotissimum, aut saltem concinnius id fieri videbatur per motum circularem simplicem quam per duos motus, alterum in Ecliptica, alterum circa axem terræ proprium priori contrarium, neutrum autem simplicem, neutrum talem ut à motu illo Solis produci posset. Hanc igitur motus simplicis hypothesin visum est retinere, & quorum Phænomenõn causas ab illo derivare possem, eas derivare, cætera quæ inde deducere non possem, non attingere.

Objicietur fortasse, quod etsi per hypothesin talem, parallelismus axis Terræ aliarumque multarum rerum apparentium ratio reddi possit, cùm tamen id fiat per collocationem corporis solaris in centro orbis quem describit Terra motu annuo, ipsa hypothesis falsa est, cùm orbis annuus Soli sit Eccentricus. Videamus ergo primo loco quæ sit & unde oriatur illa Excentricitas.

8. Sit ergo (in eadem figura tertia) circulus Terræ annuus *a, b, c, d*, divisus quadrifariam à rectis *a c*, *b d*, secantibus se mutuò in centro *e*. Sitque *a* initium Libræ, *b* Capricorni, *c* Arietis, *d* Cancri. Intelligaturque cum Copernico totum orbem *a b c d* tantum distare undequaque a Signifero Fixarum, ut sit totus respectu distantiæ tantæ instar Puncti. Supponatur jam Terram esse in initio Libræ ad *a*, videbitur ergo Sol in initio Arietis ad *c*. Mota ergo Terra ab *a* ad *b*, videbitur Sol moveri à *c* ad initium Cancrium *d*; & promota Terra à *b* ad *c*, videbitur Sol promotus esse ad initium Libræ in *a*. Est ergo *c d a* arcus æstivus, *a b c* hybernus. Dum autem videtur sol morari in arcu æstivo fiunt dies 186 $\frac{3}{4}$, totidem ergo conversiones diurnæ fiunt à Terra in arcu *a b c*; quare eadem Terra dum peretrat arcum *c b a* faciet diurnas conversiones tantum 178 $\frac{1}{4}$. Major ergo debet esse arcus *a b c* arcu *c d a*, diebus 8 $\frac{1}{4}$, id est, gradibus ferè totidem; sit *a r* arcus graduum 2 $\sqrt{\frac{1}{2}}$, & arcus *c s* totidem. Major ergo est arcus *r b s* semicirculo *a b c* gradibus 8 $\frac{1}{4}$; idemque major arcu *s d r* gradibus 8 $\frac{1}{4}$; quare in punctis *r* & *s* continuò æquinoctia. Quando ergo Terra est in *r*, videbitur Sol in *s*, erit ergo Solis locus verus in *t*, id est, extra centrum Orbitæ Telluris tantum quantus est sinus arcus *a r*, id est, sinus grad. 2. min. 16. is autem sinus posito Radio 100000, erit earum partium 3380 propè; tanta ergo est Orbitæ Telluris Excentricitas, si modo Terræ orbita sit circulus; &

& puncta æquinoctiorum sunt *s* & *r*: Erectæ *s r*, *e a*, protractæ utrinque usque ad signiferum fixarum incident in easdem fixas, propterea quod totus orbis *a b c d* respectu distantiæ fixarum nullam supponitur habere magnitudinem.

Restat jam ut supposito sole in *t*, ostendam causam quare Terra quando motu annuo invenitur in *d*, propior soli est quam quando est in *b*; quam causam arbitror esse hanc. Existente Terra in initio Capricorni ad *b* apparet Sol in initio Cancri ad *d*. Est ergo eo tempore media æstas; at media æstate Soli obvertitur Telluris pars borealis, in qua maxima pars est arida continens Europam totam & multo maximam partem Asiæ & Americæ. Quanto verò Terra est in initio Cancri ad *d* fit media Hyems, & obvertitur soli terræ pars ea quæ continet magna maria Australe & Indicum, quæ multo majora sunt quam qui sunt in eodem Hemisphærio tractus terræ aridæ. Quare (per cap. 21, art. ult.) terra in *d* accedet ad primum Movens, id est, ad solem qui est in *t*. Propior ergo est Terra soli existens in *d*, id est, media hyeme, quam existens in *b*, id est, tempore æstivo. Est igitur sol tempore hyberno Perigæus, tempore æstivo Apogæus. Ostendimus ergo Excentricitatis Terræ causam possibilem. Quod erat faciendum.

Consentio ergo *Keplero*, in eo quod ille Excentricitatem Terræ, alicui ipsius Terræ partium differentiæ attribuit; quarum partium alteram soli amicam, alteram supponit inimicam. In eo autem dissentio quod hoc fieri ille putat per Virtutem Magneticam. Virtutem autem magneticam illam sive attractionem & abactionem terræ fieri arbitretur per species immateriatas. Hoc autem fieri non potest, propterea quod nihil movet nisi corpus motum & contiguum. Nam si corpori quiescenti contiguà corpora non moveantur, ipsum desinere quiescere incogitabile est: Quod & demonstratum est, cap. 9. art. 7. & alias supra sæpius inculcatum, eo fine ut velint tandem Philosophi connexione hujusmodi vocabulorum καθιστάντω, ut desinere. In eo etiam ab illo dissentio, quòd corporum mutuæ attractionis causam esse dicat ipsorum Corporum cognationem: Nam si hoc esset, non video quare Ovum ab Ovo non attraheretur. Si qua ergo inter solem & partem terræ unam quam aliam major intercedat amicitia, consistet ea in eo quod altera pars aquea, altera arida sit; ex quo contingit (ut modo demonstratum est) magis accedere

cedere terram ad solem quando à sole illuminatur pars aqueà, quam quando arida.

9. Facit hæc telluris excentricitas ut orbita ejus annua perfectus circulus non sit, sed linea vel elliptica vel certè ferè elliptica; neque Axem Terræ veneri semper sibi exactè parallelum, sed in punctis tantum Æquinoctialibus.

Quoniam autem ut terram à sole, ita lunam à terra circumferri diximus; terra autem ita circuit solem, ut modo unum, modo alterum sui Hemisphærium soli ostendat, quærenda causa est quare Lunæ facies terræ obvertitur semper eadem.

Sit ergo (in figura quarta) circellus in quo movetur sol motu simplice *f g h i*, cujus centrum *t*, sitque terræ orbita annua ♈ ♉ ♎ ♑, & *a* initium Libræ. Circa punctum *a* describatur circellus *l k*, in quo intelligatur moveri centrum terræ motu simplice, & utrumque solem & terram moveri secundum signorum ordinem. Centro *a* describatur orbita lunæ *m n o p*; sitque *q r* diameter circuli secantis globum Lunæ in duo Hemisphæria, quorum alterum à nobis conspicitur in plenilunio, alterum à nobis avertitur; erit igitur diameter Lunæ *q o r*, rectæ *s u* perpendicularis. Fertur ergo Luna propter motum Terræ ab *o*, versus *p*, sed eodem tempore si esset in *p* ferretur (propter motum solis) à *p* versus *o*. Itaque à duobus in contraria moventibus rotabitur recta *q r*, & in quadrante quidem circuli *m n o p*, tantum quanta est rotationis integræ pars quarta; Existente ergo Luna in *p*, erit *q r* parallela rectæ *m o*. Secundò, propter motum terræ, quando Luna est in *m*, erit *q r* in ipsa *m o*; accedente ergo motu solis agente per quadrantem *p m*, conversa erit *q r*, tantum quanta est alia quarta pars conversionis totius. Existente ergo luna in *n*, erit *q r* rectæ *o n* perpendicularis. Eadem ratione Luna existente in *n*, erit *q r* rectæ *m o* parallela; & redeunte Luna ad *o* redibit *q r* ad locum primò sumptum, & corpus lunæ in una periodo faciet unam quoque conversionem super axem proprium; quo facto manifestum est eandem semper lunæ faciem obverti Terræ. Quod si *q m* esset diameter circelli in quo ferretur luna motu simplice, idem tamen sequeretur; nam sine actione solis diameter, quælibet Lunæ ferretur semper sibi parallela. Reddidimus ergo causam possibilem quare telluri eadem semper obvertitur Lunæ facies.

Notandum autem est quod non eandem præcisè faciem semper videmus, tunc quando Luna est extra Eclipticam; propterea quod nil videmus nisi illuminatum; sed pars illuminata & pars nobis obversa extra Eclipticam nunquam est exactè eadem.

10. Ad tres motus simplices, unum Solis, alterum Lunæ, tertium Terræ in circellis propriis *f g h i*, *l k*, & *q r*, una cum conversione terræ diurna, (qua conversione necessariò circumferuntur omnia ea quæ superficiei, ejus innituntur) referri possunt Phænomena circa Oceani æstus tria. Quorum primum est, Elevationis & Depressionis aquarum ad litora alternationes duæ in spatio 24 horarum & minutorum ferè 52. eæque per omne ævum constantes. Secundum, quod in Noviluniis & Pleniluniis elevationes aquæ fiunt quam intermedio tempore majores. Tertium, quod existente Sole in Æquinoctiali augeantur adhuc amplius. Ad quæ Phænomena salvanda habemus jam quatuor motus antè memoratos. Assumendum autem est, quod pars Terræ quam dicunt Americam aquis exerta, & à Septentrione in Austrum per totum ferè semicirculum extensa aquarum motui objiciatur. His datis,

Sit (in eadem figura quarta) ubi *l b k c* supponitur esse in plano orbitæ motus lunaris menstrui, descriptus eodem centro *a* circellus *l d k e* in plano Æquinoctialis. Is ergo circellus declinabit à circello *l b k c* in angulo graduũ ferè $28\frac{1}{2}$, (nam declinatio maxima Eclipticæ est gr. $23\frac{1}{2}$ cui additi gr. 5. pro maxima ab Ecliptica declinatione lunæ, fiunt grad. $28\frac{1}{2}$.) Quoniam jam moventur aquæ quæ sunt subter orbitam lunæ una cum terra, id est, cum fundo aquarum, propter motum terræ simplicem in plano orbitæ lunaris, motum fundi neque antevertentes, neque ab eo præventæ; accedente motu diurno, quo aquæ aliæ quæ sunt subter Æquinoctialem moventur eodem ordine, & secantibus se mutuò orbita lunari, & Æquinoctiali, aquæ ambæ tam quæ sunt sub orbitam Lunæ, quam quæ sunt sub Æquinoctialem, concurrent sub Æquinoctialem, & proinde non modo motus eorum motum fundi antevertet, sed & ipsæ aquæ elevatiores erunt, quotiès terra est in Æquinoctiali. Quæcunque ergo æstuum causa alia sit, tamen ab hac causa ijdem tunc temporis augebuntur.

Rursus quoniam supposuimus lunam circumferri à motu terræ simplice in circello *l b k c*, & demonstratũ est cap. 21. art. 4. ea quæ moventur à motore motu simplice moto, moveri omnia eadem velocitate,

velocitate, centrum Terræ eadem feretur velocitate in circumferentia *l b k c* qua fertur luna in circumferentia *m n o p*. Tempus ergo circumlationis lunæ in *m n o p*, est ad tempus circumlationis terræ in *l b k c*, ut ipsa circumferentia *m n o p* ad circumferentiam *l b k c*, id est, ut *a o* ad *a k*. Sed *a o* observata est esse ad semidiametrum corporis terræ, ut 59 ad 1. Faciet ergo terra (si semidiameter terræ statuatur *a k*) circuitus 59 in *l b k c*, dum luna facit circuitum unum, nempe menstruum in *m n o p*. Facit autem luna circuitum menstruum in diebus 29 paulo amplius. Quare terra faciet circuitum per circumferentiam *l b k c* in horis 12 paulò amplius, nempe min. ferè 26, id est, circuitus faciet duos in horis 24. minutis ferè 52. Tantum autem observatum est esse ab æstu summo ad æstum summum diei sequentis. Objecta ergo aquarum cursui pars Americæ Australis faciet interrumpi earum motum ad litora Americæ Australis, &, per consequens, in illis locis elevari aquas, & rursus propria gravitate residere, his in spatio 24 horarum & minutorum 52. Reddidimus ergo causam possibilem reciprocationis Oceani diurnæ. A tumore Oceani in illis terræ partibus, nascuntur maris Atlantici, Hispanici, Britannici, & Germanici accessus & recessus maris stati quidem, sed pro varietate litorum in diversis diei horis; & aliquanto etiam aucti, propter objecta litora Sinensium & Tartarorum, ubi surgentis aquæ pars divertitur per fretum Anian in mare septentrionale, redundatque in mare Germanicum à parte Boreali.

Causa autem quare maximè tumescit mare in Noviluniis & in Plenilunii, est motus ille quem sibi proprium & simplicem etiam lunæ ab initio ex hypothesi attribuimus. Quemadmodum enim ex motu solis simplice elevationem aquarum derivavimus eam causam ostendentes excentricitatis terræ; ita quoque derivari potest aquarum elevatio earundem, ex motu simplice lunæ. Nam etsi vis elevandi aquas manifestior apparet in sole ex generatione nubium, quam in luna, vis tamen augendi humiditates in vegetabilibus & animalibus manifestior apparet in luna quam in sole, forte quod ille majores attollit aquæ guttas, hæc minores. Verisimilius autem est, & magis vulgatis observationibus consentaneum, attolli aquas pluvias non solum à Sole, sed etiam à Luna. Nam temporis mutationes omnes ferè homines in solis & lunæ inter se & cum terra copulationibus magis expectant quam in quadrantibus.

Postremò,

Postremò, quod accessus Novilunii & Plenilunii augmentum accipiant circa *Æquinoctia*, causam ejus rei satis supra in hoc ipso articulo declaravimus, ubi à duobus motibus Telluris altero simplice in circello *l b k c*, altero diurno per *l d k e*, necessarium esse demonstravimus elevari aquas existente sole circa *Æquinoctia k* & *l*, magis quam in aliis locis. Causas ergo Phænomenon circa fluxum & refluxum Oceani reddidimus possibiles: quod erat faciendum.

11. Ad causam explicandam Præcessionis annuæ punctorum Æquinoctialium meminisse oportet ostensum esse Telluris orbitam annuam non esse circumferentiam circuli, sed Ellipseos, vel ab Ellipsi insensibiliter differentis; ea igitur imprimis delineanda est.

Itaque (in figura quinta) descripta sit Ecliptica ♎ ♈ ♑ ♋ duabus rectis *a b*, ♈ ♑ se mutuo secantibus in centro *c* secta quadrifariam. Sumptoque arcu *b d* grad. 2 min. 16 ducatur recta *d e* ipsi *a b* parallela secans ♈ ♑ in *f*, eritque terræ excentricitas *c f*. Quoniam ergo Telluris orbita est circumferentia Ellipseos, & ♈ ♑ axis ejus major, non erit *a b* axis minor, cum *a b*, ♈ ♑ sint inter se æquales. Aut ergo terra transiens per *a* & *b*, transibit supra ♈, ut in *g*, aut transiens per ♈, cadet inter *e* & *a*. Utrumvis autem statuatur nihil refert. Transeat ergo Terra per *g*, & sumatur *g l* æqualis rectæ ♈ ♑, divisàque *g l* bifariam in *i*, erit *g i* æqualis ♈ *f*, & *i l* æqualis *f* ♑, & proinde punctum *i* secabit excentricitatem *c f* bifariam. Et sumpta *i h* æquali *i f* erit tota excentricitas *h i*. Ducatur per *i* recta quæ sit rectis *a b*, *e d* parallela, nempe ♎ *i* ♈, eritque via solis æstiva ♎ *g* ♈ major itinere hyberno gradibus $8\frac{1}{4}$, vera ergo Æquinoctia sunt in recta ♎ *i* ♈. Ellipsis ergo motus annui non transit per *a*, *g*, *b*, *l*, sed per ♎, *g*, ♈, *l*. Ea ergo est telluris orbita annua, nec (salva excentricitate) ulla alia. Atque hæc forte ratio est, quare *Keplerus* contra sententiam omnium antè se Astronomorum excentricitatem telluris, sive (secundum veteres) solis, bisecandam esse existimavit, non tamen diminuta quantitate excentricitatis, quæ tanta habenda est quantam eam prodit esse arcuum æstivi & hyberni differentia; sed sumendo centrum Eclipticæ magni orbis *c* propius ad *f*, atque adeo totum orbem magnum propiorem faciendo ad Eclipticam fixarum versus ♎ tanto, quanta est recta *c i*. Nam cum totus orbis magnus sit instar

puncti

punctis ad similem distantiam fixarum, cum recta ♎ ♈ quam recta *f b* in eadem puncta incident Sphæræ fixarum, nimirum primitiæ hinc ad initium Arietis, inde ad initium Libræ. His positis, sit terræ diameter *m n* in plano suæ orbitæ. Ea, si terra moveretur in circulo Eclipticæ à motu solis simplice circa centrum, teneretur sibique & rectæ *g l* semper parallela; quare nihilominus ferretur per circumferentiam Ellipseos extra Eclipticam, punctum *n* in toto itinere per ♎ ♑ ♈ procedet in minore circulo, quam punctum *m*, & proinde parallelismum cum recta ♑ ♎ statim ab initio moveri, amittet, ita ut *m n* producta rectam *g l* productam tandem secatura sit. Et vice versa, facium ac *m n* præterierit ♈, eadem *m n* (ambulante terra in Ellipticæ linea interna ♈ *l* ♎) producta ad partes *m* rectam *l g* productam secaturus sit. Cumque terra totam ferè orbitam transierit, faciet rursus *m n* cum recta à centro *i* angulum rectum, paulò citra locum unde moveri cœpit. Ibi ergo proximo anno erit ♎ punctum æquinoctiale unum, nimirum prope finem ♍, alterum ex adversis erit sub finem ♓. Atque ita quotannis relabuntur puncta in quibus dies noctesque fiunt æquales. Est autem motus ille tardus, quippe quod anno integro relapsus sit solummodo minutorum primorum 51. qui relapsus, cùm fiat contra ordinem signorum, appellari solet *Præcessio Æquinoctiorum*, cujus causam ex antè suppositis reddidimus possibilem: quod erat faciendum.

Juxta ea quæ diximus supra de causa excentricitatis terræ; item juxta *Keplerum*, qui pro causa excentricitatis supponit partem terræ alterum Soli amicam, alteram inimicam, oporteret Apogæum & Perigæum solis eodem ordine & eadem velocitate quotannis moveri, quo moventur puncta Æquinoctialia, & ab initio distare semper quadrante circuli: Hoc autem fieri non videtur, cùm dicant Astronomi æquinoctia recessisse jam, alterum ex gradu 1. primæ stellæ Arietis, alterum tantundem ab initio Libræ; quare Apogæum solis, sive terræ Aphelium deberet esse in gradu 91. Cancri. Putatur tamen esse in gr. 9. Quoniam autem nondum constat τὸ ὅτι, frustra quæritur τὸ διότι; quamdiu ergo motus Abscidum propter Tarditatem est inobservabilis, & quamdiu de eo ipso, an distent à punctis æquinoctialibus quadrante justo necne dubitatur, tamdiu incedere cum æquo cum illis passu liceat mihi opinari.

Simi-

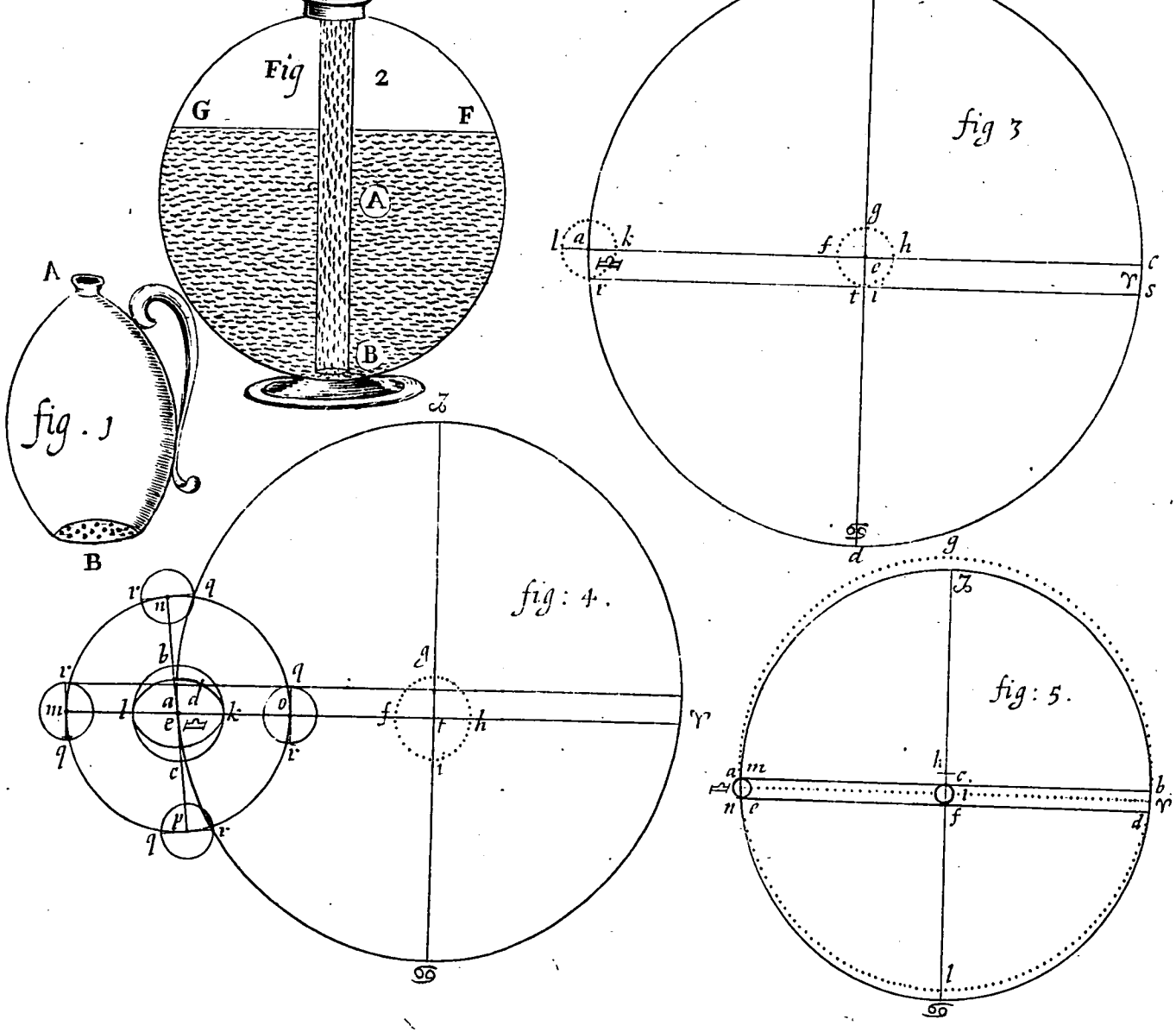


Fig 2
G
F
A
B
A
B
fig. 1
fig 3
fig: 4.
fig: 5.

Similiter, Excentricitatum Saturni, Jovis, Martis, Mercurii causas non attingo. Cum tamen excentricitas terræ oriri possit, ut ostendimus, à dissimili natura facierum Terræ Soli alternatim obversarum, credibile est dissimiles quoque esse illis facies, quibus similes in ipsis effectus producantur.

Atque hæc dicta sint de Physica Sydérea, quorum Phænomena etsi non oriantur à causis quæ supposui, eas tamen suppositas ad talia Phænomena producenda idoneas esse demonstravimus, ut erat ab initio propositum.

CAPUT

Caput XXVII.

De Luce, Calore, & Coloribus.

1. De immensa magnitudine quorundã corporũ, & alierũ ineffabili parvitate. 2. De causa lucis Solaris. 3. Quo modo Lux calefacit. 4. Generatio ignis à Sole. 5. Generatio Ignis à collisione. 6. Causa lucis in incendelis, in ligno putri, in calce Bononiensi. 7. Causa lucis in concussione aquæ marinæ. 8. Causa flammæ, Scintillæ, Colliquationis. 9. Causa quare Fœnum madidum aliquando sua sponte accenditur; item causa fulguris. 10. Causa virium Pulveris tormentarii; quidque carboni, quid sulfuri, quid nitro tribuendum sit. 11. Calor quomodo fit ex affrictu. 12. Distinctio Lucis in primam, secundam, &c. 13. Colorum Rubri, Flavi, Cærulei, Violacei per Prisma spectatorum causæ. 14. Quare Luna & Stellæ apparent in Horizonte rubicundiores, & majores quam in medio Cœlo. 15. Causa Albedinis. 16. Causa Nigredinis.

1. PRæter Astra, de quorum motu modo dictum est, quæcunque in universo corpora reliqua sunt uno nomine *Intersideralium* comprehendi possunt. Sunt autem ea (ex hypothesi) vel æther fluidissimus, vel corpora quorum partes cohæsionem habent aliquam. Ea autem inter se differunt, *Consistentiis, Magnitudinibus, Motibus, & Figuris.* Et consistentia quidem suppono alia duriora, alia molliora esse per omnes tenacitatis gradus. Magnitudine item alia majora, alia minora, pleraque autem ineffabiliter exigua. Meminerimus enim quantitatem intellectu quidem divisibilem esse in semper divisibilia, ideoque si homo quantum intellectu, tantum & manu posset, eundem à qualibet data magnitudine partem qualibet magnitudine data minorem auferre valiturum esse. At vero Universi conditor omnipotens, in quantum nos rem quamlibet divisibilem esse intelligimus, in tantum partem ejus à parte actu avellere potest. Nulla ergo corporis exiguitas impossibilis est. Quid autem est quod impedit ne idem sit etiam verisimile? Esse enim animalcula quædam scimus adeo exigua, ut cerni vix possint

sint tota; habere tamen & ipsa suos Embryones, suas venulas, aliaque vascula, suosq; ocellos nullo Microscopio perceptibiles; adeo ut nullam magnitudinem supponere tam exiguã valeamus, quin à natura ipsa suppositio nostra superetur. Accedit quod Microscopia hodie vulgo fiunt talia, ut res per ea spectatæ plus quam centies millies majores appareant, quàm oculo inermi viderentur. Neque dubitari potest, quin auctâ potentiâ Microscopii (nam augeri potest quousque non deficit materia manusque Artificum) quælibet illarum partium centummillesimarum major adhuc quam antè appareret centies millies. Neque magis est mirabilis aliquorum corporum exiguitas quam aliorum ingens magnitudo. Ejusdem enim infinitæ potentiæ est infinitè augere & infinitè minuere. Facere ut orbis magnus, nempe cujus radius extenditur à terra ad solem sit instar puncti ad distantiam solis ad stellas fixas; & contrà facere corpus tam exiguum, ut eadem proportione minutius sit quam quodlibet visibile ejusdem est Naturæ Authoris. Illud autem de immensa fixarum distantia quod longo tempore pro incredibili habebatur, nunc credunt docti ferè omnes. Quid ni ergo illud alterum de quorundam corporum parvitate credibile futurum est aliquando? Etenim in parvis & magnis majestas divina eadem est; utque in magnitudine Universi, ita in exilitate partium ejus sensus humanos æquè superat. Siquidem in compositionibus elementa prima, in actionibus primæ aggressiones, in temporibus prima momenta, non minus credibilia sunt quam ea quæ nunc creduntur de distantia fixarum. Agnoscunt mortales magna esse quædam, etsi finita, ut quæ vident ita esse; agnoscunt item infinitam esse posse magnitudinem eorum quæ non vident; medium verò esse inter infinitum, & eorum quæ vident cogitantve maximum, non statim, nec nisi multa eruditione persuadentur. Sed cùm post meditationem & contemplationem multa hujusmodi dictu mirabilia familiariora fiunt, tunc credentes, admirationem transferimus ab Operibus ad Opificem. Sed quantulacunque corpora aliqua esse possint, nos eorum quantitatem non minorem supponemus, quam Phænomena ipsa postulabunt. Similiter statuemus de eorum motu, velocitate, inquam, & tarditate, & de varietate figurarum, nimirum, tantas eas supponemus quantas exiget causarum naturalium explicatio. Denique in partibus puri ætheris (tanquam in materia prima) motum præter illum quem habet ab innatantibus sibi corporibus non liquidis, suppono esse nullum.

2. His suppositis accedamus ad causarum dictiones; & inquiramus primo loco causam lucis Solaris. Quoniam ergo corpus solare motu simplice circulari circumstantem ætheream substantiam modo ad unam modo ad aliam partem à se rejicit, ita ut quæ partes proximæ Soli sunt motæ ab ipso Sole, proximè remotiores rursus urgeant, necesse est ut in quacunque distantia positi oculi prematur tandem pars anterior, & ea parte pressa propagetur motus ad intimam organi Visorii partem Cor. A motu autem cordis reagentis oritur per eandem retro viam conatus desinens in conatu (versus exteriora) tunicæ quæ vocatur Retina. Sed conatus iste ad exteriora (ut supra, *cap.*25. definitum est) illud ipsum est quod vocatur Lumen sive Phantasma Lucidi; nam propter hoc Phantasma est, quod objectum vocatur lucidum. Habemus ergo lucis Solaris causam possibilem; quam suscepimus Invenire.

3. Lucis Solaris generationem comitatur generatio Caloris. Calorem autem in se ipso quidem unusquisque dum calescit sentiendo cognoscit; in aliis autem rebus per ratiocinationem. Aliud enim est calescere, aliud calefacere. Itaque ignem vel solem calefacere deprehendimus, quod caleat non deprehendimus. Quod quidem animalia dum calefaciunt calent, ex similitudine nostri ratiocinando inferimus, sed non necessariò. Nam etsi rectè dicatur *Animal calefacit, ergo calet*, non ideo rectè infertur, *ignis calefacit, ergo calet*. Qui magis enim *quam ignis dolere facit, ergo dolet?* Calidum ergo id propriè & solum dicendum est, quod sentientes nos calescimus, & necessariò.

Calescentes autem comperimus spiritus, sanguinem & quicquid in corporibus nostris fluidum est ab interioribus partibus ad exteriora pro gradu caloris magis minusve evocari, cutemque intumescere. Itaque siquis evocationis, tumescentiæque hujus causam possibilem reddiderit, cæterisque caloris Phænomenis consentaneam, is caloris solaris causam reddidisse censendus est.

Ostensum est, cap.21.art.5. ita commoveri à motu solis circulari simplice mediū fluidū, quem vocamus aërē, ut omnes ejus partes usque ad minimas loca sua inter se perpetuò commutent; quam locorum mutationem nominavimus fermentationem. Ex ea fermentatione aëris fieri posse elevationem aquæ in nubes, capite præcedente art.8. demonstravimus. Simili modo è corporibus nostris partes fluidas ab internis ad externa educi posse ab eadem fermentatione ostendemus nunc. Quoniam enim ubi

bi medium liquidum corpori cujuslibet animalis contiguum est, ibi partes ejusmodi mutatis locis perpetuo à se invicem avelluntur, necessè est ut partes animalis medio contiguæ, in diremptarum partium intervalla conentur ingredi. Alioqui diremptis (cum suppositum sit non dari locum vacuum) locus esset nullus. Id ergo quod in partibus animalis medio contiguis est maxime fluidum & separabile egredietur primò; Deinde egressi locum subeunt partes illæ quæ per cutis poros maxime sunt transpirabiles. Cæteras ergo partes quæ non divelluntur, necessarium est ita tota moveri mole, ut loca omnia compleantur. Id quia fieri à tota simul mole, nisi partes circumstantis discessurientisque aeris comprimente non potest, aer à tota mole comprimitur; moles ergo corporis tota simul ea via conans intumescit. Causa ergo caloris à sole reddita est possibilis: Quod erat faciendum.

4. Vidimus jam quomodo lux, & quomodo calor generatur. Calor quidem ex eo quod in motu medii simplice partes cum partibus loca commutent. Lux autem ex eo quod in eodem motu simplice propagetur actio per lineam rectam. Quando vero subjectum aliquod talem in se motum partium habet, ut sensibiliter calefaciat, & simul luceat, tunc est quod generari Ignem dicimus. Per Ignem autem intelligimus non corpus aliquod à materia combustibili, vel candescente, puta ligno, ferrove distinctum; sed ipsam materiam, non quidem simpliciter & semper, sed tunc quando & splendet & calefacit. Quisquis ergo causam reddiderit possibilem, cæterisque Phænomenis consentaneam cur & qua actione utrumque simul fiat, *splendere & calefacere*, is generationem *Ignis* possibilem explicasse censeri debet.

Sic ergo (in figura prima) Sphæra vel portio Sphæræ ABC, cujus centrum D. sitque ea pellucida & homogenea, ut crystallina, vitrea, aquea soli objecta. Pars ergo anterior ABC, à radiis solaribus, id est, à motu solis simplice quo medium ante se propellit urgebitur in rectis EA, FB, GC, quæ rectæ respectu magnæ à solis distantiæ haberi possunt pro parallelis. Quoniam autem densius est medium intra Sphæram quam extra, refringentur versus perpendiculares. Producantur rectæ EA, GC donec secent Sphæram in H & I, ductisque perpendicularibus AD, CD, necesse est radios EA, GC, refractos cadere, alterum quidem inter AH, AD, alterum verò

inter C L, C D. Sint illi radii refracti A K, C L. Rursus ductis ad Sphæram perpendicularibus D K M, D E N, & productis A K, C L ad occursum rectæ B D productæ in O, quoniam medium intra Sphæram densius est quam extra, A K refracta longius recedet à perpendiculari K M quam ab eadem recedit K O, cadet ergo K O inter refractam & perpendicularem. Sit ergo refracta K P, secans F O in P. Erit autem propter eandem causam refracta rectæ C L, recta L P. Cum ergo radii nihil aliud sint quam viæ motuum propagatorum, tanto vehementior erit motus circa P, quam circa A B C, quanto basis portionis A B C, major est base similis portionis in Sphæra cujus centrum est P, magnitudo tanta quantam habet circellus circa P, comprehendens omnes radios ab ipsa A B C propagatos, quæ quidem sphæra multò minor est quam sphæra A B C. Multò ergo celeriùs partes medii, id est, aeris circa P, loca inter se commutabunt quam circa A B C. Posita ergo in P materia combustibili, id est, dissipabili, partes ejus (si modo satis magnam facilius rationem A C, ad similem portionem circelli circa P) liberabuntur à cohæsione mutua, motumque suum simplicem recipiat dissilientes. Sed motus simplex vehemens generat in apiciente Phantasma Lucidi & Calidi, ut modo demonstratum est de motu solis simplice. Erit ergo materia combustibilis posita in P, facta lucida & calida, id est, Ignis. Exhibuimus ergo causam ignis possibilem, quod erat faciendum.

5. A modo quo sol ignem generat, facile est explicare modum quo generari potest ignis à collisione duorum Silicum. Nam ab ipsa collisione lapidis particulæ aliquæ ex lis quæ ipsum coactæ constituunt violentia magna effringuntur, eæ autem vertigine concepta exilientes oculum movent, ut in generatione lucis à sole. Collucent ergo, & in materiam jam ante semidissipatam, qualis est fomes ex combusto linteo, partes illius dissipant, & excutiunt cum vertigine; inde autem, ut ante est ostensum, lux & calor, id est, ignis generatur.

6. Quod luceant cicendela, ligna quædam putria, & calcis quædam species Bononiæ temperata, communis causa esse potest expositio ad ferventem solem. De calce illa experientia constat quod non lucet nisi ita exposita; exposita autem lucet parvo tempore, id est, donec satis calet. Causa esse potest, quod partes ex quibus concreverat facile suscipiant unà cum calore motum simplicem à sole impressum. Quo facto necesse est ut transl-

translata in tenebras adhuc calescens, quam diu calor durat idoneus, tam diu luceat, post extinguatur. Experimento item in cicendela compertum est, inesse humorem quendam lentum, similem humori Oculi Crystallino; hunc etiam exemptum si quis digitis prehensum ferat satis longo tempore, & postea transferat in tenebras, lucebit tamen propter receptum à digitis teporem, sin refrixerit non lucebit. Unde, nisi quod animalia illa æstatis tempore ferventissimo toto die apricentur? Eodem modo ligna putrida nisi putruerint ad solem, vel jam putrida satis longo tempore ad solem exposita fuerint non lucebunt. Quod autem non omni vermiculo, nec cuiliber ligno, nec omni calci contingit idem, in causa esse potest diversitas in motu & figura particularum ex quibus illa corpora concreverant, à particulis corporum specie ab illis differentium.

7. Lucet quoque mare salsum remis percussum, vel navigio fortiter sulcatum, magis tamen minusve pro Ventorum diversis plagis. Possibile enim est particulas Salis, etsi à sole in Salinis lentè admodum evocatæ non luceant, confertas tamen & magna vi ex assurgentibus undis in aërem excussas, concepta vertigine splendescere posse aliquantum. Causa ergo hujus Phænomeni reddita est possibilis.

8. Materia composita ex corpusculis duris si ignescat, necesse est, ut ex singulis confertim evolantibus oriatur major minorve Flamma. Nam si una evolat pars ætherea vel fluida, motus exeuntium fiet velocior, ut fit in lignis cæterisque inflammabilibus exeunte una vento. Exeuntes ergo particulæ duriores vehementius oculum moventes fortius lucebunt, & confertæ cum sint collucebunt. Cùm ergo flamma nihil aliud sit quam collucentium corpusculorum aggregatum, orietur flamma manifesta. Ostensa est ergo flammæ causa possibilis. Atque inde etiam manifesta apparet causa, quare vitrum quod (absque flatu) non sine vehementissimo igne, à flamma tenui candelæ, flatu oris adjuta colliquatur.

Quod si ab eadem materia pars aliqua majuscula (nimirum quæ ex pluribus particulis minutis sit composita) abrumpatur, fit Scintilla. Habet enim ab effractione vertiginem violentam unde lucet. Verum si à materia combustibili neque flamma exeat, neque Scintillæ, possunt tamen particulæ ejus aliquæ ad superficiem evehi, ut cinis, cujus partes ita sunt minutæ ut quousq; natura dividendo progreditur dubitari ulterius non possit.

Postremò ignescente materia, si parum aut nihil evolat, fiet tamen conatus partium aliquis ad motum simplicem, quo fiet totius corporis vel colliquatio, vel (qui colliquationis gradus est) emollitio. Habet enim omnis motus in omnem materiam (ut ostensum est, cap. 16. art. 3.) effectum aliquem. Siquidem autem adeo emolliantur corpora, ut contumacia eorum a propria gravitate superetur, tum plane colliquata; sin minus emollita, & sequacia & ductilia esse dicimus.

Rursus, si materia ignita habeat intus inter particulas duras, particulas alias inclusas æthereas aqueasve, fiet ut his per commutationem locorum evocatis, illæ ad contactum pleniorem sese accommodent, & proinde habeant se ad divulsionem contumacius, id est, totum fiat durius. Quæ causa esse potest, cur eodem igne alia liquefiunt, alia indurescunt.

9. Expertum est, si fœnum madidum acervetur, fore ut post tempus aliquod, primo fumum tanquam ἀυτομάτως emittat, & deinde incendatur. Causa cujus rei potest esse hæc. Insunt in concluso aere corpuscula illa mota ut supposuimus motu simplice, motum suum habentes liberum, sed qui descendente humore aqueo paulatim cohibetur; oppletisque aqua interstitiis, pars quidem ætherea penetrando aquam egreditur, at corpuscula illa non fluida contruduntur, ita ut sese mutuo contingentia motum acquirant vehementiorem, donec aucto valde motu pellitur ad externa primo pars aquea, unde apparet vapor, mox continuato motu ipsius fœni atefacti evolant particulæ illæ minutissimæ, receptaque vertigine naturali lucent calefaciuntque, id est, ignescunt.

Eadem & fulgurum causa esse potest. Accidunt enim tempore anni ferventissimo, quo tempore & plurimum aquæ & altissime elevatur. Post nubes primas elevatas, elevatæ aliæ aliæque & congelatæ veniunt interdum (aliis descendentibus, aliis surgentibus) ad congressum talem, ut in aliquibus locis coeant in unum, in aliis relinquant spatia cava, in quæ spatia (ex concursu nubium partibus æthereis transpirantibus) corpuscula non fluida plura coguntur, quam pro ratione ætheris in quo motum suum libere excercere possunt. Itaque vehementius moventur, & modo hic modo illic nubes cum fragore diffringentes exeunteque & magna vi aërem commoventes & oculos ferientes lumen generant, id est, lucent: Est autem Lux ea Fulgur.

10. Phænomenon ab igne cognitissimum, idemque admirabilissimum

bilissimum est vis incensi pulveris tormentarii. Qui pulvis cum à Nitro, Sulphure, & Carbone tritis sit compositus, habet à carbone accensione primâ; à sulphure fomite & flammulam, id est, lucem & motum; Quod deinde vehementissime splendeat erumpatque à nitro habet. Nitrum autem nondum contusum, si vivo imponatur carboni, primo liquescit, carbonemque ea parte qua insidet, more aquæ extinguit. Mox egrediens a confiniis nitri & carbonis vapor vel aër, veloci motu carbonem undequaque & vehementer diffiat. Inde fit per duos motus, alterum egredientium ex ignito carbone, alterum inclusæ æthereæ simul & aquosæ substantiæ particularum, inter se contrarios, ut sequatur motus & inflammatio vehementissima. Deinde, postquam nitrum agere ulterius cessat, (id est, quando id quod in nitro volatile est evolaverit) invenitur ad latera substantia quædam alba, quæ in ignem rursus injecta, rursus candescet, sed non amplius nisi aucto igne dissipabitur. Si ergo causa hujus rei possibilis reperiatur, ea possibilis causa quoque erit quare granum pulveris tormentarii incensi tam vehementer expandatur, luceat, & moveatur. Causa autem ea hujusmodi esse potest.

Particulæ illæ quæ constituunt nitrum, supponantur esse, partim duræ, partim aqueæ, partim æthereæ. Et duræ quidem figuras habeant sphæricè cavas sicut bullulæ, ita ut multæ simul particulæ concretæ massam constituant cavernosam plenamque substantia aquea vel aërea, vel partim una, partim altera. Discussis ergo particulis duris, partes aqueæ & aëreæ necessario evolabunt; evolantes autem necessario carbonem ignitum mixtumque sulfur fortiter sufflabunt; quo facto valde expandi lucem, flammam vehementer candescere, particulasque nitri, sulfuris & carbonis violentissime dissipari est necessarium. Virium ergo pulveris tormentarii incensi causam reddidimus possibilem.

Apparet autem hinc, non necesse esse, ad reddendam causam quare Globulus plumbeus vel ferreus tam velociter ex canone bombardæ extrudatur, ut advocemus Rarefactionem talem, qualem vulgo definiunt, nempe quantitatem in eadem materia modo majorem modo minorem, quod est incogitabile. Dicimus enim majorem vel minorem unamquamque rem, prout majorem minoremve habet quantitatem. Violentia qua extruditur è tormento Globus, procedit a velocitate particularum minutis-

 simarum

simarum inflammati pulveris, vel certe procedere ab ea causa potest, nectamen ut ullus supponatur locus vacuus.

11. Præterea ex attritu duorum corporum, ut ligni contra lignum, non modo caloris gradum aliquem generari experimur, sed & ignem. Est enim motus ille, pressionis modo in hanc, modo in illam partem reciprocatio; Ex quo motu necessariò fit, ut quod in utroque ligno includitur fluidi, modò huc, modò illuc distrahatur; &, per consequens, conetur erumpere; & aliquanto post eum pens fiat ignis.

12. Lux autem alia est prima, alia secunda, alia tertia, & sic deinceps in infinitum. Primam lucem dicimus quæ est in lucente primo, ut sole vel igne. Secundam, quæ est in corpore non diaphano, à sole illustrato, ut in Luna, vel Pariete. Tertiam, quæ est in corpore non diaphano à luce secunda illustrato, &c.

13. Color autem Lux est, sed perturbata, nimirum a motu perturbato generata; ut in coloribus Rubro, Flavo, Cæruleo, & Purpureo, qui generantur per interpositionem inter lucidum & illustratum Prismatis diaphani, habentis bases oppositas triangulares, manifestum fiet.

Sit enim prisma (in figura secunda) ex vitro aliave materia pellucida, quæ sit aëre densior, cujus basis sit triangulum A B C. Sitque recta D E diameter disci solaris posita oblique ad rectam A B; radietque Sol per D A & E B C; producanturque rectæ D A, E C, utcunque in F & G. Quoniam jam recta D A propter densitatem vitri refringitur versus perpendicularem, fit linea refracta (ad punctum A) recta A H. Rursus, quia medium infra A C rarius est quam supra, fiet alia refractio eaque divergens a perpendiculari; sit ergo linea iterum refracta A I. Atque idem fiat ad punctum C, ut linea primum refracta sit C K, & iterum refracta C L. Cùm autem Refractionis in puncto A (quod punctum est in recta A B) causa, sit resistentiæ medii in A B excessus supra resistentiam aëris, necesse est ut fuerit reactio a puncto A versus punctum B, ideoque motus medii ad A intra triangulũ A B C turbabitur; id est, mixtus erit ex motu recto per A F & A H, & ex motu transverso inter easdem A F & A H, quem motum signavimus lineolis transversis in triangulo A F H. Rursus quoniam refractio fit ad punctum A rectæ A C, per rectam A I, turbabitur rursus motus medii propter reactionem transversam ab A versus C, quam reactionem similiter repræsentamus per transversas lineolas in triangulo A H I. Atque eadem ratione duplicem turbationem delineavimus in triangulis C G K & C K L. Cæterum, inter rectas A I, C G, lux non turbatur, propterea quod si quod factum est ad A & C, idem fieret in omni puncto rectarum A B & A C contingeret in omni loco planum trianguli C G K incidere in planum trianguli A F H, atque inde fieri ut omnia inter A & C essent similia. Præterea observandum est omnem reactionem factam ad A tendere in partem quæ est inter A & C illustratam, & proinde turbare lucem primam; contra autem reactionem in C tendere omnem, in partem extra triangulum sive extra Prisma A B C, ubi lux secunda est; & triangulum quidem A F H ostendere turbationem lucis quæ fit in ipso vitro, triangulum autem A H I turbationem lucis quæ fit infra vitrum. Similiter C G K turbationem lucis in vitro, & C K L infra vitrum. Diversi inde sunt motus, sive diversæ illustrationes, sive colores quatuor, quorum differentiæ manifestissime in prismate (cujus basis est triangulum æquilaterum) quando per ipsam trajecti Solis radii super chartam albam excipiuntur, sensui apparent. Sensui autem triangulum A F H apparet Rubrum; triangulum A H I Flavum; triangulum C G K Viride accedens aliquantum ad Cæruleum; triangulum denique C K L Purpureum apparet. Constat ergo ex luce debili, sed prima, qualis est dum transit diaphanum magis resistens, ut vitrum, incidentes radios transversos facere Ruborem; ex luce prima fortiore, qualis est in medio rariore infra rectam A C incidentes radios transversos facere Flavedinem; ex luce secunda fortiore, ut in triangulo C G K (quod proximum est luci primæ) à transversis radiis fieri Virorem; ex luce denique secunda imbecilliore, ut in triangulo C K L, fieri colorem purpureum.

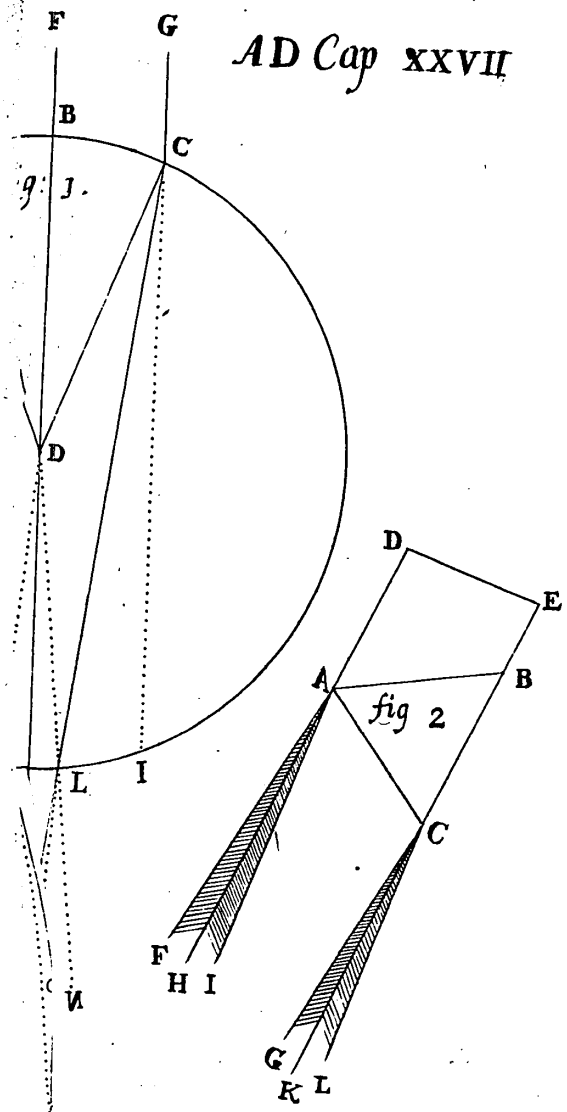
14. Per ea quæ modo ostensa sunt, causa explicari potest, quare Luna & Stellæ prope Horizontem conspectæ, tum rubriores, tum majores videntur quam in medio cœli. Inter oculum enim & Horizontem apparentem multò plus intercedit aëris impuri & corpusculis aqueis terreisque misti, quam inter eundem oculum & cœli medium. Visus autem fit per radios in conum dispositos cujus basis quidem discus lunaris, vertex autem in oculo est. Necesse ergo est ut plurimi radii à luna incidant in corpuscula ea quæ sunt extra conum visualem, & ab illis ad oculum reflectantur. At radii illi reflexi ad conum visualem transversim ten-

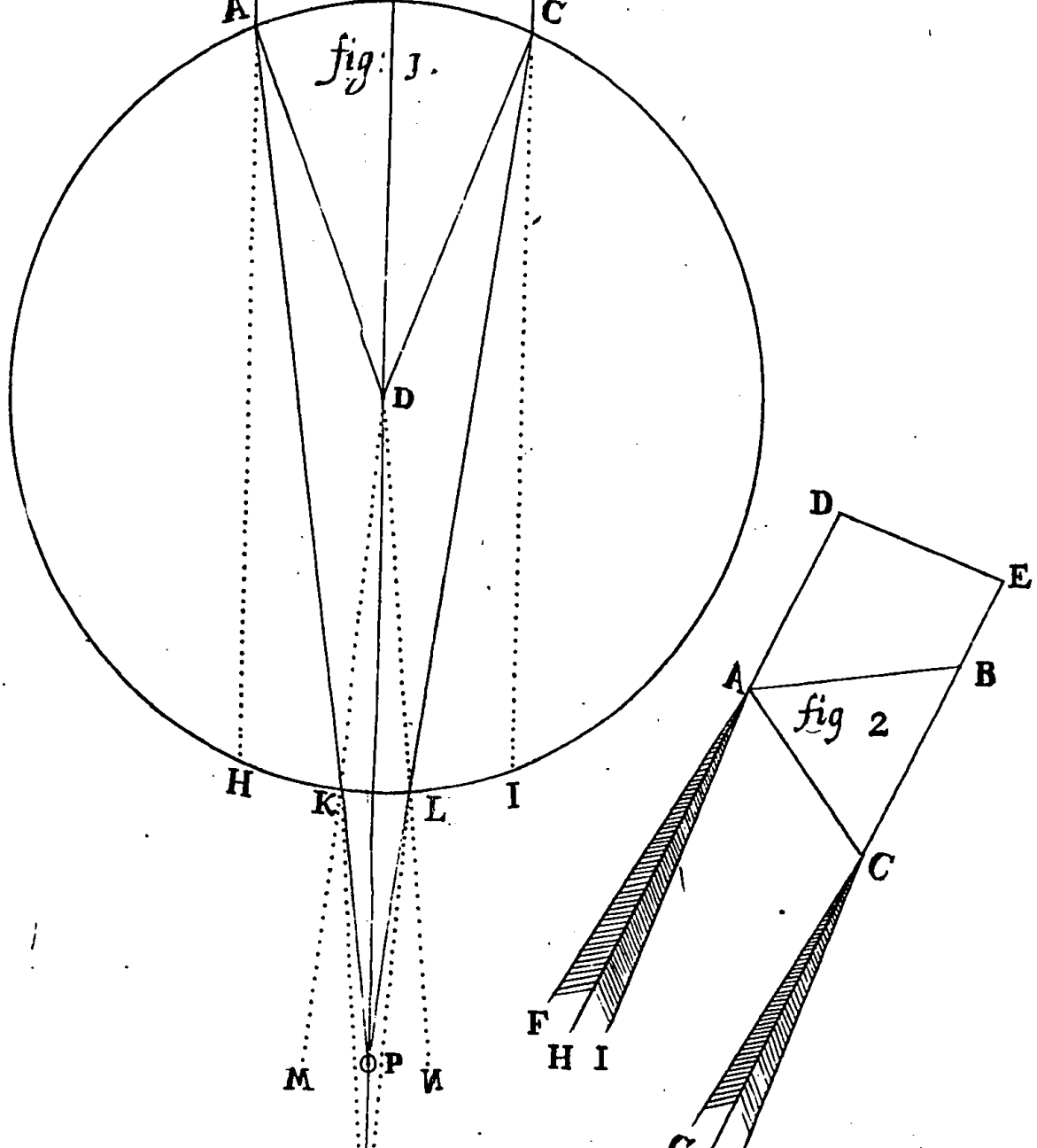
tendunt, & ad oculum faciunt angulum angulo conico majorem. Major ergo videtur luna in Horizonte quam in medio cœlo. Et quoniam radii reflexi transversim eunt, fit (per articulum præcedentem) Rubor. Ostensa ergo est causa possibilis quare luna, ut & stellæ, in Horizonte quam in medio cœlo, & rubicundiores apparent & majores.

Eadem causa esse potest cur sol in Horizonte quam in medio cœlo & major apparet, & colore à candore degenerante in Flavedinem. Eadem enim est reflexio ab interpositis corpusculis, idemque motus medii transversus, qui ante, sed lux solis multo fortior est quàm lunæ. Quare (per articulum præcedentem) necesse est ut candor ejus aliquantulum turbatus degeneret in Flavedinem.

Neque necesse est ad generationem horum quatuor colorum, ut vitri figura sit prisma. Nam corpus Sphæricum idem efficit, cum etiam in Sphæra radii solares bis refringantur, & bis reflectantur. Quod cum observâsset Cartesius, neque apparere Iridem nisi tunc cum actu pluit, item cadentes guttulas esse ferè Sphæricas, ex eo causam colorum in Iride explicavit; quam repetere non est necessarium.

15. Albedo quidem lux est, sed ex multorum simul lucidi radiorum ad oculum (intra exiguum spatium) reflexionibus conturbata. Siquidem enim vitrum vel quodlibet diaphanum in minutissimas partes per contusionem concussionemve redigatur, unaquæque illarum partium (si modo radios lucidi ab uno aliquo puncto ad oculum reflectat) faciet in vidente totius lucidi ideam sive imaginem, id est, Phantasma Albi; nam lux fortissima etiam candidissima est. Itaque & multæ tales partes multas imagines ejusdem facient. Quare si eædem partes confertissimæ sint, multæ illæ imagines apparebunt confusæ, unumque à confusa luce exhibebunt colorem album. Hinc ergo elici causa potest possibilis quare vitrum contusum, id est, redactum in pulverem, colorem album induit. Item quare aqua, & nix albæ sunt; sunt enim corporum diaphanorum minutissimorum congeries, nimirum bullulæ, ex quarum singularum superficiebus convexis singula per reflexionem fiunt lucidi totius phantasmata confusa, id est, albedo. Propter eandem causam sal & nitrum alba sunt. Consistunt enim ex bullulis aquam aeremq; continentibus, ut manifestum est in nitro, ex eo quod ignem cui imponitur violentissime sufflat; Idem autem facit & Sal, sed minore impetu.




A
C
fig: 1.
D
H
K
L
I
M
P
N
D
E
A
B
fig 2
C
F
H
I
G

impetu. Quod si Albũ ad lucẽ, non illã quidem diurnam candidamque, sed ad lucem ignis vel candelæ exponatur, utrum album an flavum sit non facile aspectu iudicabitur. Cujus rei causa esse potest, quod ignitorum lux, & flamma, inter albedinem & flavedinem ferè media est.

16. Ut Albedo lux, ita Nigredo lucis privatio est, sive tenebræ. Unde fit, primò ut foramina unde lux ad oculum reflecti non possunt, nigra appareant. Secundò, ut superficies è qua particulæ corporis erectæ emineant (adeo ut radii lucis ipsis incidentes, in ipsum corpus, non ad oculum reflectantur) nigra appareat; quemadmodum nigrescit mare à vento crispatum. Tertiò, ut materia combustibilis prius ab igne nigrescat quam lucescat. Ignis enim dum partes corporis injecti minutissimas conatur discutere, prius erigit quam discutit. Itaque si extinguatur ignis antequam fiat totalis partium dissipatio, carbo apparebit nigerrimus; erectis enim partibus, lucis radii incidentes non ad oculum, sed in ipsum carbonem reflectentur. Quartò, ut a speculis ardentibus facilius accendatur materia nigra, quam alba. In superficie enim alba partes extantes gibbosæ sunt, ut bullulæ; & propterea radii lucis in eas incidentes reflectuntur, ita ut a corpore reflectente undequaque recedant; sed in superficie nigra ubi extantes particulæ erectiores sunt, necesse est ut lucis radii in eas incidentes, in ipsum corpus reflectantur omnes; facilius ergo a radiis solaribus nigra quam alba accenduntur. Quintò, ut colores omnes qui fiunt ab albi & nigri mixtione oriantur a differentiis positionum particularum è superficie extantium, pro diversis asperitatis formis, a quibus fit ut ab aliis corporibus plures radii lucis, ab aliis pauciores ad oculum reflectantur. Sed cum differentiæ illæ innumerabiles sint, & corpuscula illa percipi oculis non possint, causas singulorum colorum præcisè determinare & explicare difficilius est quam ut earum explicationem aggredi audeam.

CAPUT

Caput XXVIII.

De Frigore, Vento, Duro, Glacie, Flexorum restitutione, Diaphano, Fulgure & Tonitru, Origine Fluviorum.

1. Cur modo calefacit, modo refrigerat ab eodem ore halitus. 2. Ventus & Ventorum inconstantia unde. 3. Cur Ventus ab Oriente ad Occidentem non magnus sed constans prope Æquatorem. 4. Aëris in nubibus inclusi effectus quis. 5. Durum ex molli nisi per motum non fit. 6. Causa frigoris circa Polos quæ. 7. Causa glaciei; cur mitiora frigora dum pluit quam dum serenat; cur non tam gelantur aquæ in profundis puteis quam prope terræ superficiem; cur glacies aqua levior est; & cur vinum quam aqua difficilius gelatur. 8. Causa duritiei altera à pleniore contactu atomorum; item quomodo durum frangitur. 9. Causa tertia duritiei à calore. 10. Causa quarta duritiei à motu atomorum in spatio angusto. 11. Dura quomodo emolliuntur. 12. Flexorum spontanea restitutio unde. 13. Diaphanum, & Opacum quid & unde. 14. Causa Fulguris & Tonitrus. 15. Unde fit ut nubes glaciatæ semel elevatæ post decidant. 16. Quomodo fieri potuit ut Luna Eclipsin pateretur, nec videretur tamen Soli diametraliter opposita. 17. Quomodo simul potuerint apparere plures soles. 18. Origo Fluviorum.

1. QUemadmodum ex eo quod Spiritus & Corporis nostri partes fluidæ à motu ambientis substantiæ æthereæ evocantur, agnoscimus Calorem; ita ex eorundem spirituum & humorum conatu ad interna sentimus Frigus. Frigerare ergo, facere est ut partes corporis externæ conentur ad interna, motu nempe contrario ejus qui fit in calefactione, ubi partes internæ evocantur ad externa. Itaque ad cognoscendam causam frigoris, invenire oportet quo motu, vel quibus motibus fieri potest,

test, ut partes corporis externæ conentur se recipere ad interiora. Initio ergo sumpto à Phænomenis maximè familiaribus, nemo fortè hæsit quod halitus oris cum violentia efflatus, id est, ore non nimis aperto emissus, manui objectam refrigerat, quodq; idem halitus ore hiante, id est, molliter emissus eandem calefacit. Cujus Phænomeni causa esse potest hujusmodi. Exeuns enim halitus duos habet motus, alterum totius directum, quo motu partes anteriores objectæ manus ante se, id est, ad interna adigit; alterum particularum habitus simplicem, quem capite præcedente art. 3. ostendimus esse calorificum. Prout ergo horum motuum alteruter prædominatur, ita sentitur modo Frigus modo Calor. Dum ergo hiante ore halitus molliter emittitur, prævalet motus ille simplex calorificus, & proinde sentitur calor. Sed quando ore compresso halitus efflatur, prævalet motus directus, itaque sentimus Frigus. Motus enim sive halitus, hinc aëris directus, ventus est; Ventus autem omnis aut frigefacit, aut calorem qui ante erat minuit.

2. Quoniam autem frigefacit ventus omnis non modo magnus, sed etiam ventilatio sive motitatio aëris fere quælibet, multorum circa frigus experimentorum non ante reddi ratio poterit, quam repertæ fuerint causæ Ventorum. Ventus autem aliud non est quam pulsi aëris motus rectus; qui tamen, si plures venti simul spirent, potest esse circularis, vel quomodocunque curvus, ut in Turbinibus. Inquirendæ ergo proximo loco sunt Ventorum causæ. Motus autem aëris, sive ventus, alius est multi simul aëris fluctus sive undatio, alius progressio recta.

Supposita pro quantulocunque tempore aëris serenitate simul & tranquillitate, corporibus tamen mundanis, ita ut ante dictum est, dispositis, necesse erit ut statim alicubi oriatur Ventus. Cum enim à motu partium aëris, quem motum Sol efficit motu simplice in Epicyclo proprio, maria & humida omnia particulas suorum corporum exhalent ex quibus fiunt Nubes, necessarium est ut totidem particulæ aëris, dum particulæ aqueæ sunt in transitu (propterea quod locus vacuus nullus datur) ad latera undiquaque digrediantur, urgeantque partes sibi proximas, & hæ rursus alias, donec tandem circutione facta, tantundem aëris accedat ad Terram à tergo, quantum aquæ ab ea abscessit à fronte. Movetur ergo aër initio facto ab ascendentibus vaporibus ad latera undequaque; sed aër motus est Ventus. Fit ergo Ventus. Quod si ventus ille surgentibus in aliis locis vaporibus rur-

rursus & sæpius occurrat, manifestum est & vim illius auctam, & viam sive plagam mutatam fore. Etiam, ut Terra motu suo diurno modo aridiorem modo humidiorem sui partem ad solem convertit, ita modo major modo minor vaporum copia elevabitur, id est, modo minor modo major factus erit Ventus, Ventorum ergo eorum qui ex vaporibus generantur simulque eorum inconstantiæ causam rediddimus possibilem.

Sequitur hinc nasci ventos illos in loco elevatiore non posse quam ad quem vapores possunt elevari; nec incredibile esse id quod de montibus altissimis narratur *Pico* Teneriffæ, & *Andibus* Peruviæ, nimirum quod Ventis hisce inconstantibus non turbentur; siquidem autem pro certo compertum esset nunquam in summis illorum montiũ cacuminibus visam fuisse neque pluviam neque nivem, dubitari non posset quin altiores sint illi montes, quam quo pertingere vapores solent.

3 Potest tamen illic sentiri Ventus, non ille quidem ab ascensu Vaporum ortus, sed alius minor & constantior similisque imi & perpetuo flatui folliculi spirans a plaga Orientali; idque propter causam duplicem. Quorum alter est motus Terræ diurnus, alter simplex in Epicyclo proprio. Nam montes hi propter altitudinem supra omnem aliam Terræ partem extantes, aerem propellunt motu utroque ab Occidente ad Orientem, diurno quidem aliquantulùm. Sed cum motum Terræ simplicem in Epicyclo proprio bis peragi supposuerimus eo tempore quo motus diurnus peragitur semel; & semidiametrum Epicycli esse semidiametri conversionis diurnæ duplam, erit motus cujuslibet puncti Terræ in Epicyclo suo, quadruplo velocior quam motus diurnus. Utroque ergo motu simul satis sensibiliter in aerem incurritur, sentietur ergo ventus. Nam motûs perceptio eadem est, sive aer in sentientem, sive sentiens in aerem impingat. At ventus hic quia non oritur ab ascensu vaporum necessario erit constantissimus.

4. Si elevatâ in aerem nube, nubes ascendat alia, pars ætherea inter utramq; nubem intercepta necessariò undiquaque exprimetur. Item quandò ambæ, altera ascendens, altera manens vel descendens ita conjunguntur, ut substantia ætherea undiquaque ab iis sit conclusa, etiam sic compressa, aquam pertransiens exibit. Interea verò particulæ duræ ætheri intermistæ, & motu (ut supposuimus) simplice agitatæ, per aquam nubis non transibunt, sed in cavitatibus nubium arctiùs comprimentur.

Et

Et hæc quidem demonstrata sunt, Cap. 22. Artic. 4. Præterea, quoniam Globus Telluris, ætheri à Solis motu pulso innatat, partes ætheris Telluri impingentes undiquaque per ipsius Telluris superficiem expandentur, ut Cap. 21. Art. 8. demonstratum est.

5. Durũ ex eo cognoscimus quod cum corporis alicujus partem quam tangimus ulterius volumus propellere, nisi toto simul propulso frustrà volumus. Aeris quidem vel aquæ particulam tactam vel percussam facile & sensibiliter protrudimus, partibus tamen cæteris (quoad sensum) immotis; lapidis partem non item. Definimus ergo durũ esse corpus illud cujus pars moveri sensibiliter nulla potest nisi moto toto. Quod ergo molle vel fluidum est, fieri durum ab alia causa non potest, nisi a motu tali ut partes plures motum partis unius cujuslibet, simul omnes ipsi resistentes impediant.

6. His præmissis, possibilem causam ostendemus quare frigus circa terræ polos, majus est quam à polis remotius. Aër, à versante inter Tropicos sole, ad Terræ superficiem sibi perpendiculariter subjectam propulsus, undequaque expanditur; & velociùs quidem quo superficies terræ arctior est, id est, ubi circuli Æquatori paralleli sunt minores. Motus ergo aeris se expandentis partes obvias versus polos semper ante se pellit, magis autem fortiter quo magis vis ejus unitur, id est, ubi circuli paralleli sunt minores, id est, tanto magis quanto ad polos terræ magis acceditur. In locis ergo propiùs ad polos majus nascitur frigus, quam in locis remotioribus.

In expansione autem aeris super terræ superficiem ab oriente ad occidentem, propter solis ad loca subjecta perpetuam accessionem, frigus quidem nascitur oriente & occidente sole; sed accedente semper sole ad loca frigefacta in situ magis magisque perpendiculari, à calore qui fit à motu Solis simplice circulari superveniente frigus illud rursus remittit, quod nisi à diuturna actione non fit magnum. Reddidimus ergo frigoris in locis prope polos, sive in magna Solis obliquitate causam possibilem.

7. Quomodo autem fieri potest ut aquæ à frigore congelascant, explicari potest hoc modo. Sit (in figura prima) A, sol; Terra B. Multo ergo major est A quam B. Sit autem E F in plano Æquinoctialis; cui parallelæ sint G H, I K, L C, sint denique C, D, Telluris Poli. Actio ergo aeris in Terram per

parallelas

parallelas illas efficiet, ut aer moveatur per superficiem terræ, eamque fortiter radat; tantoque magis, quanto parallelæ versus polos sunt minores. Fit ergo ventus qui aquas summas compellit, simulque aliquantum elevat, earum conatum ad centrum terræ impediens. A conatu autem ad centrum terræ, conjuncto cum conatu venti modo dicti, fit particularum aquæ summarum compressio, & conglobatio in grumos; unde summa aqua cutescit, durescitque. Eodem modo paulò post durescit aqua summæ proxima, donec fiat tandem glacies crassa. Quæ tamen propter compactionem ex grumis, etiam aeris particulas in se receptas continet non paucas.

Quemadmodum autem flumina & maria, ita quoque & nubes congelari possunt. Cum enim nubes alteræ ascendentes alteræ descendentes ætherem interceptum compressione efflant, utrasque nubes afflatus radit & paulatim compingit. Et siquidem guttulæ (ex quibus nubes componi solent) nondum coaluerint, tamen flatus idem efficietur, ab eoque flatu (ut aqua in glaciem, ita) vapores in nivem congelascent. Ab eadem causa est, quod fieri glacies arte potest, etiam prope ignem. Nam qui hoc faciunt, salem nive mistum in vas conjiciunt; in ea materia vasculum aquæ plenum, ferè sepeliunt. Colliquescentibus autem sale & nive (in quibus magna copia inest aeris) expressus aer vasculum aquæ undequaque (ut ventus) radit; & quo motu vasculum à flatu, eodem motu conclusa aqua ab actione vasculi paulatim congelatur.

Experimur autem frigora in iis locis remissiora semper esse (cæteris paribus) ubi pluit, vel tempus nubilum est, quàm ubi serenat. Et hoc quidem jam dictis consentaneum est. Quando enim serenum est, cursus venti, (quem radere superficiem terræ modò memoravimus) ut liberrimus, ita & fortissimus est. Sed cadentibus, surgentibusve aquæ guttulis ventus ille retunditur, frangitur, & dissipatur. Consentaneum autem est debiliorem factum flatum minus frigefacere.

Experimur item, in puteis profundioribus, quàm in superficie terræ aquam congelari minus. Flatus enim a quo fit glacies, retrahit (propter partium ejus laxitatem) aliquousque subingrediens virium suarum jacturam facit non magnam, itaque in puteo non profundo aqua gelascit, cùm in profundo puteo, quo vura illa frigefica penetrare non possit, non gelascit.

Experimur præterea glaciem aqua levicrem esse. Cujus causa ex

ex eo patet quod suprà ostensum est, congelascenti aquæ, particulas aëris in ipsa congelatione intermistas esse.

Postremò vinum quam aqua difficilius congelascit, quia in vino particulæ quæ fluidæ non sunt movetur velocissimè; unde primo tardatur incrustatio, propter illarum motum, quem si frigus vicerit gelascit vinum, primo exteriùs, postremo interius; signum hujus rei est, Vinum quod in medio relinquitur non gelatum fortissimum fieri.

8 Vidimus modum unum efficiendi durum, nempe per congelationem. Alius autem est hujusmodi. Cum substantiæ æthereæ innumeras atomos alias aliis duriores, suosque sibi habétes motus simplices, intermistas esse jam ante supposuerimus; Necesse inde est ut propter totius ætheris fermentationé, de qua dictũ est, Cap. 21, aliæ in alias incidentes, & prout eorum motus & contactus mutuus postulant, una ad aliam applicatæ, inter se cohæreant; & (quoniam non datur vacuum) ut divelli nisi tanta vi quanta ad earum duritiem superandam opus est, non possint.

Gradus autem duritiei innumerabiles sunt; etenim aliquis aquæ inest; id quod ex eo manifestum est, quod super planum existens huc, illuc, digitum sequens trahitur quo volumus. Gradus adhuc in liquoribus lentis, major est. At illi cùm effunduntur descendentes, in unum quasi filamentum se disponunt, & illud filamentum ante quàm rumpitur diminuta paulatim crassitudine, extenuatur, ita, ut diruptio in puncto solum fieri videatur, & partes separantur à se invicem, primò quidem exteriores in circuitu, pòst autem successivè interiores. Post illa gradum duritiei majorem adhuc habet cera; hanc etiam quando partem ejus à parte divellere volumus, priùs extenuamus totam quam partes dirimimus. Quanto autem durius est quod rumpendum est, tanto vis major est adhibenda. Procedendo ergo ad duriora ut Funes, Ligna, metalla, lapides, idem (etsi non semper sensibiliter) necessario tamen contingere suadet ratiocinatio. Eodem ergo modo rumpuntur etiam durissima, nimirum solutione continui facta primo in ambitu superficiei extimæ, & deinde in partibus interioribus successivé. Similiter si corporum partes non divulsione sed diffractione dirimendæ sint, necesse est partes priùs dissilire quæ sunt ad superficiem convexam flexi corporis quam ad superficiem concavam. Nam in omni flexione, est in superficie convexa partium conatus ad discessionem; at in superficie concava, ad mutuam penetrationem.

His intellectis reddi ratio potest, quare duo corpora quæ secundum superficiem communem se mutuo contingunt, possint tamen vi adhibita, etiam nullo dato vacuo dissilire. Quod Lucretio non videbatur ita esse, cum ab ea dissilitione videtur sibi vacuum stabilivisse. Nam si columna marmorea ab altera base pendens exhibeatur, ea si satis longa sit, sui ipsius pondere diffringetur. Non tamen dari vacuum necessariò inde sequitur, quando ab ambitu ad meditullium solutio continuitatis fieri potest successive.

9. Duritiei in rebus aliquibus alia causa esse potest hujusmodi. Nam si corpus molle ex multis particulis duris sit concretũ, quæ tamen particulæ laxius antè inter se cohærebant, intermistis scilicet multis particulis fluidis; partes fluidæ, ut ostensum est, Cap. 21. Art. ultimo, evocabuntur. Quare illæ particulæ duræ alteræ ad alteras secundum majores superficies sese applicabunt, & proinde arctiùs inter se cohærebunt; id est, fiet totum durius.

10. Rursus in quibusdam rebus oriri duritiei gradus aliquis etiam hoc modo potest. Quando humori alicui interspersa sunt corpuscula quædam minima eademque mota motu proprio simplice; unde & partes ipsius humoris motu moventur simili, idque in spatio arcto fiat (ut in Globi vel arctissimi tubuli cavo) sitq; motus vehementissimus, & corpuscula inclusa satis multa, duo contingent; alterum ut liquidũ inclusum conatum concipiat, versus omnes simul partes sese dilatandi; Alterum ut negato excursu, propter motus reflexionem, ut motus partium liquidi inclusi fortis antè, multo nunc sit fortior. Quare si ab aliquo motore externo, una aliqua ejus fluidi particula tangi & premi posset, ea particula cedere non posset, nisi vis adhiberetur satis sensibilis. Gradum ergo habet inclusum & sic commotum fluidum duritiei aliquem. Major autem minorve gradus duritiei à copia & velocitate corpusculorum & ab angustia loci dependet conjunctim.

11. Quæ à calore subito indurescunt ut cocta, in formam priorem emollescunt plerumque à maceratione. Cocta enim pleraque per evaporationem indurantur; restituto ergo eodem humore restituitur etiam natura pristina. Quæ frigore congelata sunt, mutata in contrariam plagam aura quâ concreverant regelantur; (nisi fortè tam longo tempore induruerint, ut motûs sive conatûs novi habitum acquisiverint) neque satis est ad regelationem, ut gelans aura cesset (nam sublatio causæ effectum non destruit.) sed causam oportet fuisse regelationis propriam nempe auram contrariam vel saltem aliquatenus oppositam; id quod etiam fieri experimur. Nam si glacies in locum bene clausũ inferatur, ubi motus aeris minimè penetrare possit, frigus ibi minus sentietur, glacies tamen conservabitur.

12. Durorum alia manifestè flecti possunt, alia non item; sed in primo flexionis momento statim diffringuntur. Et eorum quæ manifestè flecti possunt, alia quidem flexa rursus sibi permissa statim se restituunt, alia manent flexa. Quæritur ergo restitutionis causa, quam dico esse posse hujusmodi. Nempe quia particulæ corporis flexi, moventur etiam tunc cum tenetur flexum, motu suo (amota vi flectente) flexum restituent. Perspicuum enim est, si quid flectatur, ut Chalybea lamina, eademque, amota vi flectente, subitò se restituat, causam restitutionis ad ambientem aërem referri non posse. Perspicuum queq; est, restitutionis causam non esse, quod vis flectens sit amota. Nam in iis quæ quiescunt, remotio impedimenti, futuri motûs sufficiens causa non est. Causa enim motus alia non est præter motum. Causa ergo restitutionis est in partibus, ex quibus ipsa lamina constituitur.

Dum ergo flexa manet lamina, motus tamen in partibus ejus inest aliquis, quanquam invisibilis, id est, conatus saltem, & ea quidem via qua ipsa lamina est restituenda. Conatus ergo hic partium simul omnium est restitutionis principium. Remoto ergo impedimento, id est, vi qua flexa tenebatur, restituetur. Motus autem partium quo hoc fit, ille est quem supposuimus simplicem esse, sive in se redeuntem. Quando ergo in flectione laminæ capita ejus adducuntur, fit ex una quidem parte compressio particularum mutua; qui conatus est conatui contrarius; ex altera parte fit particularum divulsio. Conatus ergo particularum ab una parte tendit ad laminæ restitutionem à medio versus capita, cujus effectus est ut ex altera parte particulæ conentur a Capitibus ad medium; is igitur conatus (cum sit restitutionis perfectæ principium) remoto impedimento laminam restituet. Causa ergo explicata est possibilis quare flexa quædam se restituunt, quæ erat explicanda.

Lapides autem cùm ex multis durissimis particulis sub terram fiant per accretionem; quæ particulæ minùs arctè, id est, secundum minores superficies, inter se cohærent, & proinde admittunt particulas aeris, necesse est dum flectuntur, ut difficiliùs internè comprimantur ob duritiem. Et quoniam laxiùs inter se eo-

cohærent (luxatis externè particulis duris) partes aëreæ necessario erumpunt, unde totum subito diffringitur.

13. *Diaphana* appellantur ea corpora, in quæ cum agunt radii corporis lucidi, actio singulorum radiorum ita per ea propagatur, ut eundem servent inter se ordinem, vel ejus inversum. Ideoque necesse est, ut corpora perfectè diaphana sint etiam perfectè Homogenea. Contra *Opacum* est in quod radii incidentes, propter naturam Hetrogeneam, innumeris reflexionibus, refractionibusque, in particulis diversimodè figuratis, inequaliter ve duris, prius quàm ad oculum pertingant debilitantur.

Diaphana autem alia quidem a natura ab initio facta sunt, ut substantia ætherea. & aquea, & fortasse ea etiam quæ invenitur in lapidibus, nisi & ea sit aqua à longo tempore congelata. Alia verò à vi caloris Homogenea congregantis. Sed quæ sic fiunt Diaphana, id antè erant secundum partes.

14. Quomodo à motu Solis elevantur è Mari, & locis humidis particulæ aqueæ unde fiunt Nubes explicatum est, Cap. 21 Item nubes quomodo glaciantur dictum, est supra art. 7. Jam ex eo quod ex occursu ascendentium descendentiumq; nubium concludi & coarctari paulatim possunt partes aëris tanquam in cavernis, derivari potest causa possibilis Tonitrûs & Fulguris. Cùm enim in aëre sint duæ partes; altera ætherea quæ motum sibi proprium nullum habet, ut pote res usque ad minima divisibilis; altera dura, nimirum multæ atomi duræ, singulæque in aëre, suo ac velocissimo gaudentes motu simplice; dum nubes magis magisque cavernas interceptas congredientes angustiores reddunt, partes æthereæ per ipsam substantiam nubis aqueam transfugiunt, partes autem duræ tanto magis comprimuntur; alteræque in alteras impingunt; proinde etiam propter uniuscujusque particulæ vehementem motum conantur à se invicem resilire.

Quando igitur compressio satis magna est, & nubium partes concavæ (ea de causa quam supra explicavimus) in glaciem sunt concretæ, necesse est ut rumpatur nubes; Fit ergo à fracta glacie fragor primus. Deinde erumpente aere qui inclusus erat, fit concussio etiã aeris liberi, hinc fremitus ille & murmur aeris qui fragorem sequitur: sed ex fragore primo, & sequente mumure fit sonus qui vocatur Tronitru. Ex eodem autem aere è nube erumpente, aeremq; reliquum usq; ad oculum concutiente fit illa actio in oculum qua sentimus lucem eam quam vocamus Fulgur. Causas ergo Tonitrûs & Fulguris reddidimus possibiles.

13. Ac

15. At si vapores in nubes elevati coaluerint in aquam continuam, vel compactæ in glaciem fuerint, unde est quod graves cum sint tam glacies quam aqua, ut tam diu possint ab aere sustineri? Vel potiùs elevatæ cum sint, quam ob causam rursus recidunt? Dubium enim esse non potest quin vis ea quæ aquam potuit attollere, eandem etiam sustinere potuit. Cur ergo sublata recidit? Dico ergo ab eodem oriri motu Solis simplice tum quod attolluntur vapores, tum quod aquæ in nubes coalitæ dejiciuntur.

Ostensum enim est Cap. 21. art. 11. quomodo vapores elevantur. Sed & ostensũ est, Cap eodẽ. art. 5. quomodo ab eodẽ motu congregantur Homogenea, & Heterogenea disperguntur, hoc est, quomodo quæ ad naturam Telluris accedunt ad Terram pelluntur, hoc est quæ sit causa descensus gravium. Quando ergo Solis actio in elevandis vaporibus impeditur, in iisdem dejiciendis non impeditur, descendet aqua. Sed actio Solis in Terrenis ad Terram dejiciendis à nube impediri non potest, in elevandis vaporibus potest. Nam spissæ nubis pars inferior à parte superiore ita tegitur ut recipere eam actionem Solis non potest qua vapores elevantur; propterea quod causa vaporum elevandorũ est perpetua aëris fermentatio, sive partium minutissimarum aliarum ab aliis diremptio, quæ multo debilior est interposita nube spissa, quam quando Cœlum serenum est. Itaque quando nubes satis densa facta est, aquæ (nisi à vento agitentur) recident, priùs non recident. Causam ergo attulimus possibilem quare nubes & in aere sustineri & rursus in Terram recidere possunt, possibilem. Quod erat propositum.

16. Concesso quod nubes glaciari possunt, mirandum non est si visa aliquando fuerit Luna eo tempore Eclipsin passa quo Sol apparuit in Horizonte, Luna autem supra Horizontem duobus ferè gradibus; talis enim Eclipsis Lunæ, observata est à Mœstlino, Tubingæ anno 1590. Potest enim esse ut inter Solem & Observatoris oculum interposita fuerit nubes glaciata; quod si factum est, erat Sol quando in Horizonte videbatur, duobus fere gradibus inferior, propter radios Solares per glaciem transeuntes. Notandum autem est quod qui hujusmodi refractionem Atmosphæræ attribuunt, non tamen attribuunt tam grandem; oportuit igitur refractionis illius causam fuisse non Atmosphæram, sed aquam continuam vel glaciem.

 17. Rur-

17. Rursus concessa (in sublimi) Glacie, minimè mirandum est, si plures aliquando soles visi fuerint. Disponi enim specula ita possunt ut pluribus locis idem appareat objectum per reflectiones. Totidem autem nubes glaciatæ nonne speculorum officia præstare poterunt? aut in eam rem apte disponi non poterunt? Præterea augeri apparitionum numerus à refractionibus possunt. Itaque si nunquam contingerent talia Phænomena, mihi id magis mirabile videretur.

Credorem sanè eodem modo fieri Cometas; nimirum ab elicitis non modo è terra, sed etiam è Planetis cæteris vaporibus & postea in unum corpus continuum congelatis, nisi unum obstaret stellæ novæ in Cassiopea visæ Phænomenon. Nam caudæ comæve rationes probe explicare possem, & præterea motuum. Sed cum illa stella per sedecim totos menses in eodem loco inter fixas constanter perduraverit, materiam ejus glaciem fuisse credere non possum. Disquisitionem ergo de causa Cometarum intactam posteris relinquo. Nam quod de illis (præter historias nudas) hactenus scriptum extat, consideratione dignum non est.

18. Fluviorum origines ab aqua pluviali vel liquescentibus nivibus facillimè, aliunde vel difficillimè vel non omnino deduci possunt. Decurrunt enim per declivia montium aquæ pluviæ & colliquatæ nives; quæ si per extimâ superficiē montis deferantur, ipsi imbres vel nives pro fonte censebuntur. Sin terram subeuntes descendant tectæ, tunc ubi primùm erumpunt, ibi fontes sunt; ex quibus rivuli, ex rivulis confluentibus fiunt fluvii. Fons autem qui magis vel æque à centro Terræ remotus est ac fuit aqua quæ ad ipsum fluxerit, repertus nusquam est. Nam quod magni nominis Philosophus quidam objecit, in monte Cenisio summo (qui mons Sabaudiam à Pedemontio disterminat) nascatur fluvius qui per Susam decurrit, non est verum, nam fluvio illi utrinque astant montes magni, idque per duo millia passuum, qui montes nivibus perpetuo fere tecti sunt, unde decurrentes rivuli innumerabiles, fluvio aquas, manifestè, & pro magnitudine ejus abundè præbent.

A-

Caput XXIX.

De Sono, Odore, Sapore, & Tactili.

1. *Soni definitio, & Sonorum distinctiones.* 2. *Graduum in sonis Causa.* 3. *Sonorum Gravis & Acuti differentia.* 4. *Soni Clari, & Rauci differentia unde.* 5. *Sonus à Tonitru & à Bombarda, unde.* 6. *Unde tibiis inflatis sonus clarus.* 7. *Sonus Reflexus.* 8. *Sonus æquabilis & diuturnus unde.* 9. *Quomodo sonus juvari & impediri à vento potest.* 10. *Non solus aër, sed quantumlibet dura Corpora sonum deferunt.* 11. *Gravis & Acuti, & Concentûs Causa.* 12. *Phænomena ad Olfactionem.* 13. *Organum Olfactionis primum, & Olfactionis generatio.* 14. *Quomodo à Calore, & à Vento adjuvatur.* 15. *Cur corpora minimè odorata sunt, quæ minimum habent intermisti ætheris.* 16. *Quare odorata contrita magis olent.* 17. *Organum Gustandi. Et cur sapores quidam nauseam faciunt.* 18. *Tactûs Organum primum, & quomodo cognoscuntur objecta tactui cum cæteris sensibus communia.*

1. Sonus est Sensio generata à Medii moti in aurem reliquumque audiendi Sensorium actione. Motus autem Medii, ipse sonus non est, sed causa ejus; nam Phantasma, id est, reactio Sensorii, propriè dicendus Sonus est.

Sonorum distinctiones præcipuæ sunt hæ. Prima, quòd alius fortior est, alius debilior. Secunda, quòd alius gravior, alius acutior. Tertia, quòd alius *clarus*, alius *raucus* est. Quarta, quòd alius Primus, alius Derivatus est. Quinta, quod alius æquabilis, alius non æquabilis. Sexta, quod alius multùm, alius parùm perseverat. Quarum omnium distinctionum membra subdistingui in rursus distinguibilia possunt ferè in infinitum. Quippe quod Varietas Sonorum non videtur multo minor esse quàm Colorum.

Sicut Visio, ita & Auditio à motu generatur Medii, sed dissimiliter. Visio enim à Pressione est, id est, à conatu, in quo conatu

conatu non fit partis medii ullius progressio perceptibilis; sed pars alia aliam urgens sive trudens actionem tandem ad quamlibet distantiam successivè propagat. At medii motus ex quo creatur sonus, percussio est; Auris enim Tympanum quod Organum audiendi primum est in auditione percutitur. Concusso Tympano concutitur etiam Meninx tenera, & in ipsam insertæ Arteriæ, & sic propagata actione ad ipsum Cor, à reactione cordis fit phantasma, quem sonum dicimus & (propterea quod reactio extrorsum tendit) putamus esse extra.

2. Quoniam autem non modo motus motu majorem producit effectum, magis velox minùs veloci, sed etiam eadem velocitate majus corpus, minore corpore, utroque modo major efficietur Sonus. Et quia neque in magnitudine, neque in velocitate datur minimum, aut maximum, fieri potest tum ut motus ita exiguus sit, vel tam exigui corporis ut nullum efficiat sonum, tum ut ita magnus sit, ut sensorium lædens sentiendi facultatem tollat.

Apparent inde circa sonorum fortitudinem & debilitatem causæ possibiles Phænomenõn sequentium. Quorum primum est, Quod siquis per tubum loquatur, cujus una extremitas ori suo, altera audientis auri applicetur, fortior accedet sonus quam per apertum aërem. Cujus causa non modo possibilis, sed etiam certa & manifesta est, quòd aër ab efflato halitu primo commotus, & per tubum delatus non diffunditur, ut in aperto aëre, & per consequens ad aurem appellit eadem ferè velocitate qua exspirabatur. At in aëre aperto aliter fit, ubi motus primus diffunditur in orbes, eo modo quo videmus fieri in stagnante aqua, cui injectus sit lapis. Itaque velocitas, procedente undulatione, eo minor semper fit quo longiùs proceditur à motus principio.

Secundum est, Quod siquis tubo utatur breviore, sed cujus os loquenti obversum magis pateat, quàm quod ad aurem applicatur, sic etiam receptus sonus fortior erit quam per aërem apertum. Et causa eadem est, nempe quod tanto minùs diffunditur, quanto tubi os patulum à soni origine minùs abest.

Tertium est, Quod facilius est stanti intùs in cubiculo ea exaudire quæ dicuntur foris, quam foris stanti, ea quæ intùs; sunt enim fenestræ, vel alii quilibet moti aëris aditus, pro tubi ore patulo. Et videri potest etiam ab ea causa auditui quorundam animalium non mediocriter prodesse, quòd à natura patulis & capacibus auribus donata sint.

Quar-

Quartum est, Quod in litore maris existenti collisio duorum fluctuum ne è proximo quidem exaudiri potest, cùm tamen totius maris sentitur ingens fremitus. Causa cujus rei videtur esse, quod collisiones singulæ (etsi sensorium moveant) non sunt tamen satis magnæ ad faciendam sensionem, quin autem cunctæ simul faciant sonum nihil impedit.

3. Quod corporum percussorum aliud Graviorem, aliud Acutiorem Sonum efficit, in causa esse potest differentia temporum, in quibus temporibus partes percussæ, locisque suis pulsæ, ad eadem loca rursus redeunt. Nam partium motarum in corporibus aliis quidem cita, in aliis tarda est restitutio. Unde et etiam fit, ut partes organi à medio motæ modo citiùs, modo tardius conquiescant. Quanto autem frequentiores sunt percussiones sive itus & reditus partium, tanto (tempore eodem) sonus totus ab unico pulsu genitus, ex pluribus & proinde minutioribus constat partibus. Quod enim in sono Acutum, id in Materia subtile est; utpote quæ ambo, Sonus acutus inquam, & materia subtilis ex partibus minutissimis, hic temporis, illa materiæ constituuntur.

Sonorum distinctio tertia, neque nominibus quibus usus sum *Clari* & *Rauci*, neque ullis quod sciam aliis satis clarè intelligi potest; itaque exemplis opus est. Quum *Raucum* dico, sibilum intelligo, susurrum, stridorem, & quæ sunt, quocunque nomine, horum similia. Videntur autem hujusmodi soni facti à vi venti alicujus robustioris, opposita corpora duriora radentis potius quam percutientis. Contrà autem cùm *Clarum* dico, non intelligo sonum facilè & distinctè audibilem, nam & sibili sic clari sunt, sed talem, qualis est fragor, clamor, tinnitus, clangor, & (fortasse uno verbo satis significanter) strepitus. Et quoniam sonus non fit nisi ex duorum ad minimum corporum concursu, in quo concursu necesse est, ut & actio fiat & reactio, id est, motus motui contrarius, fieri non potest quin pro diversa proportione inter illos duos motus contrarios alius atque alius oriatur sonus, & siquidem proportio illa tam magna sit, ut motus corporis unius ad motum alterius comparatus sit insensibilis, non erit eadem soni species; Ut quando ventus fortis, incidit obliquissime in corpus durum, vel corpus durum velociter fertur per aërem. Tunc enim fit σύριγμος, sive sonus ille quem vocavi *Raucum*.

Spiritus ergo ex ore cum violentia efflatus sibilum facit, quia super-

superficiem labrorum exiens radit, quorum reactio contra vim halitus non est sensibilis. Eadem autem causa est quare sibilant venti. Item si duo corpora quantumvis dura cum pressione mediocri confricentur, sonus quem faciunt sibilus est; sibilus autem quando fit ab aere radente, ut diximus, corporis alicujus duri superficiem, non videtur aliud esse quam aeris in exiles & innumeras partes secundum longitudinem dissectio. Asperitas enim superficiei per innumerarum partium eminentias aerem incurrentem dissecat sive discindit.

4. *Strepitus* autem, sive Sonus quem vocavi *Clarum*, fit uno modo ex oppositis sibilis, altero modo quando duorum corporum collisione aut divulsione subita, particulæ eorum subito commoventur, vel commotæ subitò se restituunt; motusque is particularum Medio impressus ad audiendi organum usque propagatus est. Cúmque in ea collisione vel divulsione conatus inest in particulis unius corporis, conatui qui est in particulis alterius contrarius, fiet etiam similis conatuum (id est, motuum) oppositio in organo audiendi. Unde & sonus inde genitus à duobus fiet motibus oppositis, id est, à duobus sibilis contrariis in una & eadem parte organi. Sibilus enim, ut modo diximus, motum unius tantum corporis supponit sensibilem. Est autem ab hoc motuum in Organo occursu quod corpora subito collisa, vel diffracta videntur *strepere*.

5. Quibus concessis, Fragoris à Tonitru causa esse potest (siquidem Tonitrus non fit nisi à vehemente aeris è congelatarum nubium cavernis eruptione) ipsius glaciei subita diffractio. Necesse enim est in ea actione non modo ut particulæ minutæ diffractarum partium longè latéque concutiantur, sed etiam ut concussio illa aeri communicata ad organum audiendi deferatur, atque in ipsum imprimatur. Deinde à reactione organi prima fit ille sonus primus & fortissimus, quem partes dum se restituunt, efficiunt per collisionem, & qui vocatur Fragor. Quoniam autem in omni concussione fit reciprocatio ituum & redituum partium concussarum (nam motus contrarii extinguere se mutuò, nisi interveniente tempore non possunt, ut ostensum est, cap.8.artic.11.) necesse est, ut sonus perseveret simul & paulatim debilitetur, donec actio reciprocantis aeris tam debilis fiat ut non amplius sentiatur. Patet ergo Soni à Tonitru, tum primi illius fragoris tum ejus qui sequitur fremitus causa possibilis.

Soni à Tonitru causæ, causa similis esse potest soni ab explosa Bombarda. Nam incensus pulvis pyrius dum conatur exire, Bombardæ materiam ad latera undiquaque urget, atque ita urget, ut ambitus quidem ejus ubicunque sumptus inde major fiat, axis autem minor. Ex quo fit ut in ipsa explosione major & brevior fiat Bombardæ canon. Quare etiam postquam explosa est statim magnitudo ejus minor fit, longitudo augetur, nimirum particulis materiæ ex qua Bombarda conflata est, ab omni simul parte canonis, sese restituentibus, & quidem motibus partium sibi invicem oppositissimis, & vehementissimis. Is vero motus aeri communicatus imprimitur in organum, & à reagente organo creatur sonus, qui propter causas modo in hoc articulo dictas, aliquamdiu durat.

Notabo obiter (& præter hujus loci officium) causam quare Bombardæ explosæ resiliunt, possibilem esse hanc, quod cum in explosione à vi ignis tumefacta, se pòst restituit, nascitur conatus undiquaque versus cavitatem, & proinde etiam in partibus circa fundum. Fundus autem cavus non est, sed solidus. Ex quo fit ut restitutionis effectus ad ipsum fundum impeditus divertitur in longitudinem, unde & fundus, & ipsa Bombarda retro pellitur, tantoque magis quanto canonis pars fundo propinqua majore vi restituitur, id est, quanto pars ea minus est crassa. Causa ergo quare Bombardæ, aliæ magis, aliæ minus resiliunt, est diversitas crassitiei canonis prope fundum, nimirum ubi crassities illa major est, ibi resilitio est minor, & contra.

6. Causa item quare sonus tibiarum, etsi ab inflatione generetur, clarus tamen est, eadem est cum causa soni qui fit per collisionem. Nam si spiritus in tibiam inflatus superficiem ejus concavam tantummodo radat, vel in eam incidens faciat angulum incidentiæ valde acutum, sonus fiet non clarus, sed sibilus. Quod si faciat angulum majorem, fiet percussio contra fistulæ concavum ad unam partem, & inde repercussio ad partem adversam, & deinde repercussiones plures eodem modo donec tandem tota tibiæ superficies & percutietur & concutietur, fiet que ituum & redituum reciprocatio ut in collisione, quæ reciprocatio cum ad organum propagabitur, à reactione organi orietur sonus clarus, sicut in collisione vel diffractione.

Ad eundem modum fit in voce humana. Nam spiritu liber è emisso, & cavitates per quas transmittitur leviter stringente, fit sonus raucus. Sin spiritus in laryngem fortiter impingat, fit sonus clarus, ut in tibia; idem autem spiritus à vario appulsu ad

ad palatum, linguam, labra, dentes, aliaque loquendi organa, variè in voces articulatur.

7. Sonum, qui generatur per motum à Sonante in linea recta, non reflexa, appello *Primarium*; illum verò qui generatur per reflexionem, sive per unam sive per plures, *Reflexum*, eundem qui & *Echo* nominatur, & toties iteratur quot ad aurem fiunt reflectiones. Fiunt autem Reflectiones propter montes, muros, aliaque corpora resistentia ita collocata ut motum reflectant pro numero magis vel minus sæpe, & pro intervallis magis minusve confertim. Causa utriusque rei in situ reflectentium quærenda est, quemadmodum etiam fieri solet in visione. Eædem enim utrobique sunt reflectionum leges; nimirum ut anguli Incidentiæ & Reflectionis sint inter se æquales.

Itaque si in Sphæroide cava ex materia solida & interne polita, vel in duabus conoidibus Parabolicis rectis, conjunctisque ad basem communem, ad unum Umbilicorum statuatur *Sonans*, ad alterum Auris, Sonus audietur, multis gradibus major quam in loco aperto; idque ob causam eandem propter quam in iisdem locis res combustibiles à Radiis Solaribus comburuntur. Sed ut Objectum Visibile in uno Umbilico positum, non videtur in altero distinctè, propterea quod in omni linea quæ à concava superficie ad oculum reflectitur videtur omnis pars Objecti, unde oritur Visio confusa; sic neque Sonus, qui per easdem defertur lineas reflexas articulatim aut distinctè audietur. Atque inde fieri potest ut vox quæ in cameratis templis è cathedra profertur, etsi cameratio neque Elliptica neque Parabolica sit, tamen quia à tali figura non longe abest, non tam articulatim, quam absque cameratione sentietur.

8. Circa Sonorum æquabilitatem, & durationem quarum causa communis est, Observare possumus, quod corpora illa quæ percussa sonum inæquabilem seu asperum reddunt sunt valde Heterogenea, id est, ex particulis constantia tum figura, tum duritie dissimilibus; qualia sunt ligna, saxa, aliaque non pauca. Itaque quando sunt percussa, eorum particulæ internè concutiuntur quidem & rursus se restituunt; motum autem non similiter recipiunt; neque in se invicem eodem modo agunt. Sed dum aliæ ab ictu resiliunt, aliæ quæ jam antè resiluerant, redeunt, & proindè se mutuo aliæ alias aliter sistunt. Contingit hinc non modo ut motus fiat inæquabilis, sive asper, sed etiam ut reciprocatio illa itionum & reditionum citò extinguatur. Quando ergo motu

motus iste ad aurem propagatur, sonus etiam inde generatus & brevis erit, & inæquabilis. Contrà, si corpus percussum non modo satis durum sit, sed etiam particulæ ex quibus constat tum duritie, tum figurâ, inter se sint similes, ut fit in vitro & metallis quæ post liquefactionem induruêre, sonus fiet, propter itiones & reditiones similes, & uniformes, æquabilis & amœnus; idemque pro magnitudine corporis percussi magis minusve diuturnus. Quare soni æquabilis & asperi, brevis & diutini causa possibilis una eademque esse potest, corporis sonum reddentis partium internarum tum quoad figuram tum quoad duritiem similitudo & dissimilitudo.

Præterea, si fuerint duo corpora plana ex eadem materia æque crassa, sonum reddentia æquabilem, diutius audietur sonus ejus quod in majorem extenditur longitudinem. Motus enim qui in utroque incipit à puncto percussionis per majus spatium in majore corpore propagandus est, & per consequens, in majore tempore. Itaque in majore tempore partes motæ rursus redeunt. Quare itiones & reditiones singulæ in majore tempore absolvuntur, & delatæ ad aures sonum efficiunt diuturniorem. Manifestum atem hinc est, æquabiliter sonantium, diutiùs sonare, cæteris paribus, corpora dura in orbem concavum conflata, quam in planum; Nam in lineis circularibus actio à quolibet puncto incipiens nullum habet propagationis finem à figura præstitutum, quia linea in qua propagatur redit rursus ad principium, ita ut per figuram non stet quin motus progressio fiat infinita. At in plano progredi actio longius non potest quam est lineæ rectæ finita magnitudo. Existente ergo corporis percussi eâdem materia, motus partium orbis cavi diuturnior erit quam partium plani.

Item si chorda tensa ab utroque termino corpore cavo affixa sit, & percussa, diutius sonabit quàm non affixa. Propterea quod tremor sive reciprocatio illa percussæ chordæ mediante connexione etiam ipsi cavo corpori communicatur. Is autem tremor corpori cavo & magno impressus, diutius durabit proprer magnitudinem; quare (per modo ostensa) diutius sonabit.

9. Contingit autem in Auditu, aliter quam in Visu ut actio Medii à Vento secundo quidem fortior, ab adverso debilior fiat. Cujus rei causa non videtur aliunde esse posse, quam à Soni & Luminis diversa generatione. Nam in generatione Luminis singulæ partes Medii ab objecto ad oculum, non moventur è locis suis ad loca alia sensibiliter dissita, sed propagatur actio in spatiis

tiis imperceptibilibus; ita ut neque Ventus adversus minuere, neq; secundus augere Lumen possit, nisi ipsum objectum unà auferat, vel unà admoveat oculo. Nihil enim Venti, id est, aeris moti inter objectum & oculum interpositio diversum agit ab eo quod ageret aer tranquillus. In perpetua enim pressione, unà parte aeri avectâ, pars alia succedens eandem suscipit impressionem quam antè susceperat pars avecta. At in generatione soni, in prima collisione, vel diffractione, aeris pars eadem per spatium notabile, & quidem notabili velocitate excutitur & loco pellitur; & mox (propter remotiorum partium laxiores orbes dissipatus) languescit motus ejus. Itaque excussum aerem (qui sonum efficit) excipiens Ventus totum movet, secundus quidem propiùs ad aurem, adversus vero ab aure longiùs; & proinde fit ut Vento flante ab objecto, audiatur sonus tanquam è loco propinquiore; flante in contrarium tanquam è loco remotiore; existente nimirum actione hinc debiliore, illinc fortiore, propter distantias inæquales.

Intelligitur hinc qua ratione fieri potest, ut Ventriloqui vocem è propinquo proferentes, audiantur tamen à non animadvertentibus tanquam loquuti è longinquo. Nullâ enim de loco unde vox emittitur præexistente opinione, de eo judicant audientes per soni claritatem, debilem ut longinquam, fortem ut propinquam æstimantes. Ventriloqui ergo formantes vocem, non ut alii, per spirituum explosionem, sed per attractionem in pulmones, exilem reddunt, quæ iis qui neque artificium suspicantur, neque loquentis conatum animadvertunt, debilitate suaimponit, *pro debili* apparens longinqua.

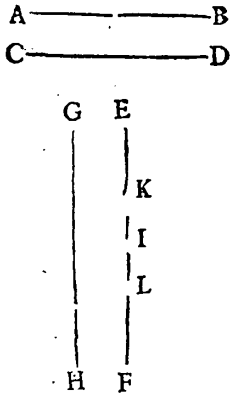
10. Quod attinet ad audiendi medium, non est medium aër tantùm, nam & aqua & quodlibet aliud corpus, etiam durissimum audiendi medium esse potest. In quolibet enim corpore continuo motus propagatur in perpetuum; sed propter difficultatem movendi partes corporum durorum, fit ut in exitu è materia dura, motus imprimatur aeri debilissimus. Attamen si alicujus trabis longissimæ, simul & durissimæ, alter terminus percutiatur, & ad oppositum terminum applicata sit auris, ita ut quicquid aeris ab actione trabis in exitu concutiatur, id totum exceptũ ab aure ad tympanũ feratur, sonus satis vividus audietur.

Similiter noctu (id est, omni alio strepitu, qui sonum impedire possit, cessante) si quis aurem terræ applicet, audibit sonitum pedum hominum prætergredientium, idque ad distantiam satis

tis magnam, quia motus quem pedes terræ imprimunt eam calcando, ad aurem propagatur per terræ pedibus percussæ partes summas.

11. Gravis & Acuti differentiam in eo consistere suprà ostendimus, quod quanto brevius est tempus itionis & reditionis partium percussarum tanto sonus est acutior. Quanto autem materia percussa, vel gravior est (magnitudine eâdem) vel minus tensa, tanto etiam itus reditusque tardius absolvuntur. Itaque (cæteris paribus) graviora corpora, & laxiùs tensa, quam leviora & magis tensa graviorem reddunt sonum.

Circa sonorum concentum considerandum est, quod reciprocatio sive vibratio aeris ex quo efficitur sonus, postquam ad tympanum auris appulerit, aeri qui in ipso est inclusus ipsique congenitus imprimit vibrationem similem, ex qua fit ut latera tympani internè percutiantur alternatim. Concentus autem duorum sonorum est, quando tympanum spatiis temporum æqualibus, & crebris ictum ab utroque sonante simul accipit. Itaque si duæ chordæ vibrationes suas inter se tempore æquales habent (ἰσοχρόνους vocant) fiet concentus exquisitissimus. Nam latera Tympani (id est, Organi auditorii) hinc & inde pulsabuntur simul. Exempli causa, si chordæ A B, C D æquales simul pulsentur, vibrationisque latitudines æquales habeant, E F, G H, & sint puncta E, G, F, H in ipsa Tympani concava superficie ab utraque autem chorda simul pulsetur tympanum in E & G, & rursus simul in F & H; adeoque erit ab utriusque chordæ vibratione sonus similis ut possit haberi pro eodem; qui est concentus maximus, & Unisonus appellatur. Rursus retenta chordæ A B vibratione per E F, eâdem quæ prius erat, tendaturque chorda C D donec vibratio ejus duplo velocior sit quam antè, & dividatur E F bifariam in I. Quo tempore ergo chordæ C D fit vibrationis pars una à G ad H, eodem tempore fit una pars vibrationis chordæ A B ab E ad I. Et quo tempore chordæ C D fit altera pars vibrationis retrorsum ab H ad G, eodem tempore confecta erit vibratio



vibrationis chordæ A B, pars altera ab I ad F. Sed puncta F & G sunt in organi lateribus, ferient ergo organum simul, non quidem temporibus singulis sed alternis, qui concentus exquisitissimo est proximus, & sonus octavæ. Rursus vibratione chordæ A B manente eâdem, tendatur C D, donec vibratio ejus velocior sit vibratione chordæ A B, in ratione 3 ad 2. Dividaturque E F trifariam in K & L. Quo tempore ergo vibrationis chordæ C D conficitur pars tertia à G ad H, conficitur vibrationis chordæ A B pars tertia, id est, $\frac{2}{3}$ rectæ E F, nempe, E L, & quo tempore vibrationis chordæ C D pars altera cõficitur, nempe H G, vibrationis chordæ A B conficietur pars secunda, nempe ab L ad F, & rursus ab F ad L. Denique chordæ C D confecta vibratione postrema à G ad H, conficietur chordæ A B vibrationis pars ultima, ab L ad E. Sunt autem puncta E & H, ambo in lateribus organi, quare singulis temporibus tertiis ferietur organum ab utriusque vibratione simul, & fiet concentus *quintæ*.

12. Ad Odorũ causam cognoscendã testibus ũtemur Phænomenis quæ sequuntur. Primò, olfactionem à frigore impediri, à calore adjuvari: Secundò, spirante vento ab Odorato, olfactionem fortiorem, & contra spirante vento ab olfáciente versus Odoratum, debiliorem fieri; quorum utrunque verum esse in canibus vestigia ferarum olfactu persequentibus, experientia satis manifestum est. Tertiò, corpora quæ fluido minus sunt pervia, minus etiam olfici posse, quam ea quæ sunt magis pervia. Ut videre est in lapidibus & metallis quæ comparata cum plantarum, animaliumque partibus, fructibus & excretionibus odorem minimum aut nullum habent. Quartò, ea quæ suapte natura odorem faciunt, contrita fortiorem facere. Quinto inhibita respiratione (saltem in hominibus) olfactionem tolli. Sextò, obstructis naribus, hiante ore non fieri olfactum.

13. Ex quarto & quinto Phænomeno, manifestum est organum olfactionis primum & immediatum, esse cuticulam narium intimam, illamque ejus partem quæ est citra meatum narium & palati communem. Cum enim spiritum per nares ducimus, ad pulmones ducimus. Est ergo spiritus odorem vehens in ea via qua spiritus fertur ad pulmones, id est, in ea parte narium quæ est citra meatus per quos transit spiritus; nam odor non sentitur neque ultra quam fertur spiritus, neque antequam in nares recipiatur.

Quoniam autem aliter atque aliter sentientibus necesse est fieri

fieri in organo aliquam mutationem, & est mutatio omnis motus, necesse etiam est in olfactione partes organi, id est, cuticulæ illius internæ pro varietate odorum variè commoveri; & proinde nervos etiam qui cuticulæ inseruntur:

Cúmque ostensum sit moveri posse nihil, nisi à moto & contiguo corpore, neque est inter olfaciendum, ullum aliud corpus narium membranæ internæ contiguum præter spiritum, id est, præter attractum aerem, & ea (siqua sunt) corpuscula solida invisibilia, quæ sunt aeri intermista, necessariò sequitur causam olfactionis esse motum illius aeris puri sive substantiæ æthereæ, vel motum illorum corpusculorum. Sed motus ille effectus est ab objecto odorato; necessariò ergo movetur, vel objectum ipsum totum, vel partes ejus singulæ. Odorata autem odorem facere scimus, etsi non tota moveantur. Est ergo causa odoris motus partium rei odoratæ invisibilium. Partes autem hæ invisibiles, vel exeunt ab objecto, vel retinentes situm quem antè cum cæteris partibus habebant, una cum illis moventur, hoc est, motum habent simplicem & invisibilem. Qui exire è corpore odorato aliquid dicunt, effluvia appellant. Suntque vel substantiæ æthereæ effluvia, vel corpusculorum illi interspersorum.

Quod autem varietas odorum ab effluviis nascatur corpusculorum substantiæ æthereæ interspersorum incredibile faciunt, primò, quòd unguenta quædam eaq; mole exigua odorem emittant fortem, non modo per spatia loci, sed etiam per spatia temporum longissima, quæque in omni puncto spatii illius sentiri possunt; adeò ut partes effluxæ spatium complere debeant, plusquam decies millies majus quam est ipsum totum: quod est impossibile. Secundò, quod sive effluxus ille fiat motu recto, sive motu curvo, si totidem effluxerint ex alio quolibet odorato, eodem motu sequeretur omnia odorata similem habere odorem. Tertiò, quod effluvia illa motum habentia valde celerem (ut manifestum est ex eo quod ad distantiam satis magnam emissus è caverna odor tetrus subito sentitur) oporteret eo solo motu fieri olfactionem, quandoquidem effluviis ad organum accessus non occluditur; id verò non fit: Nam nisi halitum nostrum per nares attrahamus, olfactio non sequetur. Non fit ergo olfactio per effluvium atomorum. Neque verò fit, propter eandem rationem, per effluvium substantiæ æthereæ. Olfaceremus enim & sic, sine animæ retractione. Præterea, cum in omnibus corporibus odoratis similis sit inclusa substantia ætherea, similiter etiam

organũ afficerent, & proinde odores omnium rerũ essent similes.

Restat ergo ut olfactionis causa fit motus partium odorati simplex absque ulla è toto suo effluctione; quo motu propagatur per medium aërem usque ad organum motus similis, sed per se non satis vehemẽs ad excitandam sensionẽ, sine aeris per respirationem attractione. Quæ quidem causa olfactionis est possibilis.

14. Quare autem olfactio à frigore impeditur, à calore adjuvatur causa esse potest; quod calor, ut supra ostensum est, capite 21. generat motum simplicem; quare etiam præexistentem auget; auctu autem odoris causa, odor ipse augebitur.

Ventus autem ab odorato odorem fortiorem reddit eandem ob causã propter quam idem facit attractio aeris in respiratione; nam qui proximũ aerẽ attrahit, facit ut remotior etiam ubi est objectum odoratum attrahatur, qui motus aeris ventus est, & à vento qui spirans ab objecto illi secundus est, augetur.

15. Quod corpora in quibus ætheris minimum continetur, ut lapides & metalla minus oleant, quam plantæ & animalia, causa esse potest, quod motus odorificus fluidarum partium solarum motus est, quæ partes siquem motum habent à partibus duris in quibus continentur, eundem aperto aeri communicant, & ad organum propagant. Ubi ergo nullum inclusum est fluidum, ut in metallis, vel ubi fluidum nullum à partibus duris motum accipiunt, ut in lapidibus qui duri sunt per accretionem, nullus erit odor. Itaque & aqua quæ nullum aut minimum habet partium motum, odorem nullum habet. Eadem autem aqua si à semine & calore Solis elevetur simul cum particulis terræ in plantam, exudans postea erit odorata, ut è Vite vinum. Ut autem ex aqua per plantas transeunte fit liquor odoratus à motu partium plantæ, ita etiam ex aere per easdem plantas dum generantur pervadente fiunt odoratæ auræ. Similiterque contingit succis spiritibusque animalium congenitis.

16. Odorata à contritu odoratiora fieri possunt, ab eo quod cum in partes multas odoratas conterantur, fit ut aer qui ab objecto versus organum trahitur per respirationem, transit per eas partes singulas lambens, & earum motum recipit; quando vero nondum contritum est, lambit aer integræ quidem molis superficiem, sed ea multo minor est superficiebus simul omnibus partium quæ fiebant à contritu; & proinde idem odoratum debiliorem odorem facit integrum, quam comminutum. Et de odore quidem tantum esto.

17. Se-

17. Sequitur *Gustus*, cujus generatio à generatione Visûs, Auditûs, & Olfactûs, in eo differt quod in illis objecti remoti sensio est, in gustu nisi contigui non est, neque gustamus quicquam quod non vel Linguam vel Palatum, vel utrumque immediatè tangat. Ex quo intelligitur linguæ & palati cuticulas ipsisque insertos nervos, organum esse gustandi primum; & (quia partibus horum concussis necessariò etiam concutitur meninx tenera) actionem ad cerebrum atque inde ad organum ultimum, nempe ad cor ipsum propagari, in cujus reactione consistit natura sensionis.

Quod autem Sapores (quemadmodum & Odores) non modo cerebrum movent, sed etiam ventriculum, ut videre est in nauseantibus, qui Organum utriusque sensionis considerant minime mirabuntur, cum linguæ, palati, & narium una eademque sit cuticula continua à meninge dura derivata.

Ex eo verò, quod Gustus non fiat nisi ubi contigua sunt organum & objectum, manifestum est in sensu gustandi, effluvia quod agant nihil esse.

Qua motuum diversitate diversa Saporum genera (quæ sunt innumerabilia) distinguantur nescio. Possem cum aliis, à diversitate figurarum atomorum ex quibus unumquodque Sapidum constituitur, vel à diversis motibus quos illis atomis (per modum suppositionis) attribuere possem, non sine verisimilitudine aliqua conjectari. Dulcibus motũ circularem lentũ, & figuras sphæricas esse, quibus mulcetur organum; Amaris motum circularem vehementem, & figuras angulosas quibus atteritur Organum; Acidis, motum rectum & reciprocum, figurasq; oblongas, latitudine minima, quibus vulneratur organũ; & similiter cæteris saporibus aliquid vel in motu, vel in figuris atomorum excogitare quod videre posset vẽrisimile, si transfugere statuissem à Philosophia, ad Divinationem.

18. *Tactu* sentiuntur calida quidem & frigida etiam remota; cætera, ut durum, molle, asperum, læve non nisi contigua. Organum Tactus est membrana quælibet meningi teneræ continua, quæ per totum corpus ita diffusa est, ut nulla pars corporis premi possit quin prematur etiam ipsa; sentiuntur itaque quæ premunt ut durum vel molle, id est, magis vel minus durum; sensio autem asperi nihil aliud est quam innumeræ sensiones duri & duri sibi invicem & brevissimis temporis & loci intervallis succedentium. Itaque asperum & læve, sicut & magnitudo, & figura

non

non solo tactu sed memoria cognoscuntur, Tactus enim in puncto fit aliquando, sed asperum, læve; quantitas & figura, non sentiuntur sine fluxu puncti, id est, sine tempore; tempus autem sentire, memoriæ opus est.

Caput XXX.
De Gravitate.

1. *Densum plus Materiæ non continet (loco pari) quam Rarum.* 2. *Descensum Gravium non esse ab ipsorum appetitu, sed à vi aliqua Telluris.* 3. *Differentia Gravitatum oritur à differentia Impetuum quibus Gravium elementa impingunt in Terram.* 4. *Descensionis Gravium causa.* 5. *In qua ratione descensus gravium acceleratur.* 6. *Cur Urinatores aquæ cui se immergunt non sentiunt Pondus.* 5. *Corpus in aqua natans Æquiponderat aquæ tantæ quantæ capax est spatium à parte immersa occupatum.* 8. *Quantalibet moles corporis Aqua Levioris natabit in quantitate aquæ quantumlibet exiguæ.* 9. *Quomodo fiat ut è vase aqua in altum sublata ab aëre expellatur.* 10. *Cur vesica inflata gravior est quàm flaccida.* 11. *Causa ejectionis gravium in altum è canone sclopeti Pneumatici.* 12. *Causa ascensionis aquæ in Thermometro.* 13. *Causa motus sursum in animalibus.* 14. *Esse in natura corporis Genus aëre gravius nec tamen sensu ab aëre distinguendum.* 15. *De causa virtutis Magneticæ.*

1. CApite 24. Densum & Rarum (prout locus ille postulabat) ita definivimus, ut per Densum, magis Resistens; per Rarum, minus Resistens, significaretur, consuetudinem eorum sequutus qui de refractione ante me disseruerunt. Cæterum si eorundem vocabulorum significationem veram & vulgarem consideraverimus, inveniemus ea nomina esse collectiva, id est, nomina multitudinis. Densum quidem quod dati spatii multas partes occupat, Rarum quod ejusdem vel æqualis spatii, partes ejusdem magnitudinis continet pauciores. Densum ergo idem est quod *Frequens*, ut densa caterva; Rarum idem quod Infrequens, ut Rara Acies, Rara Tecta. Non ut sit in loco quolibet plus materiæ quam in alio loco æquali, sed plus certi alicujus corporis nominati. Nam in solitudine quàm in urbe, si spatium

tium idem sit, non est minus materiæ, sive corporis indefinitè sumpti, sed minus tectorum, minus hominum. Neque in acie densa, plus corporis, sed plus militum quam in rarâ. Partium itaque intra idem spatium contentarum multitudo, & paucitas, sive illæ partes vacuo separentur sive aere, densitatem facit & raritatem, quarum consideratio, ad Philosophiam, non magni est momenti. Ea ergo missa faciemus, transibimusque ad inquisitionem causarum Gravitatis.

2. Gravia autem dicimus corpora illa, quæ nisi vi aliqua impediantur feruntur versus corporis Telluris centrum, idque quantum sensu percipere possumus, sponte sua; Itaque in ea opinione fuerunt Philosophi; alii quidem ut descensum gravium appetitum aliquem esse putarent internum quo projecta sursum, rursus descendant mota à seipsis, ad locum naturæ suæ convenientem; alii autem ea à Terra attrahi. Prioribus illis assentiri non possum, quoniam in superioribus videor mihi satis clarè demonstrasse initium motus nisi ab externo & moto nullum esse posse; & proinde ea quæ semel in quamcunque plagam motum aut conatum habent, in eandem plagam itura semper, nisi ab externo aliquo reagente impediantur. Quare & gravia sursum mota, nisi per motum externum, dejici non possunt. Præterea, corpora inanimata appetitu suo insito, cum appetitum nullum habeant, conservationis suæ causæ, quam causam non intelligunt, Locum ubi sunt deserere, & in alium se transferre, cùm homo qui & appetitum habet & intellectum, ne conservandæ quidem vitæ causa, ultra tres quatuorve pedes se attollere saltu potest perridiculum est. Denique corpori creato attribuere potentiam seipsum movendi, quid aliud est quàm creaturas esse dicere quæ à Creatore non dependeant? Posterioribus, qui descensu Graviu Telluris attribuunt attractioni, assentior quidem; sed quo id modo fiat, à nemine explicatum est; De modo igitur & via actionis erræ in attrahendis gravibus, aliquid hoc loco dicendum est.

3. Ex supposito motu solis simplice, congregari Homogenea, dissipari Heterogenea demonstratum est, cap. 21. art. 5. Supposuimus etiam interspersa esse ætheri corpuscula quædam sive (ut vocant alii) atomos, præ nimia exiguitate invisibiles, easdemque consistentia, figura, motu, & magnitudine differentes; ex quo fit ut earum aliæ ad terram, aliæ ad planetas alios congregentur; aliæ verò in spatiis mediis circumferantur. Quoniam autem atomi quæ ad Tellurem deferuntur, figura, motu, & magnitudine inter se differunt, incident in terram cum impetu aliæ majore,

jore, aliæ minore. Cúmque Gravitatis gradus non aliter æstimemus quam per earum in Terram cadentium majorem minoremve impetum, magis gravia dicenda ea sunt quorum impetus est major; & minùs gravia quorum impetus est minor; Inquirendum ergo est, quo modo fieri potest, ut corporum è sublimi in terram descendentium, alia majore alia minore ferantur impetu; id est, ut alia aliis sint graviora. Videndum est etiam quo modo corpus quodlibet Terræ insidens, à terra ipsa in sublime efferri possunt.

4. Sit jam (in Fig. 2.) centro C circulus in superficie Terræ Maximus transiens per A & B; sit autem & Grave quodlibet, puta saxum AD, in Plano Æquatoris ubicunque. Concipiaturq; saxum ab A D emissum perpendiculariter, vel quomodocunque evectum usque ad E, ibi quiescere. Quantũ ergo spatii saxum occupaverat in A D, tantundem occupat nunc in E, cùm ergo non concedatur locus vacuus, replebitur spatium A D, à confluente aere, facto initio à locis terræ proximis, & deinde à remotioribus successivè. Centro C intelligatur ductus circulus per E, & spatium planum inter superficiem Terræ, & Circumferentiam quæ transit per E divisum esse in orbes planos æquales & concentricos quorum primus sit is qui continetur à duabus perimetris per A & D.

Dum ergo aer qui est in orbe primo replet locum A D, fit ipse orbis tantò minor, & proinde latitudo ejus minor quàm recta A D. Quare tantundem aëris necessariò descendet ab orbe proximè superiore. Similiter propter eandẽ causam fiet rursus descensus aëris ab orbe proximè adhuc superiore, atque ita demum ab eo ipso orbe in quo quiescit saxum ad E; vel ergo ipsum saxum descendet vel tantundẽ aeris. Cúmq; facilius à revolutione telluris diurna excutiatur aer quã saxũ, aer qui est in orbe ipsũ saxũ amplectente altius excutietur quã ipsũ saxũ. Hoc autẽ fieri non potest sine admisso vacuo, nisi tantũdẽ aeris descendat ad E, à loco proximè altiore; quo facto saxũ deorsũ trudetur. Habet ergo jam saxũ descensûs sui initium, id est, gravitationẽ. Cæterum quod semel movetur, movebitur (ut ostensum est, cap. 8. art. 19.) eadem semper via & eadem celeritate, nisi ab externo motore retardetur, vel acceleretur. Aer autem (quod solum corpus interponitur inter terram A & sublimè saxum E) per totam rectam E A, idem facit quod in E, sed in E depressit saxum, deprimet ergo idem etiam in omni puncto rectæ E A, & æqualiter; saxum ergo descendit ab E ad A motu accelerato. Causa ergo descensus gravium sub Æquatore possibilis est motus Telluris diurnus.

Eadem

Eadem autem erit demonstratio si statuatur saxum in plano cujusvis circuli Æquatori paralleli. Veruntamen quia motus ille propter tarditatem majorem in parallelis, minus excutit aerem quam in Æquatore; & in ipsis Polis non omnino, videri potest (nam certò sequitur) Gravia minùs velociter descendere quanto ab Æquatore longius disceditur, eademque collocata in ipso axe, aut non omuino, aut non per ipsum axem descensura esse. Quod utrum verum sit an falsum experientiæ judicatio est. Experiri autem difficile est; propterea quod tempora descensuum exactè satis mensurari non possunt, tum etiam quia loca prope polos sunt inaccessa. Scimus autem quanto magis ad polos acceditur, tanto nivium cadentium semper majores esse floccos, quantoque velocius descendunt corpora fluida & dissipabilia, tanto eadem in minutiores particulas dissipari.

5. Positâ quam diximus descensionis gravium causa, sequetur eorum motum eo modo accelerari, ut spatia quæ temporibus singulis percurruntur, in ratione sint eadem in qua sunt numeri deinceps ab unitate impares. Nam divisâ rectâ E A in partes quotcunque æquales, Grave descendens (propter motum diurnum nunqnam cessantem) singulis temporibus in singulis punctis rectæ E A, singulos patitur novos impulsus ab aere æquales. Novos ergo singulis temporibus acquirit celeritatis gradus æquales. Sequitur inde ex demostratis à Galilæo in Dialogis de motu, descendere Gravia iis spatiorum singulis temporibus percursorum differentiis quæ sunt differentiæ incipientium ab unitate numerorum quadratorum. Quadrata autem deinceps ab unitate sunt 1, 4, 9, 16, &c. eorum differentiæ sunt 1, 3, 5, 7, &c. id est, numeri ab unitate deinceps impares.

Contra Gravitatis causam allatam, nempe aëris superioris impulsum, objicietur fortasse, quod Grave etiam in fundo collocatum alicujus tubi concavi ferrei vel adamantini, inverso fundo descensurum esse; fieri tamen non posse ut aer superior ipsum depellat, multoque minus ut motum ejus acceleret. Considerandum autem est, hujusmodi Tubum vel Cavernam esse non posse quæ non ipsi Terræ innitatur, innixumque unà cum terra motu diurno circumferatur. Quo facto fundus tubi pro superficie erit Terræ, aëremque imum excutiens, faciet ut aer summus Grave in summo Tubo positum, eo modo qui supra explicatus est depellat.

6. Cùm tanta sit quantam experimur Aquæ gravitas, quæsitum

 est

est à nonnullis, quî fieri potest, ut urinatores in quantamcunque profunditatem aquæ se immergant, incumbentis tamen sibi aquæ molis pondus nunquam sentiant? Cujus rei causa videtur esse hæc: quòd unumquodque corpus quo gravius est, tanto deorsum tendit conatu majore. Sed corpus humanum, mole aquæ quæ ipsum magnitudine æquat gravius est. Est ergo corporis humani quàm aquæ conatus deorsum major. Et quia omnis conatus motus est, feretur etiam versus fundum motu velociore corpus humanum quam tantundem aquæ. Major ergo est reactio fundi. Et conatus sursum par conatui deorsum, sive prematur aqua ab aqua, sive à corpore quod sit aqua gravius. Itaq; a paribus oppositis conatibus, conatus aquæ uterq; tollitur; & proinde premere urinatorem non potest.

Coroll. Manifestum etiam est aquam in aqua non gravitare, propterea quod partes aquæ æquali conatu ad fundum unà conantur omnes & per easdem rectas superiores & inferiores.

7. Si corpus quodlibet aquæ innatet, pondus ejus ponderi æquale est molis aquæ tantæ quantam capit locus quem occupat natantis corporis pars aquæ immersa.

Sit enim (in figurâ tertiâ) A B C D aqua, cui innatet corpus E F. Et pars quidem aliqua E supra aquam emineat, reliqua autem pars F sit submersa. Dico pondus totius corporis E F æquale esse ponderi tantæ aquæ quantam capit spatium F. Quoniam enim sit à pondere corporis E F, ut aqua exiens è spatio F collocetur super aquam summam in A B, atque ibi collocata deorsum premat, ex quo sequitur per resistentiam fundi conatus sursum; & quia rursus ab aquæ conatu sursum, elevatur corpus E F, si conatus corporis E F deorsum, & conatus aquæ sursum non sint æquales, corpus E F aut descendet ad fundum, vel totum erit extra aquam, propterea quod conatus eorum, id est, momenta non sunt æqualia; sed supponitur stare E D, ita ut neque ascendat neque descendat. Stant ergo in Æquilibrio, id est, pondus corporis E F æquale est ponderi aquæ quam capit spatium F: quod erat probandum.

8. Sequitur hinc fieri posse ut corpus quantævis magnitudinis, modo ex materia constet minus gravi quàm est aqua, aquæ tamen innatet quantulæcunque.

Sit enim (in figura quarta) vas A B C D, & in eo corpus E F G H ex materia minùs gravi quàm est aqua. Spatium autem A G C F aqua impleatur. Dico corpus E F G H descensurum non esse ad fundum D C. Cùm enim materia corporis E F G H minus gravis sit quam aqua, si totum spatium extra A B C D esset plenum aquæ, pars corporis E F G H aliqua, puta E F I K extaret supra aquam; & pondus aquæ quam caperet spatium I G H K æquale esset ponderi totius corporis E F G H, & proinde G H non tangeret fundum D C. Utrum autem latera vasis dura sint an fluida nihil refert; inserviunt enim solummodo ad aquam terminandam, quod æquè sit ab aqua & ab alia qualibet materia quantumvis dura; nam & aqua quæ est extra vas determinatur alicubi, ut ulterius diffluere non possit. Extabit ergo pars E F I G supra aquam etiam in vase A G C F conclusam. Innatabit ergo corpus E F G H in aqua A G C F quantulacunque: quod erat demonstrandum.

9. Cap. 26. art. 4. Allatum est ad probandum vacuum experimentum aquæ vasi inclusæ, quæ, dato supernè exitu sursum ejicitur pulsa ab aëre. Quæritur ergo (quoniam aqua aëre gravior est) quomodo id fieri potest. Consideretur dicti capitis 26. figura secunda, ubi aqua in spatium F G B, magna vi injecta erat per Siphonem. In ea injectione per injectam aquam aer inter Syphonis latera & Embolum eadem vi penetrans è vase exivit, sed purus: corpuscula enim illa quæ aeri interspersa esse & motu simplici moveri antè supposuimus, unà cum aere puro penetrare aquam non potuerunt. Manentia autem necessario compulsa sunt in locum arctiorem, nimirum in spatium quod est supra F G. Motus ergo corpusculorum minus minusque liberi erunt, prout major aquæ copia est quæ injicitur. Continget ergo ea corpuscula motibus suis mutuò in se invicem impingentia, se mutuò comprimere, conatumque habere perpetuum sese liberandi; & aquam obstantem deprimendi. Dato ergo superne exitu aqua prope exitum existens conatum habebit ascendendi. Necessariò ergo exibit, exire autem non potest, nisi unà tantundem intret aeris. Exibit ergo aqua & intrabit aer donec corpuscula illa quæ intra vas relicta erant libertatem motus pristinam recuperaverint, id est, donec vas rursum aere repletum sit, nec relinquatur aqua ad obturandum foramen B satis alta. Ostensa est ergo hujus Phænomeni causa possibilis, nimirum eadem quæ Tonitrûs. Nam ut in generatione Tonitrûs corpuscula in nubibus conclusa simulatque nimium comprimuntur, rumpunt suo motu nubes, & sese in libertatem naturalem vindicare, ita hic corpuscula conclusa in spatio supra injectam F G, motu proprio per datum supernè exitum expellunt aquam;

aquam; negato autem exitu, iisdemque corpusculis ab injectione aquæ perpetua vehementiùs compressis, vas ipsum tandem cum fragore rumperetur.

10. Si tubo vel vesicæ aer sit inflatus, pondus ejus aliquantulum augebitur; ut data accuratissima opera à nonnullis expertum est. Neque hoc mirandum est, siquidem in aere communi corpuscula non fluida multa (ut supposuimus) sunt intermista. Ea enim corpuscula aere puro sunt graviora. Nam substantia ætherea, cùm undiquaque à motu solis æqualiter agitetur ad omnes universi partes æqualiter conatur, neque ergo omnino gravitat.

11. Videmus etiã globulũ plũbeũ, à vi aeris inclusi in æneo canone quẽ appellant Sclopetũ Pneumaticũ, sursum ejici. Habet autem canon iste duo foramina, valvulis internè clausa; alterũ, per quod aer admittendus, alterum per quod emittendus est. Deinde ope tubi canonem arctè complectentis & emboli (similis fistucæ) perforati & valvulam habentis internè ut facile possit retrahi, aerem externum multis validisque ictibus in canonem incutiunt, donec percutiendi difficultate victi multo plus aeris inesse canoni arbitrentur quàm antè (etsi pleno) inerat. Aeri autem incusso quantuscunque is sit, ne rursus exeat obstant valvulæ antè memoratæ, quas exituriens aer necessariò ambas claudit. At eo foramine quod ad aerẽ emittendũ factũ erat aperto statim vi magna & subito erumpens aer globulum unà velocissimè abigit. Hujus rei causam esse cum multis crederem, quod idem aer in canone initio rarus, deinde incutiendo aerem externum densatus, rursus dato exitu rarefieret, si modo cogitabile esset eundem locum semper plenum, modo plus modo minus materiæ continere, id est, pleno pleniorem esse, vel si concipere possem, plenitudinem ipsam causam motus efficientem esse posse. Sed utrunque impossibile est. Et proinde alia Phænomeni causa quærenda est possibilis. Dum ergo ictu primo aperitur tubi valvula prima, ingredienti aeri externo resistit aer internus æquali vi. Fit ergo inter internum & externum aerem pugna quidem, & alterius ingredientis alterius egredientis duo motus contrarii, nulla autem in canone aeris augmentatio; nimirum, tanto exeunte aere (propter percussionem) inter tubi latera & embolum eoque puro à corpusculis duris, quantus ab ictu incutiebatur non purus. A multis ergo validisque ictibus augebitur intus in canone quantitas corpusculorum durorum, simulque motus eorum inten-

intendentur quantum ferre potest canonis materia, antè verò quam frangatur canon, latera ejus undiquaque ab exituriente aëre fortissime tentantur. Necesse ergo est dato exitu ut corpuscula illa velocissimo motu in locum liberum exeuntes obstantem globum secum auferant. Reddidimus ergo hujus Phænomeni causam possibilem.

12. Etiam, contrà quàm solent gravia, ascendit aqua in Thermometro; sed aere frigido; nam calescente rursus descendit. Inde Thermometro & Thermoscopio organo nomen impositum est, in quo caloris & frigoris mensurantur & signantur gradus. Ejus fabrica talis est. Sit vasculum (in figurâ 5.) ABCD, aquæ plenum; cylindrusque cavus vitreus EFG, clausus ad E; apertus ad G, qui calefactus immittatur erectus in aquam ad F, pertingatque ad G. Quo facto, refrigescente paulatim aere, aqua in tubum paulatim ascendet ab F versus E, donec tandem utroque aere tum externo, tum interno æqualiter temperato, neque ascendit amplius, neque (nisi aeris mutata temperie) descendet. Subsistat ergo ubicunque ad H, si jam calor aeris augeatur, aqua ab H descendet; si minuatur, elevabitur. Cujus rei certissima est experientia, causa tamen adhuc quæritur.

Ostensum est, cap. 27. art. 6, 7. (ubi causa frigoris quæsita est) corpora liquida frigidiora fieri propter aerem ipsis incumbentem, id est, propter constantem ventum ipsa comprimentem. Eâdem de causâ premitur aquæ totius superficies ad F. Sed quo pressa recedat locus nullus est, nisi in cavo tubi inter H & E. Eò ergo necessariò cogitur à frigore, & proinde ascendit aqua magis minusve prout frigus magis minusve intenditur. Et rursus facto calore intensiore, vel frigore remissiore, eadem aqua propter gravitatem propriam, id est, à causa (quam supra explicuimus) gravitatis deprimetur.

13. Etiam animalia etsi gravia sint, elevari tamen saltu, natatu, volatu, aliquousque possunt. Sed non fit hoc nisi corpori alicui innitendo ut terræ, aquæ vel aeri resistenti. Initium enim eorum motuum est à corporis animati (ope musculorum) contractione. Hanc enim contractionem sequitur corporis totius distensio, qua terra vel aqua vel aer cui innituntur comprimitur, inde per pressorum reactionem acquiritur animali conatus sursum, sed qui per gravitatem corporis citò amittitur. Itaque conatu illo elevatur quidem animal aliquantulum in Saltu, sed parum proficit; Natatu autem & volatu plurimùm; propterea quod

quod nisus antè renovatur quam effectus ejus, à sui corporis gravitate, penitus extinguatur.

Quod à vi animæ sine musculorum contractione antecedente, aut sine fulcimento aliquis unquam corpus suum elevaverit, cogitatio puerilis est. Nam si ita esset, elevare se posset homo quousque vellet.

14. Diaphanum quod oculo circumfusum est invisibile est; neque in aere aer, neque in aqua aqua, aut quicquam quod non sit opacius videri potest. At in confinio duorum corporum diaphanorum alterum ab altero distingui potest. Itaque rustici qui spatium in quo aerem esse dicimus, inane esse credunt, non sunt perridiculi. Ut putemus aerem esse aliquid, ratione opus est. Quis enim est ex sensibus nostris per quem judicamus esse aerem, quem neque videmus, neque audimus, neque gustamus, neque olfacimus, neque tangentes quidem cognoscimus esse aliquid. Sentientes calorem non aeri imputamus, sed igni: & frigus non aeris, sed nostrum est; & sentientes Ventum advenire aliquid putamus, sed non adfuisse. Pondus item ne aquæ quidem in aqua, & multo minus aeris in aere sentire possumus. Ratione autem corpus esse aliquod quod aerem dicimus, cognosci potest, sed unica; nimirum quia sine medio corpore, corpora procul posita in sensoria nostra agere non possint, neque omnino sentiremus nisi contigua: Naturæ ergo corporeæ, absque ratiocinatione ab effectu, soli sensus idonei testes non sunt.

Est enim in visceribus terræ in locis ubi effodiuntur carbones terrei, natura quædam inter aquam & aerem ferè media; quæ quidem sensuum opera distingui ab aere non potest; cum diaphanum sit æquè atque aer purissimus, eademque penetrationi quoad sensum æquè pervia. At si effectum spectes similis aquæ est. Puteum enim unde carbones illi effodiuntur, effluès è terra materia illa implet aut totũ aut saltem aliquousq;, & demissum vel hominem vel ignem non multo minore tempore extinguit quam ipsa aqua. Sed ut Phænomenum hoc melius concipiatur, describemus figuram sextam. In qua sit fodinæ carbonariæ puteus A B, supponaturque pars ejus C B tali materia repleta. Si demittatur accensa candela usque infra C, subitò extinguitur non aliter atque in aqua. Item si demittantur carbones in craticula ferrea accensi, ut fiat ignis quantumvis validus, statim ut immerguntur infra C pallescere incipiunt, nec multo pòst videri (extincta luce) desinunt, similiter ac in aqua.

Cæterùm si craticula extrahatur carbonibus adhuc valde calentibus, paulatim accenduntur, & relucent. In hoc quidem à similitudine aquæ nonnihil disceditur; nam materia hæc non humectat, mersisque adhærescit, sicut aqua, quæ reaccensionem humectando impedit.

Item si ad eundem locum C demittatur homo, respirandi quidem difficultatem statim, mox autem & deliquium patitur, & nisi cito extrahatur moritur. Moris ergo est iis qui descendunt, simulatque ægritudinem primam sentiant, funem quo demittuntur motitare, signum ægritudinis, ut extrahantur. Seriùs quàm oportuit extracti, & ob eam causam sensu motuque carentis os pronum in terram (excto cæspite) recentem immittunt; inde paulatim nisi planè mortuus fuerit sensum & motum recipit; & tanquam per os egrediente materia noxia quam sub terram inbiberat reviviscit, eodem ferè modo quo in aqua suffocati, si aquam revomant. Accidit autem hoc non in omnibus puteis, sed in multis, nec in iisdem semper, sed sæpe. Quando accidit remedium adhibent hujusmodi. Fodiunt in propinquo puteum alium æque altum DE, & conjungunt utrumque cuniculo EF. Deinde ab accenso igne in fundo E, aer qui est in tubo D E evehitur in altum foras per D. Hunc sequitur aer contentus in cuniculo E F; quem sequitur materia noxia contenta in C B, & redit puteo pro ea vice solita salubritas. Ex historiola hac (quam iis solis scribo qui veritatem ejus ipsi experti sunt. Nam Philosophiam Historiis dubiæ fidei fulcire non est meum) Phænomeni causa possibilis intelligi potest hæc. Materiam esse quandam fluidam, transparentissimam, eandemque non multò minus quam aqua gravem, quæ erumpens è terra puteum implet usque ad C. In qua materia tanquam in aqua, & ignis & animalia extinguuntur.

15. Circa naturam gravium difficultas maxima oritur à contemplatione earum rerum quæ gravia ad se in sublime tollunt, ut Gagates, Succina, Magnes. Præsertim vero turbat Magnes, qui & lapis Herculeus appellatur, lapis alioqui despicabilis, sed tantis viribus ut è telluris gremio ereptum etiam ferrum à se suspensum teneat velut Antæum Hercules. Quod tamen aliquanto minus mirandum est, quia & lapis Gagates paleas minus quidem quam ferrum graves, graves tamen attrahit. Cæterùm ut hoc faciat Gagates, priùs tritu excitandus est, id est, motu reciproco. Magnetis autem excitatio à natura est ipsius lapidis,

id est, à principio sive motu ejus aliquo interno. Quicquid movetur, à moto & contiguo moveri in superiùs demonstratis est; Et proinde Ferri ad lapidem conatum primum oriri certum est à motu aeris ferro contigui. Item aeris illius motum à motu gigni aeris deinceps proximi, sine fine donec inveniamus aeris totius motum, originem ducere ab aliquo motu in Magnete ipso, qui motus (quoniam videtur Magnes conquiescere) est invisibilis. Certum ergo est vim magnetis tractricem aliam non esse quam partium minutissimarum Magnetis motum aliquem. Supposito ergo corpuscula minima ex quibus in ipsis terræ visceribus concrevit magnes, motum sive conatum à natura sua (per lineam præ brevitate invisibilem) habere ut modo dictum est de Gagate reciprocum, una erit in utroque lapide attractionis causa. Ea jam causa quo modo & ordine operandi Attractionem efficit quærendum est. Scimus per vibrationem, id est, per motum super eandem rectam reciprocum fieri ut unâ lyræ chordâ pulsâ, alia moveatur vibratione simili, modo similem habeat tensionem. Scimus etiam fæces, arenulasque in fundo vasis subsidentes motu summæ aquæ baculive agitatione forti & reciproco à fundo excitari. Quid nì igitur & motus reciprocus partium Magnetis simile quippiam faciat in movendo Ferro? Siquidem enim in Magnete motus reciprocus sive itus reditusque partium supponatur, sequetur inde similem motum propagari per aerem usque ad ferrum, ideoque ipsi ferro & singulis ejus partibus ituum redituumque easdem inesse vices. Sequetur autem hinc aerem, qui erat inter lapidem & ferrum intermedius paulatim exterminari. Exterminato autem aere corpora magnetis & ferri necessario conjunguntur. Causa ergo possibilis quare & magnes ferrum, & Gagates paleas ad se attrahunt, est motus partium corporis trahentis super eandem rectam vel per lineam ellipticam reciprocus, quando in tracti natura motui tali nulla est repugnantia.

Quare autem magnes, (si subere fultus, aquæ liberè supernatet) in quocunque situ positus collocabit se ita in plano Meridiani, ut quæ quiescentis ipsius puncta polos terræ spectant uno tempore, eadem eosdem polos quovis alio tempore respicient, causa esse potest, Quod motus, quem diximus partium lapidis reciprocus, in linea fiat Axi terræ parallela, idemque ingenitus iis sit usque à generatione ipsius lapidis. Itaque cùm lapis in fodina existens, & à motu diurno una cum terra circumlatus latio-

nis

nis secundum lineam, lineæ motûs reciproci perpendicularem, longo tempore habitum acquisierit, etsi axis ejus à parallelismo terræ dimoveatur, retinebit tamen conatum redeundi in eundem situm. Est autem conatus, motûs principium, quo dato, nulloque intercedente impedimento, redibit Magnes ad situm priorem. Quodlibet enim ferrum si longo tempore in plano Meridiani collocatum requieverit, etiam inde dimotum, modo liberè moveri possit, ad meridianum revertetur; nimirum à conatu quem à motu terræ diurno acquisierat in circulis parallelis qui sunt Meridianis perpendiculares.

Quod si Ferro Magnes affricetur, ductu scilicet recto ab uno polo ad alterum, contingent duo; alterum, quod ferrum virtutem acquiret directionis eandem cum Magnete, id est, ut quiescat in Meridiano, axemque & polos habeat eosdem quos lapis. Alterum ut poli lapidis & ferri se mutuò similes abigant, dissimiles appetant. Causa primi esse potest, quod per affrictum ductu factum non reciproco sed via semper eadem à polo ad polum, etiam ferro imprimitur conatus ab eodem polo ad eundem; cùm enim Magnes à ferro non differat nisi ut ferrum crudum à cocto, ferrum coctum ad motum qui in lapide est recipiendum, nullam habet repugnantiam. Ex quo sequitur, ut in motum terræ diurnum æquè consentientes, ad situm sub meridianum, si inde deturbentur æque redeant. Causa Secundi esse potest, quod in affrictu Lapidis ad Ferrum, sicut Magnes agens in Ferrum conatum ei imprimit ad unum Polorum puta Borealem, ita vicissim Ferrum agens in Magnetem imprimit ei conatum ad alterum, id est, Australem. Continget ergo in reciprocationibus, sive in itu & reditu particularum lapidis, & Ferri inter Boream & Austrum, ut dum in altero itur à Borea versus Austrum, & reditur ab Austro ad Boream, fiet in altero itus ab Austro ad Boream, & reditus à Borea versus Austrum. Atqui ex his motibus inter se contrariis, & aëri communicatis fit ut Polus Ferri Borealis interea dum fit attractio, deprimatur versus Magnetis Polum Australem; aut contra ut Polus Magnetis Borealis deprimatur ad Polum Ferri Australem; utque utriusque tam lapidis dico quàm ferri axis in eadem recta collocetur; id ipsum quod fieri docent experimenta.

Quod autem virtus Magnetica propagetur non modo per aërem, sed etiam per corpora quælibet durissima mirandum non est, cum nullus motus tam debilis esse possit quin per spatium

cor-

corpore quamuis duro plenum propagetur in infinitum. In medio enim pleno motus existere nullus potest quin cedat pars medii proxima, & deinceps proximæ sine fine; adeo ut ad quemcunque effectum, conferant necessario aliquid etiam singularum rerum motus singuli.

Atque de natura Corporis in genere hactenus dictum sit: quæ Elementorum Philosophiæ Sectio prima est. In cujus partibus prima, secunda, & tertia, ubi Principia ratiocinandi consistunt in intellectu nostro, id est, in Vocabulorum legitimo usu, quem ipsi facimus, Theoremata ni fallor omnia legitimè demonstrata sunt. Pars quarta dependet ab Hypothesibus, & propterea ignorata illarum veritate, causas rerum eas revera esse quas explicavimus demonstrari non potest. Quoniam tamen Hypothesin nullam sumpsi quæ non & possibilis & comprehensu facilis sit; & ab assumptis legitimè ratiocinatus sim, potuisse esse demonstravi, qui finis est contemplationis Physicæ. Quod si eadem vel his ampliora, sumptis aliis Hypothesibus, quispiã alius demonstraverit, majores illi gratias debebimus quam ego mihi deberi postulo, si tameu Hypotheses quibus utitur sint cogitabiles. Nam quod quis quicquam à seipso, à Speciebus, à Potentia, à Forma substantiali, à Substantia incorporea, ab Instinctu, ab Anteperistasi, ab Antipathia, à Sympathia, Occulta qualitate, cæterisque verbis Scholasticorum inanibus moveri aut produci dixerit, nequicquam dictum erit.

Transeo nunc ad Phænomena corporis Humani, ubi de Optica, item de Ingeniorum, Affectuum, Morumq; humanorum (Deo vitam tantisper largiente) causas ostendemus.

FINIS.

AD Cap XXVIII et XXX